

# Transformée par ondelettes générique pour le rendu physiquement réaliste

L. Claustres<sup>1</sup>, M. Paulin<sup>1</sup> et Y. Boucher<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IRIT, 118 Route de Narbonne, 31074 Toulouse Cedex 4

<sup>2</sup>ONERA, 55 Avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex 4

[claustre@irit.fr](mailto:claustre@irit.fr)

**Résumé :** Cet article présente une approche générique basée sur la théorie des ondelettes pour modéliser la fonction de distribution de la réflectance bi-directionnelle (BRDF) ainsi que les autres grandeurs radiométriques intervenant dans le problème de l'illumination globale. Des données physiques mesurées sont transformées puis compressées selon différents critères d'erreur fixés par l'utilisateur. La méthode repose sur la séparation entre l'aspect spectral et géométrique de telles grandeurs. La multi-résolution provenant de la transformée par ondelettes permet aussi une utilisation optimale de notre représentation lors de la résolution de l'équation de rendu par une technique de type Monte Carlo.

**Mots-clés :** Ondelettes, BRDF spectrale, Illumination globale, Monte Carlo.

## 1 Introduction

Au cours des dix dernières années les techniques d'illumination globale ont atteint une certaine maturité permettant de traiter une large gamme de phénomènes physiques (réflexions, réfractions, caustiques, inter-réflexions) notamment grâce à l'utilisation efficace de méthodes de type Monte Carlo. Néanmoins la qualité des solutions *globales* à l'équation du transfert radiatif est guidée par la qualité des solutions *locales*. Ainsi le besoin de données physiques se fait de plus en plus sentir. La BRDF (ou BTDF) qui définit la réflexion (ou réfraction) de la lumière sur un matériau est une propriété locale des surfaces qui a une influence sur l'illumination globale d'une scène à cause du phénomène d'inter-réflexions. Les mesures de matériaux réels sont pourtant délicates et ne sont pas directement et simplement exploitables. La BRDF est une fonction abstraite d'au moins cinq variables : quatre angles (direction incidente ou d'éclairage et direction sortante ou d'observation) plus la longueur d'onde. Mesurée tous les dix degrés et chaque nanomètre sur le spectre visible cela représente un total de 64 800 000 points de mesure. Pour un stockage mémoire direct en double précision, 500Mo seront nécessaires. Il est évident qu'il faut disposer d'un schéma de compression et d'une représentation facilement manipulable. En général cela signifie *inversion*: non seulement il faut construire une réponse pour une longueur d'onde et un ensemble de directions spécifique mais aussi générer un bon ensemble d'échantillons où la grandeur physique est importante (en terme énergétique) pour une résolution optimale de problèmes inverses (simulation).

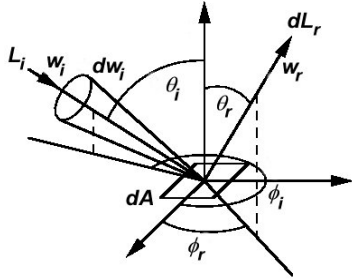
L'ajustement d'un modèle analytique sur l'ensemble des mesures est souvent utilisé. La réalisation nécessite des méthodes évoluées d'optimisation qui retrouvent les meilleurs paramètres en minimisant l'erreur commise. Le premier problème est la spécificité des modèles qui ont été développés d'après une théorie physique précise ou qui sont adaptés à certains types de surfaces et de domaine angulaire ou spectral. Le second problème est l'inversion mathématique de tels modèles qui est souvent impossible à réaliser de manière analytique directe. De plus les temps d'évaluation peuvent être longs pour les modèles évolués et physiquement réalistes. Ces raisons nous ont poussées à choisir une voie numérique et plus particulièrement les ondelettes. Les avantages nous paraissent multiples:

- *Universalité*: technique non basée sur une théorie physique ou un modèle empirique précis
- *Compression*: adaptée aux signaux basses fréquences comportant localement de hautes fréquences, ce qui est notamment le cas des surfaces dites *spéculaires* où la réflexion lumineuse est localisée dans un petit angle solide autour de la direction miroir ou bien des sources lumineuses dont le spectre d'émission est localisé dans une petite bande spectrale.
- *Multi-résolution* : permet de disposer d'une reconstruction à différents niveaux de précision
- *Inversibilité*: numérique et guidée par la multi-résolution
- *Vitesse*: un petit nombre d'opérations est nécessaire à la reconstruction du signal physique

## 2 Définitions

### 2.1 BRDF

La fonction de distribution de la réflectance bi-directionnelle décrit comment une surface reflète la lumière pour une direction d'éclairage  $\omega_i$  et une direction d'observation  $\omega_r$  données. De manière similaire une fonction de distribution de la transmittance bi-directionnelle décrivant comment une surface transmet la lumière peut être définie. La première a pour domaine l'hémisphère supérieur au point de la surface considéré et la seconde l'hémisphère inférieur. Parfois les deux fonctions sont combinées en une seule définie sur la sphère entière centrée sur le point. Nous nous concentrerons néanmoins dans la suite du propos sur la BRDF sans restreindre la généralité. De plus nous parlerons de la sphère de manière générale même si la BRDF se définit sur l'hémisphère. Traditionnellement la BRDF est considérée comme indépendante de la position sur la surface car le matériau est supposé homogène. Elle est exprimée en coordonnées sphériques dans le système de coordonnées local à la surface formé par la normale et deux vecteurs orthogonaux tangents (Figure 1).



$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, \lambda) = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r, \lambda)}{L_i(\theta_i, \phi_i, \lambda) \cos \theta_i d\omega_i}$$

Figure 1. Géométrie locale associée à la surface et formulation de la BRDF correspondante

Voilà quelques caractéristiques importantes de la BRDF:

- *Réciprocité de Helmholtz*: le comportement de la surface est indépendant du sens du flux lumineux
- *Séparabilité*: la BRDF est souvent considérée comme la combinaison linéaire d'un réflecteur lumineux parfait et d'un diffuseur parfait
- *Isotropie*: une BRDF est *isotrope* quand la réponse de la surface ne change pas avec son orientation. Seulement trois angles sont alors nécessaires car  $f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, \theta_r, \phi = |\phi_i - \phi_r|)$ . Dans le cas inverse la BRDF est dite *anisotrope*
- *Conservation de l'énergie*: l'énergie réfléchiée par la surface ne peut excéder l'énergie reçue.

La BRDF est mesurée par un *goniomètre*. Un tel appareil est disponible à l'ONERA et des résultats obtenus pour une large plage de matériaux mesurés à l'aide de cet instrument seront présentés. Seules les mesures isotropes sont possibles, le nombre de points de mesure est 485376 (474 directions et 1024 longueurs d'onde). Le mécanisme est entièrement automatisé.

### 2.2 Ondelettes

Au cours des dix dernières années les ondelettes sont devenues un outil puissant et efficace dans de nombreux domaines. Permettant la compression, il n'est pas étonnant de les trouver dans des domaines où le nombre de données est critique : topographie [SCH95], modélisation de surfaces [LOU94], algorithmes d'éclairage [GOR93] et compression multimédia (image, vidéo, sons) en général [VOR92][BEY91]. Pour une discussion plus technique et théorique se reporter à [MAL99] ou [DAU92].

#### 2.2.1 Analyse multi-résolution

Une analyse multi-résolution est une séquence  $V_0 \subset V_1 \subset \dots$  d'espaces fonctionnels fermés et emboîtés ayant les propriétés suivantes:  $V_j \subset V_{j+1}$ ,  $\bigcup_{j \geq 0} V_j$  est dense dans  $L_2$ ,  $\exists \{\phi_j^k, k \in K(j)\}$  qui est une base de

Riesz de  $V_j$ , et  $K(j) \subset K(j+1)$ . La première propriété implique que  $\phi_j^k = \sum_{l \in K(j+1)} h_j^{k,l} \phi_{j+1}^l$ ,  $j \geq 0, k \in K(j)$ , ce

qui constitue l'équation de raffinement. Elle montre que toute fonction d'échelle  $\phi_j^k$  peut être exprimée comme une combinaison linéaire de fonctions d'échelles de niveau supérieur. Une fonction  $f \in V_j$  peut être

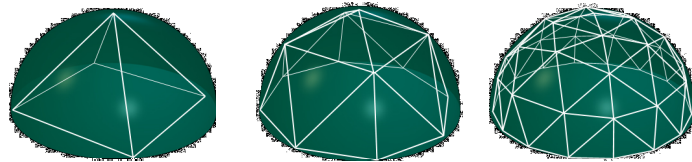
projetée sur cette base:  $f = \sum_k \langle f | \phi_j^k \rangle \phi_j^k$ ,  $\langle f | \phi_j^k \rangle$  sont les *coefficients d'échelle*. En utilisant l'équation de raffinement les coefficients de niveau inférieur peuvent être calculés. Il en résulte des approximations de  $f$  à différents niveaux (*multi-résolution*). Si  $V_j \subset V_{j+1}$ , la réciproque est fautive et donc de l'information manque pour reconstruire la fonction en sens inverse (des niveaux inférieurs aux niveaux supérieurs). Les *ondelettes* encodent cette différence. Elles forment une base  $\{\psi_j^m, m \in M(j)\}$  pour les espaces  $W_j$  qui sont les compléments des  $V_j$  dans les  $V_{j+1}$ :  $W_j + V_j = V_{j+1}$ . Puisque  $W_j \subset V_{j+1}$  les ondelettes obéissent aussi à une équation similaire à celle de raffinement:  $\psi_j^m = \sum_{l \in M(j+1)} g_j^{m,l} \phi_{j+1}^l, j \geq 0, m \in M(j)$ . Calculer les coefficients d'échelle et d'ondelettes d'une résolution fine à une résolution plus grossière est le processus d'*analyse*. L'opération inverse consistant à retrouver l'approximation plus fine à partir d'un niveau plus grossier est le processus de *synthèse*. Dans le cas borné chaque espace  $V_j$  a une dimension finie donc une base finie permettant l'expression du raffinement de manière matricielle [LOU94]; donc la transformée par ondelettes peut être vue comme une opération de filtrage. Les coefficients  $h, g$  sont les filtres d'analyse et  $\tilde{h}, \tilde{g}$  ceux de synthèse. Des propriétés comme l'orthogonalité ou la bi-orthogonalité résultent des propriétés et des simplifications sur les filtres et donc la transformation, la rendant plus facile et plus efficace. Il existe de nombreuses bases dont la plus célèbre est sans conteste celle de Haar.

### 2.2.2 Compression

La transformée par ondelettes crée une séparation entre l'approximation et les détails. Il est facile de comprendre que si deux approximations sont très proches alors les détails seront très faibles (car il y aura peu de différences), c'est donc ici que peut s'insinuer la compression : il suffit de supprimer les coefficients d'ondelettes les plus faibles car ils n'encodent quasiment aucune information. Bien sûr il s'agit d'une compression avec perte car, malgré tout, un coefficient non nul même très petit signale une très petite variation qui sera donc « oubliée » après compression, mais la théorie nous indique que l'erreur commise est justement égale (en valeur absolue) à la valeur du coefficient. Une compression intelligente consiste donc à éliminer tous les coefficients de manière ordonnée (du plus petit au plus grand) jusqu'à atteindre une erreur totale maximale fixée (par exemple dix pour cent).

### 2.2.3 Transformée par ondelettes sphériques

Étendre les théories mathématiques depuis  $\mathbf{R}$  à  $\mathbf{R}^n$  est simple en général mais le passage vers le domaine sphérique  $\mathbf{S}^2$  est bien plus problématique. Les ondelettes sphériques furent introduites par Dahlke *et al.* [DAH94] grâce au *produit tensoriel*. Mais cette construction est dépendante de la paramétrisation  $(\theta, \varphi)$  de la sphère. Schröder [SCH95] introduisit une construction indépendante de la paramétrisation basée sur la subdivision récursive d'un octaèdre (pour toute la sphère) ou d'un tétraèdre (pour l'hémisphère). Les faces initiales (niveau zéro) sont des triangles équilatéraux divisés de manière à obtenir quatre triangles fils équilatéraux eux aussi (niveau un). Le processus continue récursivement jusqu'à un niveau limite. Chaque triangle est lié à trois voisins (les triangles avec lesquels il partage un côté). A la fin de la subdivision les triangles sont projetés sur la sphère. Une fonction définie sur  $\mathbf{S}^2$  est approchée en la considérant constante par morceaux (un morceau étant un triangle) et la valeur stockée sur chaque triangle est celle de la fonction au centre du triangle. Robart projette les triangles à chaque subdivision afin de réduire les déformations causées par la courbure de la sphère [ROB99]. C'est la technique que nous avons retenue (Figure 2).



**Figure 2.** Subdivision d'un tétraèdre avec projection aux niveaux 0,1,2

Une direction donnée intersecte un unique triangle qui est dit "pointé" par celle-ci. Une BRDF étant définie sur  $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{S}^2$ , un ensemble spécifique de variables définit une direction entrante ou incidente et une direction sortante intersectant chacune un triangle entrant et un triangle sortant. Schröder définit aussi une analyse multi-résolution dans l'espace des fonctions de carré intégrables  $L_2(\mathbf{S}^2, dw)$ , i.e. les fonctions d'énergie finie

sur  $S^2$  (comme la BRDF) et construit une extension de la base de Haar dans  $S^2$  grâce à la technique du *lifting scheme* [SWE94]. Les fonctions d'échelle et d'ondelettes sont localement définies dans l'espace du triangle père et définissent une base orthogonale comme dans le cas unidimensionnel. C'est ce type de transformation que nous utilisons pour nos travaux modifiée afin de la rendre générique (voir dans le prochain paragraphe).

### 3 Architecture logicielle

Les données physiques que nous désirons modéliser sont multidimensionnelles. Une voie naturelle pour introduire une transformation par ondelettes à partir d'ondelettes unidimensionnelles est le *produit tensoriel*, les fonctions de base multidimensionnelles sont constituées à partir de produits de fonctions unidimensionnelles. De tels travaux ont déjà été réalisés [LAL97], mais en fait la BRDF (et aussi les autres grandeurs radiométriques) peut être projetée sur deux espaces particuliers: l'espace  $S^2$  des directions et le domaine spectral  $\Lambda$  qui est simplement un espace 1D. Ces espaces sont hautement décorrélés dans le domaine visible. Une BRDF présente des variations spectrales douces selon des directions précises mais de hautes variations directionnelles pour une longueur d'onde fixée (réflexion spéculaire, phénomène d'hot-spot ou anisotropie). Il est donc préférable de créer des structures de données spécifiques et des transformées par ondelettes sur ces deux composantes pour des raisons d'efficacité puis de les combiner. De tels concepts peuvent être implémentés grâce à une approche orientée objets (nous avons choisi le langage C++) et générique (les classes templates offertes par le langage C++). C'est la stratégie retenue pour développer notre librairie *DWTL (Discrete Wavelet Transform Library)* de transformation/compression par ondelettes dont le développement commença grâce aux travaux de Robart et Muller [ROB99][MUL99].

#### 3.1 Généricité

L'objet de base de notre architecture logicielle est le *signal*. Mathématiquement un signal est une fonction analytique  $f : A \rightarrow B$  discrétisée. Chaque ensemble de mesures est un signal. A partir d'un point d'échantillonnage, un signal nous fournit la possibilité d'obtenir la valeur mesurée. Nous représentons un signal comme une classe générique à deux paramètres: le type d'objets des domaines **A** et **B**. En fait nous n'utiliserons jamais directement un signal mais une version *compressible*. Comme de l'information est perdue lors d'une compression, une fonction doit nous fournir un schéma de reconstruction pour obtenir la valeur d'un point d'échantillonnage. Nous définissons ensuite une transformée par ondelettes comme un signal qui peut être transformé, compressé et inversé. Cette conception n'introduit aucune restriction sur le type des objets et permet de constituer une transformée unidimensionnelle en substituant au paramètre générique **A** l'ensemble des entiers naturels **N** (comme index de tableau) et au paramètre générique **B** l'ensemble **R** des réels (signaux à valeurs réelles); ou une transformation sphérique en substituant **T** (l'ensemble des triangles sphériques obtenus par subdivision récursive) et **R** à **B**. En fait tout type de transformation peut être envisagé car pour effectuer une transformation par ondelettes il est juste nécessaire de pouvoir définir une *algèbre* (addition entre deux objets et multiplication/division par un scalaire) et un produit scalaire (ou une norme) pour évaluer l'importance des coefficients lors de la compression. Il est tout à fait possible de définir **B** comme étant l'espace des vecteurs (qui est une algèbre et qui possède une norme). Définir une algèbre sur un type particulier d'objets est souvent assez simple, nous forçons donc un objet de type signal à implémenter les opérateurs nécessaires à la transformation par ondelettes rendant ainsi l'architecture totalement ouverte.

#### 3.2 Structure adaptée à la compression

Parler de compression est chose facile ; il suffit de « supprimer » les coefficients d'ondelettes inférieurs à un certain seuil  $\epsilon$  car ils sont considérés comme nuls. Mais ce qui se cache derrière le terme « supprimer » est moins simple qu'il n'y paraît. Supposons que les coefficients soient simplement mis à zéro, notre signal est-il compressé ? La réponse est non bien sûr car la *taille* d'un réel ne dépend pas de sa *valeur*. Il faut donc disposer d'une structure qui efface vraiment les coefficients négligeables de la mémoire. Nous avons choisi de créer un *tableau creux* générique inspiré du découpage en bandes des arbres creux. L'interface externe est celle d'un tableau classique (accès indexé) avec en plus la possibilité d'invalider certains éléments dont les valeurs seront éliminées de la mémoire (données perdues à la compression). La structure interne est en fait une liste semi-statique de tableaux ou *bandes* (Figure 3a). La taille d'une bande est un paramètre de la structure. Le numéro de bande d'un élément est facilement obtenu à partir de son index  $i$  et est égal à  $i/\text{taille bande}$ . De même l'index dans la bande se calcule comme étant  $i\% \text{taille bande}$ . Lors de la compression une bande entière peut être supprimée (si elle ne contient aucun élément valide), donc deux bandes consécutives peuvent avoir des numéros non consécutifs.

Il est possible d'argumenter qu'une telle architecture n'est adaptée qu'aux signaux 1D mais il est simple de créer une bijection avec notre structure sphérique en donnant à chaque triangle un numéro unique utilisé comme index pour stocker sa valeur à l'intérieur d'un tableau creux. Nous avons ainsi créé une sorte de *sphère creuse*. Bien sûr l'étiquetage des triangles est basé sur les relations de voisinage pour assurer une cohérence maximale. Néanmoins une topologie à deux dimensions ne peut être correctement « plaquée » sur une topologie 1D sans perte de voisinage. Mais cette technique possède un avantage d'importance sur un stockage direct des valeurs à l'intérieur des triangles : une seule structure de subdivision est nécessaire. En effet les valeurs étant contenues dans le tableau et non pas sur les triangles les opérations comme la transformation par ondelettes sont appliquées directement sur le tableau mais *guidées* par l'unique structure sphérique. Le problème étant que si plusieurs BRDF sont modélisées à la fois la structure doit satisfaire les exigences de chacune et donc être toujours subdivisée jusqu'au niveau maximum de toutes les BRDF. Le coût mémoire serait malgré tout bien plus important si une structure était utilisée pour chaque BRDF. Les objets de type tableaux creux sont aussi des signaux pour assurer une généralité maximale et doivent donc définir une algèbre (voir 3.1). Définir une algèbre sur un tableau classique est simple (il suffit d'appliquer les opérations membre à membre) mais sur un tableau creux une dimension supplémentaire doit être prise en compte : *la cohérence des données*. La multiplication, la division et le produit scalaire ne posent pas de problèmes car il s'agit juste des mises à l'échelle pouvant être appliquées directement sur les données compressées (le lecteur doit se souvenir que les coefficients éliminés sont supposés nuls, or zéro est l'élément absorbant pour la multiplication et neutre pour l'addition, donc ils ne peuvent en aucun cas créer de nouvelles valeurs). Les problèmes apparaissent pour l'addition de deux tableaux creux. Une solution naïve serait de décompresser d'abord les données avant d'appliquer l'opération mais cela n'est pas très efficace. Nous pouvons travailler sur les données compressées. Si une bande n'est présente dans aucun des deux tableaux elle ne le sera pas dans la structure résultat. Si une bande apparaît dans chacun des deux tableaux alors l'addition est effectuée membre à membre pour créer la bande résultat. Si une bande apparaît dans seulement un des deux tableaux (ce qui signifie que la bande a été éliminée lors de la compression dans l'autre) elle est copiée telle quelle dans le tableau résultat (Figure 3b). Le même algorithme doit être appliqué au sein de chaque bande car les éléments individuels peuvent être valides ou invalides (compressés et non stockés).

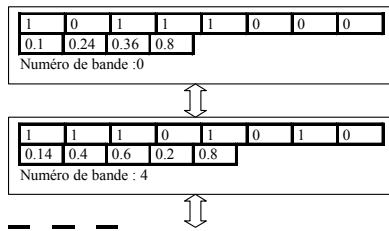


Figure 3a. Exemple de tableau creux

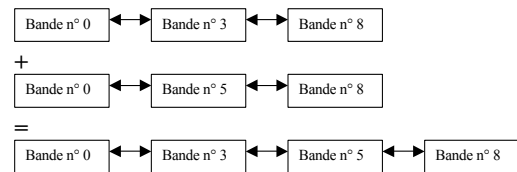


Figure 3b. Addition de deux tableaux creux

Tout serait parfait si travailler directement sur les données compressées ne présentait pas un inconvénient majeur : la *non-linéarité*. En effet bien que la transformée par ondelettes soit une transformation linéaire le processus de seuillage lui ne l'est pas. Supposons en effet que deux coefficients identiques aient pour valeur  $\epsilon$  dans chacun des tableaux non compressés. Supposons aussi que lors de la compression ces deux coefficients étant inférieurs au seuil sont éliminés. Ensuite n'importe quelle opération les considérera comme nuls. Ainsi l'addition des deux tableaux compressés donnera un résultat nul pour l'addition de ces deux coefficients ; alors que si les deux tableaux eut été additionnés avant la phase de compression le coefficient résultat eut été  $2\epsilon$  et rien ne permet de dire que cette valeur aurait été éliminée (car elle pouvait être supérieur au seuil). Un compromis doit donc être fait si beaucoup de calculs sont effectués sur les données compressées, on devra moins compresser pour être plus précis.

### 3.3 Séparation entre aspect géométrique et spectral

Pour la composante spectrale qui est un signal 1D, nous utilisons la représentation traditionnelle sous forme de tableau. Un index est attaché à chaque longueur d'onde et la mesure est stockée dans l'élément du tableau correspondant. La transformée par ondelettes est appliquée puis la compression intervient. L'utilisateur fournit un critère d'erreur à atteindre et le logiciel effectue une recherche dichotomique (entre zéro et tous les coefficients) pour trouver le plus grand nombre de coefficients pouvant être mis à zéro en satisfaisant le critère. Ce travail est fait pour chaque base parmi les 55 implémentées actuellement (beaucoup appartiennent en fait à la même famille comme les ondelettes de Daubechies) et la meilleure en terme de compression est sélectionnée.

Pour la composante géométrique les choses sont quelques peu différentes. Seule une base est présente pour les raisons expliquées préalablement (voir 2.2.2), la base de Bio-Haar, qui est une adaptation de la base classique de Haar au domaine sphérique. Elle présente deux avantages principaux : d'une part les calculs sont simples et rapides, et d'autre part cette base est bien adaptée aux discontinuités telles qu'on les rencontre sur les mesures de matériaux brillants ou spéculaires. Il n'y a pas ici de choix de base à effectuer.

### 3.4 Hiérarchie de classes

En utilisant notre architecture objet générique, les grandeurs radiométriques peuvent être définies facilement. Un *spectre* est une transformée par ondelettes réelles unidimensionnelle. Une luminance monochromatique peut se définir comme une transformée par ondelettes sphériques réelles. La même structure peut s'utiliser pour représenter des émissivité directionnelles monochromatiques ou des réflectances directionnelles hémisphériques monochromatiques, nous avons appelé une telle structure *réflectance*. Ce type d'objet est capable de stocker, compresser et reconstruire ensuite les valeurs d'une fonction réelle définie sur la sphère. Il est donc possible de se servir d'un objet de type réflectance pour stocker les valeurs d'une BRDF pour une direction incidente fixée, seulement la direction de sortie varie et est la variable de l'objet réflectance. A partir de cette constatation le choix de définir une *BRDF* monochromatique comme une transformée par ondelettes sphériques d'objets de type réflectance semble évident. Sur chaque triangle de la sphère (définissant une direction incidente ou un angle solide infinitésimal) est stocké une réflectance contenant les valeurs de la BRDF pour chaque direction de sortie. Une séparation apparaît clairement entre direction de sortie et d'incidence : un triangle intersecté par une direction incidente donnée enregistre l'entière réponse du matériau pour toutes les directions de sortie correspondantes.

Passer au domaine spectral est aussi simple, premièrement on définit une *réflectance spectrale* comme une transformée par ondelettes sphériques d'objets de type spectre puis une *BRDF spectrale* comme transformée sphérique de réflectances spectrales. En fait, il est possible de combiner les espaces **S** et **A** de n'importe quelle façon. Une BRDF spectrale pourrait être définie comme une transformée 1D de BRDF monochromatiques (un tableau où chaque élément est une BRDF monochromatique pour une longueur d'onde fixée), les raisons qui nous ont poussées à laisser l'aspect spectral en dernier et l'aspect géométrique en premier sont simples :

- Les algorithmes de rendu physique travaillent en général en terme de spectres (c'est l'objet de base qu'ils manipulent), donc l'accès à un spectre pour un ensemble spécifique de direction doit être direct.
- Nos mesures sont plus précises dans le domaine spectral il est donc intéressant de compresser les spectres de manière efficace

Tous les objets de type réflectance et BRDF (spectrale ou non) possèdent une *résolution* qui est le niveau de subdivision atteint lors de la construction de la sphère par subdivision récursive. Elle est supposée définir le *niveau de précision* de la représentation, ce qui signifie le niveau de subdivision le plus proche de la fréquence d'échantillonnage du signal. Chaque triangle est supposé couvrir un point de mesure à ce niveau là. Par exemple, à un jeu de mesures ayant un pas d'échantillonnage d'environ 10°, correspond un niveau de précision de trois (la sphère est constituée de 256 triangles).

La hiérarchie de classe impose une certaine manière de travailler. L'analyse, la synthèse et la compression doivent être appliquées dans l'ordre d'héritage d'abord puis selon le paramètre générique. Par exemple pour analyser une réflectance spectrale la transformée est d'abord effectuée sur la sphère générant des coefficients d'ondelettes et d'échelle génériques qui sont des spectres et ensuite tous les spectres stockés sur les triangles de la sphère sont analysés. Le même processus est suivi pour la synthèse et la compression, donc, à chaque niveau de la hiérarchie, un critère d'erreur doit être fourni. Pour une BRDF spectrale il y en a trois : un pour la compression spectrale, un pour les objets de type réflectance spectrale qui encodent la réponse pour les directions de sortie et un pour la BRDF spectrale qui gère les directions entrantes. De manière empirique nous avons pu remarquer que le niveau le plus important est le dernier à être compressé. En effet on comprend que les objets en fin de hiérarchie (les réflectances pour les BRDF monochromatiques ou les spectres pour les BRDF spectrales) sont des transformées réelles et les coefficients éliminés (des nombres réels) n'ont pas d'impact important sur l'erreur globale, mais lorsque l'on remonte d'un ou deux niveaux, on travaille alors sur des objets génériques et non plus de simples types comme les entiers ou les réels ; donc éliminer un coefficient aura un gros impact sur le résultat global. Supprimer une réflectance entière éliminera en fait un grand nombre de coefficients réels, et augmentera donc considérablement l'erreur finale. Plus l'on se situe haut dans la hiérarchie et plus il faut prendre de grandes précautions en choisissant les coefficients considérés comme nuls, i.e. le critère d'erreur à satisfaire. Il s'agit là du principal problème de cette technique générique: trouver de bons critères d'erreur pour chacun des niveaux, mais cette séparation sur divers espaces est aussi une puissante façon de modéliser.

### 3.5 Mesures

Les mesures de BRDF soulèvent quelques problèmes qui empêchent leur utilisation de manière directe. En effet la compression par ondelettes (comme toute technique de compression) est basée sur le fait que dans un signal des points voisins ont des valeurs proches. Il est donc possible de les approcher par une valeur moyenne. Des jeux de mesures présentent hélas souvent de regrettables trous qu'il est nécessaire de combler pour assurer que chaque triangle au niveau de précision requis possède une valeur. Pour réaliser cette tâche nous utilisons une technique proche de la *croissance de régions*. Le principe est simple : chaque triangle ayant une valeur la propage à ses voisins n'en possédant pas. Le processus est réitéré jusqu'au remplissage total de la sphère. Un autre problème est la limitation de notre goniomètre aux mesures isotropes. Notre architecture étant adaptée au cas général, elle n'est pas assez spécifique pour celui-ci. Pour le cas isotrope la réponse du matériau pour les directions de sortie n'est nécessaire que pour l'ensemble des directions d'entrée situées dans le plan principal ( $\phi = 0^\circ$ ). En effet n'importe quelle valeur de BRDF s'en déduit par rotation de  $\phi^\circ$  (angle azimutal relatif) autour de la normale locale à la surface. La transformée par ondelettes ne peut pas être appliquée ici sur les directions entrantes car la plupart des triangles n'ont aucune valeur, seuls ceux intersectant le plan principal sont valides. La compression aura lieu uniquement sur les directions sortantes et/ou le spectre pour ce type de matériau.

## 4 RESULTATS

Dans le but de tester notre représentation purement spectrale nous avons utilisé des données variées provenant de mesures de réflectance, de BRDF ou d'émission. Un ensemble de cibles artificielles : spectralon (diffuseur quasi-parfait servant au calibrage d'instruments), PVC (plastique très spéculaire), mélaminé (un peu spéculaire), toile, peinture mais aussi naturelles : herbe (verte et sèche), sable (très important en télédétection car les déserts couvrent une grande partie du globe terrestre) sera utilisé.

### 4.1 Résultats spectraux

Les résultats furent très satisfaisants sur l'ensemble des mesures car le taux de compression est presque toujours supérieur à 90% pour une erreur relative inférieure à deux pour cent. Les meilleures bases permettent d'atteindre des taux supérieurs à 95% avec des erreurs inférieures au pour cent (Figure 5a).

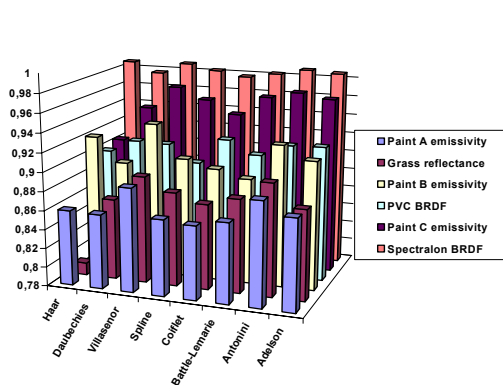


Figure 5a. Compression pour une erreur de 1%

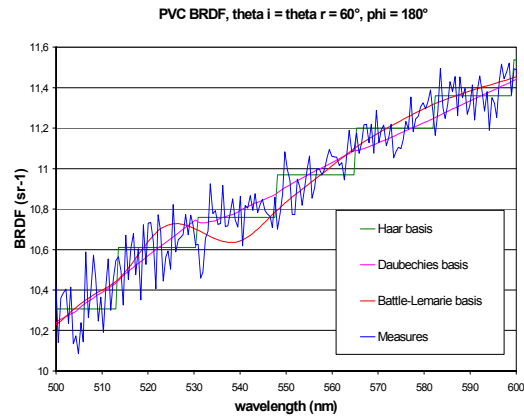


Figure 5b. Débruitage d'un signal

Les ondelettes permettent aussi un *débruitage* du signal original lors de la compression. Cet aspect n'est pas négligeable pour des appareils conçus spectraux qui sont très sensibles aux conditions extérieures comme la température et produisent des mesures fortement bruitées (Figure 5b).

### 4.2 Résultats géométriques

Pour tester uniquement notre transformation sphérique nous n'avons besoin que de mesures de BRDF monochromatiques puisque l'aspect spectral ne rentre pas en ligne de compte. Un logiciel que nous avons développé nous permet d'extraire les valeurs de BRDF pour une longueur d'onde spécifiée parmi les 1024 disponibles à l'intérieur d'un jeu de mesures spectral du goniomètre. Le choix de la longueur d'onde n'est guère important pour tester l'efficacité de notre transformée sphérique car la géométrie et l'aspect spectral sont hautement décorrélés dans le domaine d'intérêt. La troncation génère un ensemble de 474 points de

mesure répartis sur la sphère selon les configurations géométriques disponibles sur l'appareil.

| Spectralon |        | Toile |        | PVC   |        | Herbe verte |        | Herbe sèche |        | Sable |        |
|------------|--------|-------|--------|-------|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------|--------|
| Taux       | Erreur | Taux  | Erreur | Taux  | Erreur | Taux        | Erreur | Taux        | Erreur | Taux  | Erreur |
| 61,18      | 0,33   | 54,18 | 1,08   | 64,55 | 1,01   | 65,65       | 1,15   | 66,79       | 1,9    | 63,11 | 3,96   |
| 85,89      | 0,54   | 85,81 | 1,45   | 86,15 | 1,23   | 82,45       | 1,87   | 80,05       | 1,9    | 77,44 | 4,02   |
| 91,8       | 0,76   | 94,11 | 2,34   | 90,36 | 1,59   | 92,35       | 2,01   | 93,33       | 4,51   | 92,27 | 5,07   |
| 97,69      | 1,47   | 99,49 | 5,97   | 94,05 | 7,46   | 97,21       | 3,67   | 97,75       | 7,46   | 97,59 | 4,26   |

**Tableau 1.** Résultats pour la compression géométrique

Les résultats obtenus (Table 1) nécessitent un approfondissement. En effet dans le cas de nos jeux de mesures la transformée n'est appliquée que sur les directions sortantes, i.e. sur les objets de type réflectance à cause de l'isotropie (voir 3.5). Après une phase de croissance le nombre de données grimpe à 2304 à la résolution trois. Même après ce traitement la plupart de données peuvent être modélisées avec moins de 100 coefficients et une erreur relative  $< 5\%$ . La compression n'est pas impressionnante comparée aux données initiales mais la BRDF est entièrement caractérisée (les trous ont été comblés) et plus aucun calcul ne sera nécessaire à la reconstruction à part l'inversion rapide de la transformation. De plus la structure multi-résolution a été calculée et stockée. Il ne faut néanmoins pas se focaliser sur le cas particulier de notre goniomètre qui est peu précis du point de vue de l'échantillonnage sphérique mais comprendre que notre approche se veut générique et étudier les résultats de manière générale (taux de compression et erreur en supposant la sphère pleine). Les BRDF plutôt diffuses comme le spectralon ou le sable se compressent évidemment beaucoup mieux que les BRDF spéculaires comme le PVC à cause de leur régularité. L'erreur augmente très vite après la barre des 90% de taux de compression pour de telles mesures.

Pour tester un exemple de BRDF complète (anisotrope) nous avons construit un jeu de mesures virtuel obtenu à partir d'un modèle analytique de BRDF (en l'occurrence celui de Phong [PHO75] pour les résultats présentés ici mais des tests similaires ont été réalisés grâce au modèle physiquement réaliste HTSG [HE91] et fournissent les mêmes conclusions). Bien que le modèle choisi soit en fait isotrope (de vrais modèles anisotropes étant très rares) cela ne pose aucun problème car les mesures sont supposées anisotropes. Ce travail nous permettra de montrer si un meilleur contrôle de la compression est obtenu avec deux critères d'erreur ; un sur les directions entrantes et un sur les directions sortantes (Table 2).

| Entrée |        | Sortie |        | Entrée & sortie |        |
|--------|--------|--------|--------|-----------------|--------|
| Taux   | Erreur | Taux   | Erreur | Taux            | Erreur |
| 18,76  | 0,12   | 69,28  | 1,2    | 70,76           | 1,05   |
| 70,96  | 1,27   | 74,1   | 5,87   | 87,45           | 2,78   |
| 81,23  | 2,22   | 74,55  | 5,99   | 93,84           | 3,58   |
| 93,84  | 3,58   | 74,85  | 8,84   | 95,29           | 4,12   |

**Tableau 2.** Résultats pour la compression avec différents critères d'erreur

Les choses sont plus compliquées ici. Premièrement il faut remarquer que la compression sur les directions de sortie possède une limite autour de 75%. Pourquoi ? Et bien parce qu'un signal ne peut être compressé infiniment, la meilleure compression est obtenue lorsqu'il ne reste que les coefficients de plus haut niveau. Donc même si chaque réflectance est compressée au maximum il reste au moins quatre coefficients (sur les quatre triangles du niveau de subdivision zéro). Donc pour chaque triangle incident au minimum quatre valeurs sont stockées ce qui implique une limite. La compression sur les directions d'entrée permet de lever cette barrière car des objets de type réflectance peuvent être entièrement éliminés de la structure. Un contrôle plus fin est possible grâce aux deux critères d'erreur. Avoir peu de réflectances bien détaillées est une meilleure stratégie que de garder beaucoup de réflectances très compressées car si les détails fins sont perdus sur les réflectances, ils ne seront pas restitués au niveau supérieur de la BRDF (directions incidentes). Par contre si les réflectances conservent un bon niveau de détail les réflectances manquantes pourront être reconstruites correctement au niveau de la BRDF.

### 4.3 Résultats mixés

Alors que la compression sur les BRDF monochromatiques ou les spectres pouvait être réalisée en temps-réel, ajouter la dimension spectrale ralentit fortement le processus. Les résultats présentés ici ont été obtenus dans une bande spectrale de 100nm (entre 700 et 800 nm) avec 200 points de mesures mais sont représentatif de ceux obtenus pour le domaine spectral entier (1024 points de mesures). L'analyse et la compression sont réalisées en 25 secondes sur un Celeron A 500Mhz pour un niveau de précision référence de quatre. Après une phase de croissance le nombre de mesures grimpe à 2 444 288 au niveau de précision quatre. A partir de

mesures isotropes nous ne pouvons tester que la compression sur le domaine spectral et les directions de sortie.

| Spectralon |        | Toile |        | PVC   |        | Mélaminé |        | Sable |        |
|------------|--------|-------|--------|-------|--------|----------|--------|-------|--------|
| Taux       | Erreur | Taux  | Erreur | Taux  | Erreur | Taux     | Erreur | Taux  | Erreur |
| 57,18      | 0,37   | 62,76 | 0,62   | 46,92 | 1,08   | 50,72    | 0,62   | 69,96 | 0,05   |
| 68,9       | 0,39   | 72,27 | 0,93   | 62,85 | 1,33   | 65,93    | 0,65   | 71,42 | 0,34   |
| 72,9       | 0,41   | 73,83 | 1,73   | 73,7  | 1,45   | 74,27    | 0,82   | 73,45 | 0,89   |
| 74,48      | 0,42   | 74,46 | 4,61   | 74,33 | 1,47   | 74,37    | 0,83   | 74,48 | 1,08   |

**Tableau 3.** Résultats pour la compression sur l’aspect spectral uniquement

La même limite que pour les BRDF monochromatiques s’observe pour la compression lorsqu’elle n’est appliquée qu’au dernier niveau (Table 3) et cela pour les mêmes raisons (voir 4.2). Les résultats sont très satisfaisants en terme d’erreur car l’aspect spectral est très bien pris en compte (voir 4.1).

| Spectralon |        | Toile |        | PVC   |        | Mélaminé |        | Sable |        |
|------------|--------|-------|--------|-------|--------|----------|--------|-------|--------|
| Taux       | Erreur | Taux  | Erreur | Taux  | Erreur | Taux     | Erreur | Taux  | Erreur |
| 75,09      | 0,37   | 80,06 | 3,92   | 65,19 | 1,07   | 77,24    | 0,64   | 83,55 | 0,78   |
| 81,98      | 0,39   | 90,48 | 0,87   | 79,59 | 1,38   | 87,04    | 0,78   | 88,61 | 0,91   |
| 92,46      | 0,57   | 95,16 | 1,3    | 90,2  | 1,30   | 89,22    | 0,83   | 95,6  | 1,25   |
| 96,77      | 0,92   | 95,85 | 1,6    | 93,2  | 1,46   | 92,5     | 1,2    | 97,36 | 1,43   |

**Tableau 4.** Résultats pour la compression “mixée”, aspect spectral et directions sortantes

Les résultats sont très satisfaisants d’un point de vue erreur relative et taux de compression étant donné le grand nombre de mesures au départ lorsque les deux niveaux de compression sont utilisés (Table 4). Ils sont même meilleurs que ceux obtenus pour la composante géométrique uniquement (voir 4.2) car l’aspect spectral qui est très bien modélisé (voir 4.1) permet d’améliorer les résultats globaux. Une chose très importante à remarquer est qu’une même erreur peut être obtenue avec différents taux de compression à cause du jeu entre les deux critères d’erreur (Table 4, les résultats du PVC par exemple). Le réglage des critères d’erreur est délicat mais permet aussi de gérer la précision sur le domaine spectral et l’aspect géométrique de manière indépendante.

## 5 APPLICATION

Bien que la représentation des grandeurs radiométriques que nous avons présenté pourrait être utilisée telle quelle dans un code de transfert radiatif ou afin de réduire la taille de bases de données physiques elle exprime toute sa puissance lorsqu’elle est utilisée pour des problèmes inverses. L’équation du transfert radiatif ou plus simplement *l’équation du rendu* (qui n’est qu’une simplification) est un problème particulièrement adapté. La multi-résolution permet de réduire la variance dans une estimation basée sur la technique de Monte Carlo. Le but est de générer des directions sur l’hémisphère selon les valeurs de la BRDF pour une direction incidente (*photon mapping*) ou sortante fixée (*Monte Carlo ray-tracing*), en fait le sens de résolution n’a pas d’importance compte tenu du phénomène de réciprocité (voir 1). Les échantillons de direction doivent être générés principalement dans les régions où la fonction est importante en terme énergétique afin d’obtenir une solution avec le moins de variance possible (*échantillonnage d’importance*). Nous proposons une méthode simple basée sur l’aspect multi-résolution : à chaque niveau à partir du niveau zéro un triangle est sélectionné en fonction de sa valeur par rapport à celle de ses voisins (plus elle est élevée et plus il sera souvent choisi) puis le processus est réitéré sur les fils jusqu’à la résolution souhaitée. Dans le dernier triangle une direction est générée uniformément. Plus l’on descend dans la subdivision et plus l’on se rapproche de la fonction originale, il faudra donc moins d’échantillons pour correctement approcher la fonction.

Cette évaluation suppose que la BRDF est intégrée spectralement. En effet nous voulons simplement choisir une direction où l’énergie est globalement importante (et non pas pour une longueur d’onde fixée). Plutôt que de calculer l’intégration spectrale en temps-réel nous utilisons une structure similaire à une BRDF monochromatique où est stockée cette intégrale pour l’ensemble des directions. Nous avons testé cette méthode dans notre logiciel de rendu réaliste *Ray of light* avec un algorithme de *path tracing*. L’intérêt d’une structure indépendante est de pouvoir être utilisée aussi pour guider un modèle analytique comme celui de Phong (Figure 6a et 6b), qui présente des performances tout à fait différentes à nombre de rayons égal. Bien sûr la technique s’emploie plus naturellement à partir de mesures (Figure 6c).

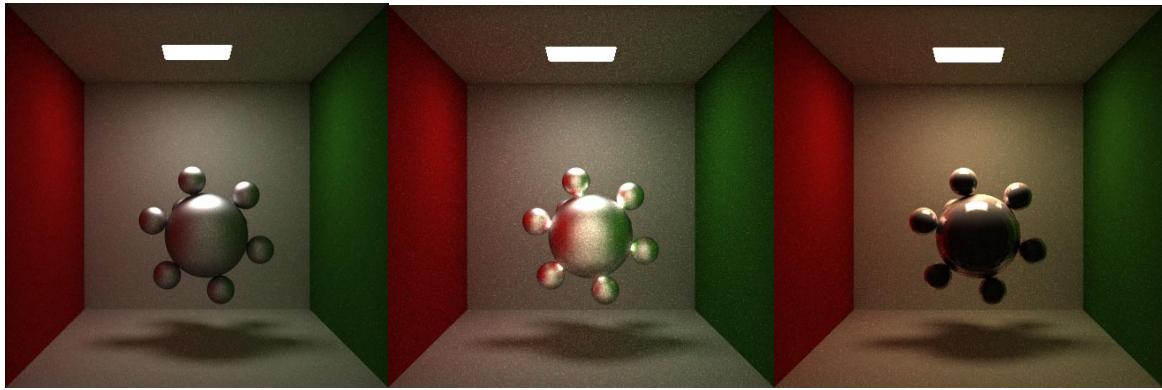


Figure 6a. Echantillonnage uniforme Figure 6b. Echantillonnage d'importance Figure 6c. BRDF plastique mesurée

## 6 CONCLUSION ET TRAVAUX FUTURS

Nous avons présenté un modèle de représentation de la BRDF qui est extensible (monochromatique ou spectral) et générique (peut être utilisé pour représenter n'importe quelle fonction définie sur un produit cartésien de  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{S}^2$ , donc n'importe quelle grandeur radiométrique). La précision n'est pas contrôlée globalement (comme elle le serait par une approche purement produit tensoriel) mais à chaque séparation d'espace permettant une gestion plus fine de l'erreur. Le modèle a aussi été pensé pour une utilisation directe ou inverse dans une simulation améliorant sensiblement la variance d'algorithmes stochastiques. Pour l'instant toute sa puissance n'est pas encore exploitée ; seul un rendu RGB est possible dans notre logiciel alors que toutes les grandeurs pourraient être définies entièrement spectrales. C'est le prochain but que nous nous sommes fixé.

## Références

- [DAU92] I. Daubechies, *"Ten lectures on wavelets"*, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Vol. 61, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1992.
- [MAL99] S. Mallat, *"A wavelet tour of signal processing"*, Academic Press, ISBN 0-12-466606-X.
- [DAH94] S. Dahlke, W. Damen, E. Schmitt and I. Weinreich, *"Multiresolution analysis and wavelets on  $S^2$  and  $S^3$ "*, Technical Report, Institut für Geometrie und angewandete Mathematik, RWTH Aachen, 1994.
- [SCH95] P. Schröder, W. Sweldens, *"Spherical Wavelets: Efficiently Representing Functions on the Sphere"*, SIGGRAPH 95, Computer Graphics, p. 161-172, 1995.
- [ROB99] M. Robart, *"Simulation des Interactions Lumière-Matière pour la Modélisation de la Réflectance par Ondelettes en Synthèse d'Images Réalistes"* Thèse de doctorant, Université Paul Sabatier, Toulouse, France. 1999.
- [GOR93] S. Gortler, P. Schröder, M. Cohen and P. Hanrahan, *"Wavelet Radiosity"*, Computer Graphics Annual Conference Series, Siggraph p. 221-230. 1993.
- [SWE94] W. Sweldens, *"The lifting scheme: a construction of second generation wavelets"*, Departement of Mathematics, South Caroline University, 1994.
- [LOU94] M. Lounsbery, *"Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type"*, Thèse de doctorat, Université de Washington, 1994.
- [MUL99] Thomas Muller, *"Radiance et ondelettes sphériques"*, rapport de DEA, Université Paul Sabatier, Toulouse, France. 1999.
- [PHO75] B. Phong, *"Illumination for computer generated pictures"*, Communicaiton of the ACM, volume 18, P. 311-317, 1975.
- [HE91] Xiao D. He, Kenneth E. Torrance, François X. Sillion et Donald P. Greenberg, *"A comprehensive physical model for light reflection"*, Computer Graphics (Proc. Siggraph'91), 25(4): 175-186, 1991.
- [LAL97] Paul Lalonde et Alain Fournier, *"Generating Reflected Directions from BRDF Data"*, Eurographics, 1997.
- [BEY91] G. Beylkin, R. Coifman et V. Rokhlin, *"Fast wavelet transforms and numerical algorithms I"*, Communications on Pure Applied Mathematics, 44(2): p. 141-183, Mars 1991.
- [VOR92] R. DeVore, B. Jawerth et B. Lucier, *"Image compression through wavelet transform coding"*, IEEE Transactions on Information Theory, 38(2): p. 719-746, Mars 1992.