



# Modélisation de la Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle par Ondelettes pour le Rendu Physiquement Réaliste

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 10 Octobre 2003

pour l'obtention du

**Doctorat de l'Université Paul Sabatier**

(spécialité informatique)

par

Luc Claustres

### Composition du jury

*Rapporteurs :* François Sillion (Directeur de Recherche INRIA, Grenoble)  
Michel M. Verstraete (Docteur d'Etat, Joint Research Centre, Ispra)

*Examineurs :* René Caubet (Directeur de Thèse, Professeur des Universités, Toulouse III)  
Mathias Paulin (Encadrant, Maître de Conférence, Toulouse III)  
Yannick Boucher (Encadrant, Ingénieur de Recherche ONERA, Toulouse)  
Claude Amra (Directeur de Recherche, Institut Fresnel, Marseille)

*Invité :* Xavier Briottet (Maître de Recherche ONERA, Toulouse)



## Résumé

Le rendu physiquement réaliste a pour objet la simulation de l'apparence visuelle d'une scène virtuelle en prenant en compte le comportement physique de la lumière. Pour une simulation efficace il est nécessaire de disposer de données d'entrée précises pour le code de simulation, en particulier concernant les propriétés optiques des surfaces. La Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle (FDRB), décrivant la réflexion lumineuse sur une surface, est une propriété locale particulièrement importante car elle influe sur l'éclairage global de la scène de par les interreflexions entre les objets.

La première partie de cette thèse présente la définition et les propriétés physiques de la FDRB, puis un état de l'art et une classification des modèles existants. Le principal constat est que l'utilisation de modèles phénoménologiques est courante mais n'est pas adaptée à un usage général. En effet, la plupart de ces modèles sont restreints à un type de surface particulier, et limités à un domaine angulaire ou spectral précis. De plus, les modèles empiriques souvent employés, car simples d'utilisation et rapides à évaluer, ne peuvent correctement appréhender toutes les subtilités du phénomène de réflexion. Des modèles plus complexes calculant la FDRB à partir d'une description précise de la surface sont trop coûteux à mettre en œuvre et en temps de calcul. La mesure est donc un des meilleurs moyens d'accéder à la connaissance de la FDRB, mais son exploitation brute n'est pas satisfaisante en terme de performances informatiques. C'est pourquoi dans cette thèse, une représentation numérique à base d'ondelettes est développée pour la modélisation de mesures de FDRB.

Dans la seconde partie le choix de la méthode utilisée est tout d'abord justifié et ses avantages précisés : "universalité", extensibilité, rapidité, compression des données, suppression partielle du bruit de mesure. Un état de l'art critique des modélisations par ondelettes applicables au cas de la FDRB est ensuite présenté. La construction proprement dite d'un nouveau modèle à base d'ondelettes est alors détaillée. Afin de pallier les inconvénients des précédentes approches, le modèle se base sur une décomposition en ondelettes s'appliquant successivement à l'aspect directionnel et à l'aspect spectral de la FDRB. Cette approche permet une représentation générique de la transformée par ondelettes, améliorant le taux et la qualité de compression de l'approche multidimensionnelle classique.

Les performances du modèle sont évaluées dans la troisième partie de la thèse. En premier lieu, un test de non-régression est effectué en le comparant avec les modèles existants. L'erreur de modélisation est ensuite évaluée en fonction du taux de compression pour divers jeux de mesures de FDRB. Puis la robustesse du modèle au bruit de mesure est étudiée. Enfin, les performances informatiques en terme de mémoire et de temps de calcul sont présentées. Le modèle permet une représentation compacte et efficace de tout type de FDRB : isotrope ou anisotrope et monochromatique ou spectrale. La modélisation contribue également après reconstruction à un lissage de bruits de mesures modérés mais réalistes.

Pour finir, l'application du modèle au domaine spécifique du rendu réaliste est étudiée. Du fait de la grande généralité du modèle, la FDRB ainsi que d'autres termes radiométriques peuvent être modélisés. La pertinence de la modélisation est examinée séparément pour la représentation de spectres, de fonctions d'émission, ou de fonctions de phase utiles en rendu. De même que l'impact de la compression et de l'interpolation sur l'aspect visuel. Ensuite, un schéma d'échantillonnage par importance permettant de réduire la variance au sein d'une simulation de type Monte Carlo est établi et évalué. Finalement, l'optimisation de divers calculs spectraux réalisés directement dans l'espace des ondelettes sera démontrée.

**Mots-clés:** FDRB, Ondelettes, Illumination Globale

## Abstract

Physically based rendering follows the physical behavior of light as closely as possible in an effort to predict what the final appearance of a design will be. An efficient simulation needs surfaces with accurate physical properties as input data. The Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) is a fundamental local property describing the light reflection on a surface, which exerts an influence upon the global illumination of the scene due to interreflections.

The first section of this dissertation consists in a study of BRDF, its physical properties, and a state of the art in BRDF modeling. The main conclusion is that even if phenomenological models are common, they are not well-suited for a general use. Indeed, they are restricted to a specific type of surface and they have a limited angular or spectral range. Moreover, simple empirical models cannot handle the behavior of complex reflection phenomena. On the other hand, evolved models computing the BRDF from explicit surface representations are difficult to implement, computationally expensive and their physical parameters often hard to obtain. Therefore, a numerical representation based on wavelets is developed in this thesis for BRDF measurements modeling because measurement is still one of the best way to access BRDF knowledge.

In the second section, the choice of modeling is first discussed and its advantages presented : "universal" approach, extensible, speed, data compression, denoising. Then, a state of the art of wavelet transforms to BRDF modeling is provided. In the order to overcome drawbacks of previous works, a new model based on sperated wavelet transforms applied to the directional and the spectral component of BRDF is presented. It allows a generic representation of the wavelet transform that increases compression ability and representation flexibility.

In the third section, the model is tested and evaluated. Firstly we perform a non-regressive step in which the new model and the previously developed models are compared. Then, the modelling error according to the compression rate is studied on virtual and real BRDF measurements. The model sensitivity to measurement noise is also evaluated, and finally the efficiency in term of memory and speed is measured. The main conclusion is that the model provides a compact, efficient and accurate representation of all kind of BRDF : isotropic/anisotropic and monochromatic/spectral BRDF. More, the model provides a denoising ability for moderated but realistic noises.

Finally, the model is applied to realistic rendering. Thanks to its generic representation of the wavelet transform, the model is able to handle other radiometric terms than BRDF : spectra, phase functions, and emission distributions. Modelling of each term is studied separately in the context of realistic rendering. Particularly, an importance sampling scheme is developed in order to reduce variance into Monte Carlo based simulations (path tracing, photon mapping). At last, we present some optimizations due to the sparse wavelet representation for spectral computations.

**Keywords:** BRDF, Wavelets, Global Illumination

## Remerciements

Plus qu'une thèse, ce manuscrit représente le point final de mon cursus universitaire. Et cette page fut certainement la plus difficile à écrire à cause de la peur d'oublier quelqu'un qui aurait par un moyen ou par un autre contribué à cet aboutissement. C'est pourquoi je commencerai en remerciant toutes les personnes qui ont eu le bonheur (ou le malheur !) de croiser ma route. Peut être que sans le savoir, d'un seul regard, d'un seul mot, ils ont changé ma vie, alors pour tout ça *MERCI*.

Ensuite et en tout premier lieu je voudrais évidemment remercier mes parents, Paul et Michèle, qui m'ont toujours encouragé à faire ce qui me plaisait et m'ont toujours soutenu quoi qu'il advienne. Sans eux tout cela n'aurait pas été possible et ils méritent autant que moi, si ce n'est plus. Mais aussi toute ma famille et mes proches, notamment mes grands-parents Hubert et Odette, Henri et Jeanne, sans qui je ne serais pas arrivé aussi facilement à boucler mes études. Sans oublier ma marraine Marie-Claude, puis dans le désordre : Nathalie, Eric, Corrine, Laurent, Nicole, Jacky, mes petits cousins Lambert, Landri, Martial, et mes filleules adorées Léa et Aude. J'ai une famille formidable et je les en remercie ! Je désire aussi adjoindre l'ensemble de ma belle famille à cette fête...

Merci à René Caubet pour m'avoir accueilli dans son équipe à l'IRIT, et Xavier Briottet au sein du DOTA à l'ONERA. Merci à mes encadrants Mathias Paulin et Yannick Boucher pour avoir pu me supporter pendant mon DEA et mes trois années de thèse passées en leur compagnie. Ils ont toujours été là pour répondre à mes questions et me remettre dans le "droit chemin" quand je le quittais... J'espère que la relation établie au travers de mes travaux entre le monde de la synthèse d'images et celui de la physique restera durable car je crois que l'avenir de la recherche est la transversalité. Je remercie aussi Mathieu et Thomas dont les travaux au sein de l'équipe m'ont servi de base pour mes recherches et m'ont permis de gagner un temps précieux. Je remercie Jean-Pierre Ségaud pour m'avoir formé aux bases du fonctionnement du goniomètre du DOTA. Se glisser dans la peau d'un expérimentateur pour quelques jours a été très enrichissant pour un informaticien habitué à vivre dans un monde virtuel.

Je remercie mes rapporteurs pour toutes les discussions que nous avons eues et leurs remarques constructives qui ont, je l'espère, permis d'améliorer la qualité de cette thèse. Je remercie de même tous les membres du jury pour le temps qu'ils m'ont consacré dans leur emploi du temps que je sais chargé.

Parce que la recherche est aussi une aventure humaine je voudrais remercier tous les amis que j'ai découverts pendant mon séjour à l'IRIT, à l'ONERA et à l'Université Paul Sabatier. Tous les permanents : Jean-Pierre, Véronique, Patrice, Cédric, et les autres pour la bonne ambiance qu'ils font régner dans les bureaux de l'IRIT (enfin à part au moment des deadlines !) et de l'ONERA. Merci à Jean-Pierre Cecato pour l'impression de ma thèse et de tous les autres documents que je lui ai demandé. Mention spéciale à Roger qui a géré tous mes problèmes techniques et qui est le contrepoids militant de la résignation...

Surtout mes compagnons d'infortune DEA/thésards, les stagiaires, les post-doc, et la "bande" du tarot, piliers du R.U. et de la Cafet' : Fab<sup>2</sup>, Ze, OLR, Pickeu, Gaël, Antoine, Benji, Sylvain T., Loïc, Yann, Daniel, GuiGui, Patou, Jean-Marc, Dimitri, Christophe, Laurent C., Laurent H., Sylvain R., et Kévan. Ainsi que les Miss : Audrey, Magalie, Tracy, Laure, Géraldine, Anouk, et Anca.



Un jeu que j'aurai aimé avoir plus souvent ;)

Je voudrais aussi saluer tous mes autres amis, qu'ils soient Toulousains, Albinols, Saint-Amantais, Tarnais en général, Bretons, ou Martiens, pour toutes les fêtes endiablées et les soirées chaudes (parfois même suivies de l'hébergement !) : Jérôme, Joanna, Vincent, BG, Alix, Mag, Céline, Marjo, Ben, Wally, Fred & Pouge, Joe, Anne-Céline, Dick, Kéké, Momo, et Fafa. Je voudrais remercier mon groupe de musique AC2N qui m'a permis d'évacuer la pression lors des répétitions et des concerts et de pouvoir repartir serein au travail : spéciale kasdédi à Stéphane (maintenant j'aurais le temps de jouer au golf ;), Christophe (maintenant ça va être plus cher pour réparer ton ordi ;), Franck (et pour une fois je ne suis pas de mauvaise foi ;), Sabine (merci pour les tartiflettes, les cours et la relecture, t'es une perle !), et notre ingénieur du son Frédo (qui devrait être papa entre temps !). Puis tous mes autres potes musiciens : Manhattan, Lucky Lounge, La Bande à Manu, et Aïtal. Merci aussi à tous les sportifs, footeux et autres VTTistes de l'AVC, qui m'ont évité de rester enfermé devant mon PC et d'être atteint d'une atrophie musculaire ;)

Enfin, un énorme bisou à Myriam. Elle a compris, bien plus que tous, que la seule chose qui me permettait d'avancer c'était la liberté.

J'ai aussi oublié un grand merci aux moniteurs, aux enseignants, à mes élèves, au TFC, au Bikini, au Beaujolais, à la Fête de la musique, à la Fête d'Albine, à Bill Gates, à Linus Torvald, à la charcuterie Loubière, à mon futur employeur de lutter contre le chômage, à ma 106 qui m'a traîné toutes ces années durant, à ma guitare qui m'a tenu compagnie pendant les moments de blues, à mon ordinateur qui mérite de partir à la retraite, à une bouteille de whisky vide qui trône sur mon armoire, et à ..., puis à ... zut, il y en a vraiment trop !

**Alors merci à toi *lecteur*, tout simplement !**

*A mon grand-père Hubert qui aurait été heureux  
de laisser courir ses yeux sur ce manuscrit.  
Qu'il sache qu'au-delà des croyances, le souvenir d'un homme bon  
reste pour l'éternité, dans la mémoire de l'humanité.*





# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Table des symboles</b>	<b>xix</b>
<b>Table des acronymes</b>	<b>xxi</b>

## Introduction

## Chapitre 1

### Définition, Propriétés, et Modèles de la FDRB

1.1	Définition . . . . .	6
1.2	Propriétés . . . . .	7
1.2.1	Non-négativité . . . . .	7
1.2.2	Réciprocité . . . . .	7
1.2.3	Conservation de l'énergie . . . . .	8
1.2.4	Plausibilité physique . . . . .	8
1.2.5	Réflectance, facteur de réflectance et FDRB . . . . .	8
1.2.6	Isotropie et anisotropie . . . . .	10
1.2.7	Séparabilité . . . . .	11
1.3	Mesures . . . . .	12
1.3.1	Généralités sur les mesures . . . . .	12
1.3.2	Moyens de mesure . . . . .	13
1.3.3	Le goniomètre du DOTA . . . . .	14
1.4	Typologie des modèles . . . . .	16
1.4.1	Modélisation explicite . . . . .	18
1.4.2	Modélisation implicite . . . . .	19
1.5	Modèles de FDRB . . . . .	20

1.5.1	Cas limites . . . . .	21
1.5.2	Koenderink . . . . .	21
1.5.3	Cook-Torrance . . . . .	22
1.5.4	Kubelka-Munk . . . . .	24
1.5.5	Lafortune . . . . .	25
1.5.6	Schlick . . . . .	26
1.5.7	Robart . . . . .	27
1.5.8	Westin . . . . .	28

## Chapitre 2

### Développement d'une Modélisation par Ondelettes

2.1	Problématique et objectifs . . . . .	33
2.2	Choix de la méthode . . . . .	35
2.2.1	De l'analytique au numérique . . . . .	35
2.2.2	Le choix des ondelettes . . . . .	36
2.2.3	Méthodologie . . . . .	37
2.3	Travaux précédents . . . . .	38
2.3.1	Transformée par ondelettes sphériques . . . . .	38
2.3.2	Transformée par ondelettes multidimensionnelles . . . . .	44
2.4	Développement du modèle . . . . .	48
2.4.1	Transformée par ondelettes générique . . . . .	49
2.4.2	Représentation de la FDRB . . . . .	51
2.4.3	Structure adaptée à la compression . . . . .	57
2.4.4	Diagramme UML . . . . .	62
2.4.5	Adaptation de la transformée sphérique . . . . .	62
2.4.6	Les différentes bases de la transformée unidimensionnelle . . . . .	66
2.4.7	Interpolation . . . . .	67
2.5	Conclusion . . . . .	70

## Chapitre 3

### Performances du Modèle par Ondelettes

3.1	Introduction . . . . .	71
3.2	Performances physiques . . . . .	72
3.2.1	Estimation de l'erreur de modélisation . . . . .	72
3.2.2	Sensibilité au bruit . . . . .	88
3.2.3	Conclusion sur les performances physiques . . . . .	101
3.3	Performances informatiques . . . . .	102

3.3.1	Mémoire . . . . .	102
3.3.2	Vitesse . . . . .	104
3.4	Conclusion . . . . .	107

## **Chapitre 4**

### **Application au Rendu Physiquement Réaliste**

4.1	Introduction . . . . .	109
4.2	Illumination globale . . . . .	111
4.2.1	Radiosité . . . . .	112
4.2.2	Lancer de rayons . . . . .	115
4.2.3	Grammaire des chemins lumineux . . . . .	123
4.2.4	Milieux participants . . . . .	124
4.3	Rendu physiquement réaliste et ondelettes . . . . .	126
4.3.1	Ray Of Light : une architecture pour le rendu réaliste . . . . .	126
4.3.2	Fonctions de distribution . . . . .	130
4.3.3	Échantillonnage par importance . . . . .	140
4.3.4	Optimisations spectrales . . . . .	152
4.4	Conclusion . . . . .	155

## **Conclusion**

## **Annexe A**

### **Théorie des ondelettes**

A.1	Introduction . . . . .	161
A.2	Transformée par ondelettes continue . . . . .	162
A.3	Transformée par ondelettes discrète . . . . .	164
A.4	Espaces vectoriels . . . . .	164
A.4.1	Espaces vectoriels linéaires . . . . .	164
A.4.2	Espaces vectoriels normés . . . . .	165
A.4.3	Espaces vectoriels et produit scalaire . . . . .	166
A.4.4	Espaces de Hilbert . . . . .	167
A.5	Analyse multirésolution . . . . .	167
A.5.1	Exemple . . . . .	169
A.6	Dualité . . . . .	171
A.7	Moment d'une ondelette . . . . .	172
A.8	Lifting Scheme . . . . .	172
A.9	Compression . . . . .	173

**Annexe B****Notions de Radiométrie, Photométrie, et Colorimétrie**

B.1	Introduction . . . . .	175
B.2	Radiométrie . . . . .	176
B.2.1	Flux . . . . .	176
B.2.2	Angle Solide . . . . .	176
B.2.3	Éclairement . . . . .	177
B.2.4	Radiosité . . . . .	177
B.2.5	Intensité . . . . .	178
B.2.6	Luminance . . . . .	178
B.3	Photométrie . . . . .	178
B.4	Exemples . . . . .	179
B.5	Colorimétrie . . . . .	180
B.5.1	Spectre de puissance . . . . .	180
B.5.2	Perception visuelle . . . . .	181
B.5.3	Du spectre à la perception . . . . .	183
B.5.4	De la perception à l’affichage . . . . .	184

**Annexe C****Méthode de Monte Carlo**

C.1	Introduction . . . . .	187
C.2	Probabilités . . . . .	187
C.2.1	Variable aléatoire . . . . .	187
C.2.2	Espérance . . . . .	188
C.2.3	Variance . . . . .	188
C.2.4	Tirage aléatoire . . . . .	189
C.3	Intégration de Monte Carlo . . . . .	189
C.3.1	Échantillonnage d’importance . . . . .	190
C.3.2	Méthode de réjection . . . . .	191
C.4	Intégration de Monte Carlo récursive . . . . .	191
C.4.1	Marche aléatoire . . . . .	192
C.4.2	Roulette Russe . . . . .	192

**Planches Couleurs**

# Table des figures

1.1	Repère local à la surface d'un objet, z représente la normale locale . . . . .	6
1.2	Les différentes formes de réflectance . . . . .	9
1.3	Angles utiles pour une FDRB isotrope (à gauche) et anisotrope (à droite) . . . . .	10
1.4	Deux phénomènes de réflexion : de type spéculaire (à gauche) et de type diffuse (à droite)	11
1.5	Augmentation de la réflectivité d'un matériau pour les angles rasants ©P. Shirley/Cornell University Program of Computer Graphics . . . . .	11
1.6	Phénomène de rétro-diffusion ou hot-spot causé par le masquage et l'ombrage dû à la micro-géométrie de la surface . . . . .	12
1.7	Principe du goniomètre via système satellite . . . . .	13
1.8	Goniomètres extérieurs, banc FIGOS [SI99] à gauche, banc CHAMO de l'ONERA à droite	14
1.9	Les moyens de mesure de FDRB en France (d'après [Bou98]) . . . . .	15
1.10	Goniomètre de l'ONERA . . . . .	15
1.11	Non-uniformité de l'éclairage du goniomètre du DOTA sur l'échantillon cible (d'après [Pet98]) . . . . .	16
1.12	Typologie des modèles de FDRB d'après Goel [Goe88] . . . . .	16
1.13	Typologie des modèles de FDRB d'après Roujean [Rou91] . . . . .	17
1.14	Une nouvelle typologie des modèles de FDRB . . . . .	17
1.15	Micro-Géométrie de la surface dans le modèle de Cook-Torrance . . . . .	23
1.16	Les différents phénomènes de masquage pour le modèle de Cook-Torrance . . . . .	23
1.17	Illustration de la théorie des deux flux utilisée dans le modèle de Kubelka-Munk . . . . .	24
1.18	Aspect microscopique d'une peinture réelle . . . . .	27
1.19	Représentation d'un matériau pour le modèle de Robart (d'après [Rob99]) . . . . .	28
1.20	Stratégie d'illumination du modèle de Robart (d'après [Rob99]) . . . . .	29
1.21	Micro-Géométrie et FDRB associée par le modèle de Westin (nylon) ©S.H. Westin/Cornell University Program of Computer Graphics . . . . .	29
1.22	Les premières harmoniques sphériques (en module) . . . . .	30

2.1	Méthodologie de modélisation analytique à gauche (a) : phase de calage et de validation et méthodologie de modélisation numérique à droite (b) : phase d'analyse et de synthèse	38
2.2	Subdivision du demi-octahèdre aux niveaux 0,1,2	39
2.3	Numérotation et orientation des sommets d'un triangle et de ses fils dans la subdivision sphérique	39
2.4	Numérotation et orientation des sommets d'un triangle et de ses voisins dans la subdivision sphérique	40
2.5	Fonctions d'échelle sur la sphère	40
2.6	Fonctions d'ondelettes sur la sphère	41
2.7	Fonctions d'ondelettes duales sur la sphère	41
2.8	Signal sphérique original	42
2.9	Analyse du signal sphérique	43
2.10	Synthèse du signal sphérique	43
2.11	Décomposition standard (à gauche) et non-standard (à droite) d'une image 2D	45
2.12	Construction des fonctions de base dans la décomposition standard (à gauche) et non-standard (à droite) de Haar	46
2.13	Géométrie pour la transformation de Nusselt, l'intersection entre l'hémisphère unitaire et la direction considérée est projetée sur le carré unitaire	47
2.14	Processus de transformation par ondelettes générique	51
2.15	Structure pour la gestion d'une réflectance directionnelle (a) et d'une FDRB (b) monochromatique	53
2.16	Structure pour la gestion d'une réflectance directionnelle (a) et d'une FDRB (b) spectrale	54
2.17	La structure du tableau creux consistant en un découpage structurel en bandes	59
2.18	Exemple d'opération algébrique entre deux tableaux creux (ici l'addition)	60
2.19	Algorithme de compression d'un signal générique	62
2.20	La solution aux problèmes des opérateurs génériques	63
2.21	Diagramme UML des différents termes radiométriques représentés par ondelettes	64
2.22	Le concept de triangle père virtuel : le père réel est tracé en rouge, son fils central matérialisé par un point rouge, le triangle d'intérêt est localisé par un point vert, et le père virtuel correspondant est tracé en vert	65
2.23	Différents schémas d'interpolation dans le plan $(\theta_r, \phi_r)$ , FDRB de Phong pour $\theta_i = 60^\circ, \phi_i = 60^\circ$ , interpolation par plus proche voisin (à gauche), linéaire (au centre), de Monte Carlo (à droite)	69

3.1	Vues 3D à longueur d'onde fixée de quelques FDRB isotropes utilisées pour le test du modèle par ondelettes. La direction d'incidence ( $\theta_i = 50$ ) est repérée par un segment vert, la couleur de la FDRB dépend du niveau (vert=faible, rouge=élevé). Dans l'ordre FDRB de Lewis, de la toile, du mélaminé, de l'herbe . . . . .	73
3.2	Identique à la figure 3.1 pour les FDRB anisotropes. Dans l'ordre FDRB de Ward et du velours pour deux directions d'éclairément . . . . .	73
3.3	Comparaison de ma méthode aux travaux précédents de Lalonde, FDRB de Phong avec un exposant spéculaire de 30 . . . . .	77
3.4	Comparaison entre les deux meilleures modélisations analytiques et la modélisation par ondelettes : en haut FDRB du sable, en bas FDRB de plastique . . . . .	78
3.5	La modélisation par ondelettes concorde bien avec le pic spéculaire du PVC contrairement aux meilleurs modèles analytiques ( $\theta_i = 60^\circ, \phi = 180^\circ$ ) . . . . .	79
3.6	La modélisation par ondelettes peut avoir un comportement local irréaliste bien que représentant globalement les données de façon correcte ( $\theta_i = 60^\circ, \phi = 0^\circ$ ) . . . . .	79
3.7	Vue 3D d'une FDRB de Lewis pour une incidence de $50^\circ$ . Taux de compression et erreurs quadratiques moyennes correspondantes . . . . .	81
3.8	FDRB de la toile pour $\theta_i = 0^\circ, \theta_r = 10^\circ, \phi = 0^\circ$ et différents rapports de compression, échantillonnage spectral de 1 nm . . . . .	84
3.9	FDRB spectrale du velours pour $\theta_i = \theta_r = 60^\circ, \phi_i = 60^\circ$ et $\phi_r = 240^\circ$ . . . . .	87
3.10	Écart type des quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, spectralon . . . . .	90
3.11	Écart type des quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, herbe . . . . .	91
3.12	Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, spectralon . . . . .	91
3.13	Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, herbe . . . . .	92
3.14	Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 10 échantillons, spectralon . . . . .	92
3.15	Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 10 échantillons, herbe . . . . .	93
3.16	FDRB spectrale de synthèse, $\theta_i = 60^\circ, \theta_r = 60^\circ, \phi = 0^\circ$ . . . . .	94
3.17	Stratégie pour l'étude de sensibilité . . . . .	95
3.18	Comparaison entre une compression utilisant un seuillage global et adaptatif . . . . .	97
3.19	Bruit localisé dans les niveaux élevés de la FDRB, typiquement le pic spéculaire . . . . .	97
3.20	FDRB spectrale de synthèse et bruit multiplicatif de 5%, plan principal $\theta_i = 60^\circ, \lambda = 550nm$ . . . . .	98

3.21	FDRB spectrale de synthèse et bruit multiplicatif de 5%, $\theta_i = 60^\circ$ , $\theta_r = 30^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ .	99
3.22	FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau $5 \times 10^{-3}$ , plan principal $\theta_i = 60^\circ$ , $\lambda = 550nm$ . . . . .	100
3.23	FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau $5 \times 10^{-3}$ , $\theta_i = \theta_r = 60^\circ$ , $\phi = 180^\circ$	100
3.24	FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau $5 \times 10^{-3}$ , $\theta_i = 60^\circ$ , $\theta_r = 90^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ . . . . .	101
4.1	Géométrie associée à la formulation directionnelle de l'EQR . . . . .	111
4.2	Géométrie associée à la formulation surfacique de l'EQR . . . . .	112
4.3	Illustration de l'algorithme du lancer de rayons distribué . . . . .	119
4.4	Illustration de l'algorithme du tracer de chemins . . . . .	119
4.5	Illustration de l'algorithme du lancer de photons . . . . .	121
4.6	Illustration de l'algorithme du tracer de chemins bidirectionnel . . . . .	121
4.7	Deux simulations sous ROL utilisant deux modules de rendu différents . . . . .	127
4.8	Le logiciel de modélisation de FDRB . . . . .	128
4.9	Les nœuds gérant les matériaux dans ROL . . . . .	129
4.10	Le nœud gérant un milieu participant dans ROL . . . . .	129
4.11	Différentes reconstruction de spectres à partir de la projection sur une base d'ondelettes : réflectance Light Skin et illuminant CIE D65 en valeur relative . . . . .	133
4.12	Reconstruction pour différents taux de compression : luminance du sable et émissivité d'une peinture mesurées à l'ONERA . . . . .	134
4.13	FDRB de la toile, du plastique, du velours, et du mélaminé compressée à 10 :1 et appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons . . . . .	134
4.14	FDRB du plastique appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons, de gauche à droite : FDRB non compressée, à 10 :1, compressée à 20 :1, à 50 :1 . . . . .	135
4.15	FDRB du velours appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons, de gauche à droite : FDRB non compressée, compressée à 10 :1, à 20 :1, à 50 :1 . . . . .	135
4.16	Lancer de rayon spectral sur un canapé avec deux FDRB (16 :1) et deux directions d'observation différentes, à gauche : FDRB isotrope de la toile, à droite : FDRB anisotrope du velours . . . . .	136
4.17	Lancer de rayon spectral sur le canapé avec un éclairage différent . . . . .	136
4.18	Lancer de rayon RVB sur le canapé avec la FDRB du velours (16 :1) . . . . .	137
4.19	FDRB du velours appliquée sur une sphère avec différentes méthodes d'interpolation, de gauche à droite : plus proche voisin, Monte Carlo, et interpolation barycentrique . . . . .	137
4.20	Distributions photométriques de trois luminaires réels (a, b, et c) . . . . .	138



4.21	Vues 3D à longueur d'onde fixée de trois fonctions de phase normalisées et utilisées pour le test du modèle par ondelettes. La couleur indique le niveau (vert=faible, rouge=élevé). Dans l'ordre diffusion de Rayleigh, et de Mie (hazy puis murky) . . . . .	139
4.22	Rendu de la Boîte de Cornell avec milieu participant. A gauche fonction de phase de Rayleigh, a droite fonction de phase de Mie, toutes deux compressées par ondelettes (16:1) . . . . .	140
4.23	Échantillonnage d'importance via représentation par ondelettes . . . . .	144
4.24	Les sphères de la scène utilisent une FDRB métallique de Phong : échantillonnage uniforme à gauche, analytique par importance au centre et par ondelettes à droite, 1000 rayons par pixel . . . . .	145
4.25	Les sphères de la scène utilisent une FDRB métallique de Phong : échantillonnage par ondelettes aux niveaux 0 (à gauche), 1 (au centre) et 2 (à droite), 1000 rayons par pixel . . . . .	146
4.26	Les sphères de la scène utilisent la FDRB mesurée du PVC : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 512 rayons par pixel . . . . .	146
4.27	Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 128 rayons par pixel . . . . .	147
4.28	Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel . . . . .	147
4.29	Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB spectrales mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel, rendu spectral . . . . .	149
4.30	Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB spectrales mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel, rendu RVB . . . . .	150
4.31	Éclairage à partir de la description d'un luminaire réel, à gauche : solution de référence (tracer de chemin), au centre : points d'impact initiaux des photons pour un échantillonnage uniforme de la source, à droite : points d'impact initiaux des photons pour un échantillonnage par ondelettes . . . . .	151
4.32	Solution en lancer de photons pour un échantillonnage uniforme (à gauche) et par ondelettes (au centre) de la FDE montrée à droite . . . . .	151
4.33	Lancer de photons spectral sur la boîte de Cornell, à gauche : information spectrale complète pour chaque photon, au centre : 10%, à droite : 5% . . . . .	154
4.34	Erreur pixel à pixel pour un taux de compression de 90% (à gauche) et 95% (à droite), la luminosité en niveau de gris de chaque pixel est multipliée par un facteur 25 pour une meilleure visibilité . . . . .	155
A.1	Signal discret original . . . . .	161
A.2	Signal moyen et détails . . . . .	162
A.3	Les différentes étapes de la transformée par ondelettes du signal . . . . .	162

A.4	Signal transformé . . . . .	162
A.5	Quelques ondelettes . . . . .	163
A.6	Échantillonnage temps-fréquence de la transformée discrète . . . . .	165
A.7	Fonctions d'échelle de Haar de $V_2$ . . . . .	170
A.8	Fonctions d'ondelettes de Haar de $W_1$ . . . . .	170
A.9	Projection du signal sur $V_3$ . . . . .	170
A.10	Projection du signal sur $V_0, W_0, W_1, W_2$ . . . . .	171
A.11	Fonctions de base des espaces $V_0, W_0, W_1, W_2$ . . . . .	171
B.1	Angle solide sustenté par un objet . . . . .	177
B.2	Angle solide sustenté par une surface infinitésimale . . . . .	177
B.3	Efficacité spectrale de l'oeil humain d'après la CIE [Com71] . . . . .	179
B.4	Schéma simplifié de la structure de l'oeil (coupe horizontale à gauche) et de la rétine (à droite) . . . . .	181
B.5	Sensibilité spectrales des différents types de cônes . . . . .	181
B.6	Courbes $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \text{ et } \bar{z}_\lambda$ . . . . .	182
B.7	Plan des couleurs visibles dans l'espace XYZ . . . . .	182
B.8	Diagramme de chromaticité (données CIE 1931) . . . . .	183
C.1	Inversion numérique . . . . .	190
C.2	Illustration de la méthode de réjection . . . . .	191
1	Lancer de rayon spectral sur un canapé avec deux FDRB (32 :1) et deux directions d'observation différentes, à gauche : FDRB isotrope de la toile, à droite : FDRB anisotrope du velours . . . . .	195
2	Lancer de rayon spectral sur le canapé avec un éclairage différent . . . . .	196
3	Lancer de rayon RVB sur le canapé avec la FDRB du velours (32 :1) . . . . .	196
4	FDRB de Phong, échantillonnage uniforme, analytique par importance et par ondelettes, 1000 rayons par pixel . . . . .	197
5	FDRB de Phong, échantillonnage par ondelettes aux niveaux 0,1 et 2, 1000 rayons par pixel . . . . .	198
6	FDRB du PVC, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 512 rayons par pixel . . . . .	199
7	Scène d'intérieur, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 128 rayons par pixel . . . . .	200
8	Scène d'intérieur, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel . . . . .	201
9	Scène d'intérieur : échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel, rendu spectral . . . . .	202
10	Scène d'intérieur : échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel, rendu RVB . . . . .	203

# Liste des tableaux

1.1	Ordre et nombre de coefficients associés pour les polynômes de Zernike dans le modèle de Koenderink . . . . .	22
3.1	Énumération des différents cas de tests pour l'évaluation du modèle par ondelettes . . . . .	74
3.2	Rapport de compression et erreurs relatives de modélisation correspondantes à longueur d'onde fixée (en pour cent) . . . . .	80
3.3	Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour deux FDRB virtuelles de Lewis . . . . .	81
3.4	Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour des mesures spectrales (en pour cent) . . . . .	83
3.5	Erreur relative de modélisation pour la FDRB du plastique avec un seuil de compression global puis local . . . . .	84
3.6	Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour des FDRB anisotropes à longueur d'onde fixée (650nm) . . . . .	85
3.7	Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour la FDRB anisotrope spectrale du velours . . . . .	86
3.8	Erreur de modélisation sans et avec compression générique, FDRB isotrope . . . . .	87
3.9	Erreur de modélisation sans et avec compression générique, FDRB anisotrope . . . . .	88
3.10	Erreurs de modélisation pour le jeu de mesure original (exempt de bruit) et les deux cas choisis . . . . .	94
3.11	Erreurs de modélisation pour le bruit multiplicatif . . . . .	96
3.12	Erreurs de modélisation pour un seuil global et local . . . . .	98
3.13	Erreurs de modélisation pour le bruit additif . . . . .	99
3.14	Angle spectral pour $\theta_i = 60^\circ$ , $\theta_r = 85^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ . . . . .	100
3.15	Étude de l'influence de la taille des bandes sur l'occupation mémoire et les temps d'accès aux données . . . . .	102
3.16	Le coût mémoire réel du modèle pour les FDRB isotropes . . . . .	103
3.17	Le coût mémoire réel du modèle pour les FDRB anisotropes . . . . .	104

3.18	Temps moyen de reconstruction d'une valeur pour les FDRB isotropes . . . . .	105
3.19	Temps moyen de reconstruction d'une valeur pour les FDRB anisotropes . . . . .	105
3.20	Temps moyen de reconstruction d'une valeur de FDRB comparés entre harmoniques sphériques et ondelettes . . . . .	106
3.21	Temps de construction du jeu compressé comparés entre harmoniques sphériques et on- delettes . . . . .	107
4.1	Comparaison des algorithmes d'illumination globale les plus connus en se basant sur la grammaire des chemins lumineux . . . . .	124
4.2	Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des spectres standards en synthèse d'images en utilisant les 16, 8, et 4 plus importants coefficients d'ondelettes	131
4.3	Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des spectres mesurés à l'ONERA pour différents rapports de compression . . . . .	132
4.4	Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des FDE spectrales virtuelles . . . . .	138
4.5	Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des fonctions de phase à longueur d'onde fixée . . . . .	140
4.6	Comparaison quantitative pour la FDRB métallique de Phong . . . . .	143
4.7	Comparaison quantitative pour la scène d'intérieur . . . . .	148
4.8	Temps pour quelques calculs spectraux effectués sur une FDRB non compressée ou com- pressée . . . . .	153
4.9	Résultats quantitatifs pour une carte de photons utilisant des spectres compressés . . . . .	155
B.1	Termes radiométriques . . . . .	179
B.2	Termes photométriques . . . . .	180
B.3	Valeurs photométriques typiques . . . . .	180
B.4	Quelques systèmes d'affichage et les coordonnées xy de leurs phosphores . . . . .	184

# Table des symboles

Symbole	Définition
$\mathcal{N}$	Ensemble des entiers naturels
$\mathcal{R}$	Ensemble des nombres réels
$\mathcal{H}_+^2$	Hémisphère unitaire supérieur à un point
$\mathcal{H}_-^2$	Hémisphère unitaire inférieur à un point
$\mathcal{S}^2$	Domaine sphérique unitaire autour d'un point
$\mathcal{S}_T^2$	Subdivision sphérique unitaire
$T_j^i$	Triangle de la subdivision sphérique au niveau $j$
$n, \vec{N}$	Normale locale à une surface
$\omega_i, \vec{L}$	Direction d'incidence, d'éclairement ou d'entrée
$\omega_r, \vec{V}$	Direction de réflexion, d'observation ou de sortie
$\vec{H}$	Pseudo-normale ou vecteur bissecteur, $\vec{H} = \frac{\vec{L} + \vec{V}}{2}$
$\Omega_i$	Angle solide incident
$\Omega_r$	Angle solide sortant
$\mathcal{H}_i^2$	Hémisphère unitaire d'incidence $\{\omega_i   \omega_i \in \mathcal{H}^\epsilon\}$
$\mathcal{H}_r^2$	Hémisphère unitaire de réflexion $\{\omega_r   \omega_r \in \mathcal{H}^\epsilon\}$
$\mathcal{S}_i^2$	Sphère unitaire d'incidence $\{\omega_i   \omega_i \in \mathcal{S}^\epsilon\}$
$\mathcal{S}_r^2$	Sphère unitaire de réflexion $\{\omega_r   \omega_r \in \mathcal{S}^\epsilon\}$
$L_i$	Luminance incidente à un point
$L_r$	Luminance réfléchie depuis un point
$L_t$	Luminance transmise depuis un point
$L_e$	Luminance émise depuis un point
$f_r$	Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle (FDRB)
$f_t$	Fonction de Distribution de la Transmittance Bidirectionnelle (FDTB)
$f_e$	Fonction de Distribution de l'Emittance (FDE)

Symbole	Définition
$p$	Fonction de Phase ou fonction de densité de probabilité (fdp)
$P$	Loi de probabilité ou fonction de répartition
$Q$	Energie
$\Phi$	Flux
$\rho$	Réfectance
$R$	Facteur de réflectance
$E$	Eclairement reçu en un point
$I$	Intensité
$B$	Fonction de radiosité
$K$	Facteur de forme généralisé entre deux éléments de surface
$F$	Facteur de forme simple entre deux éléments de surface
$W$	Fonction potentiel
$\theta_i, \theta_s$	Angle zénithal incident
$\theta_r, \theta_v$	Angle zénithal de réflexion
$\phi$	Azimut relatif $\phi =  \phi_r - \phi_i $
$\phi_i, \phi_s$	Angle azimutal incident
$\phi_r, \phi_v$	Angle azimutal de réflexion
$\alpha$	Angle zénithal de la pseudo-normale
$\beta$	Angle entre pseudo-normale et direction d'incidence
$V$	Efficacité spectrale de l'oeil humain

# Table des acronymes

Acronyme	Définition
<i>FDRB</i>	Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle
<i>FDTB</i>	Fonction de Distribution de la Transmittance Bidirectionnelle
<i>FDE</i>	Fonction de Distribution de l'Emittance
<i>Fddb</i>	Fonction de Distribution de la Diffusion Bidirectionnelle
<i>FDRSSB</i>	Fonction de Distribution de la Réflectance Sous-Surfacique Bidirectionnelle
<i>FRB</i>	Facteur de Réflectance Bidirectionnel
<i>DPS</i>	Distribution de Puissance Spectrale
<i>RVB</i>	Rouge-Vert-Bleu
<i>TSL</i>	Ton-Saturation-Luminosité
<i>f<sub>dp</sub></i>	Fonction de densité de probabilité
<i>d<sub>pc</sub></i>	Densité de probabilité cumulée
<i>EQR</i>	Equation du Rendu
<i>EQTR</i>	Equation du Transfert Radiatif
<i>IRIT</i>	Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
<i>ONERA</i>	Office National d'Etude et de Recherche Aérospatiales
<i>DOTA</i>	Département Optique Théorique et Appliquée
<i>UPS</i>	Université Paul Sabatier





# Introduction

La synthèse d'images réalistes poursuit sa quête de la construction et de la représentation d'un monde 3D virtuel, simulé sur ordinateur, aussi proche que possible du monde réel. Cette représentation requiert la compréhension de l'interaction entre la lumière et la matière d'une part, et de la perception que l'homme en a d'autre part.

Les aspects perceptifs ont été peu étudiés pour l'instant dans le domaine de la synthèse d'images où a été privilégiée la rigueur physique des simulations. Un grand pas de formalisation a été réalisé dans ce sens au cours des vingt dernières années, initié par l'équation du rendu de Kajiya [Kaj86], pour aboutir au concept de l'illumination globale. Depuis lors, le problème à résoudre est clairement posé et défini pour la plupart des phénomènes observables. De nombreuses méthodes de résolution ont été proposées, depuis les premières approches empiriques, comme le lancer de rayons de Whitted [Whi80], jusqu'à des méthodes très rigoureuses d'un point de vue mathématique et physique comme la radiativité [GTGB84]. Reste que la façon de le résoudre soulève encore de nombreuses interrogations et impose de nombreuses limitations.

Néanmoins toute méthode de résolution, aussi précise soit-elle, doit disposer d'informations correctes en entrée. Pour le calcul de l'éclairage, une grande qualité dans la description géométrique de la scène est nécessaire, ainsi que dans la description des propriétés physiques caractérisant les matériaux de la scène 3D. C'est ainsi que les premières images de synthèse furent qualifiées d'artificielles, la description géométrique et physique des surfaces étant trop sommaires pour paraître plausibles par rapport à la réalité. De plus, les paramètres locaux, comme le coefficient de réflexion sur une surface, ont une influence globale sur l'éclairage de la scène à cause des phénomènes d'interréflexions. Il est donc indispensable de disposer d'un modèle reproduisant fidèlement le comportement réel d'un matériau ou d'une surface vis à vis de la réflexion lumineuse.

De ce point de vue, mes travaux de recherche se situent à la croisée de trois domaines qui sont la physique, l'informatique, et le traitement du signal. La physique nous apporte une définition rigoureuse des grandeurs radiométriques, des équations régissant les transferts énergétiques dans une scène 3D, ainsi que des moyens de mesure des propriétés optiques. L'informatique, et plus particulièrement le rendu réaliste, se propose de développer des représentations optimales pour les données et des méthodes de résolution efficaces pour les équations. Pour finir le traitement du signal permet d'appliquer les théories

mathématiques au monde discret des machines. Le fait de devoir fréquenter et apprendre de ces trois communautés a été très enrichissant et source d'une grande satisfaction. Néanmoins les différences de vocabulaire m'ont aussi causé de nombreux problèmes. Dans cette thèse le parti pris est d'utiliser le vocabulaire de mon domaine, qui est la synthèse d'images, mais en essayant de préciser les abus ou différences de langage, de vision, et d'objectifs par rapport à la télédétection ou la physique en général.

Les trois premiers chapitres du manuscrit sont exclusivement consacrés à la Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle (FDRB). Cette distribution caractérise la réflexion lumineuse sur une surface, et a été l'objet principal de mon travail. L'application majeure visée par cette thèse est de synthétiser des images réalistes en prenant en compte le comportement directionnel et spectral des matériaux composant la scène grâce à la FDRB des surfaces de cette dernière. Les FDRB sont modélisées numériquement à partir de jeux de mesures. En effet la FDRB ne peut souvent être simulée de façon réaliste qu'au prix de calculs coûteux, et la mesure reste encore le moyen privilégié d'accéder à sa connaissance. L'aspect "physique" de mes travaux consiste donc à utiliser des données réelles mesurées, et non à créer un nouveau modèle physique de FDRB, dont est déjà largement pourvue la communauté scientifique. L'idée générale est d'adapter le jeu de mesures grâce à une modélisation numérique pour faciliter et optimiser son utilisation dans la simulation d'images. L'intérêt principal d'un tel modèle est d'être *universel* car ne reposant sur aucune hypothèse ou théorie physique sous-jacente. De par cette propriété et sa méthode de construction générique que j'introduirai, il se prête par ailleurs naturellement à la représentation d'autres termes radiométriques directionnels et/ou spectraux.

Je débute le premier chapitre par la définition de la FDRB, la présentation de ses propriétés physiques, puis j'introduis une typologie possible des différents modèles existants. Je finis ce premier chapitre par quelques exemples représentatifs de modèles de FDRB.

Dans le deuxième chapitre j'explique la construction d'un nouveau modèle numérique de FDRB à base d'ondelettes. En premier lieu je détaille les objectifs et la problématique, puis justifie le choix de la voie numérique, et plus particulièrement des ondelettes, en lieu et place d'une modélisation analytique. Je consacre un paragraphe à un état de l'art critique des techniques de modélisation par ondelettes déjà existantes. Puis je détaille la démarche utilisée pour bâtir ce nouveau modèle en insistant sur ses avantages par rapport aux autres méthodes. Son principal apport est la décomposition de la FDRB en un aspect directionnel et un aspect spectral qui permet l'optimisation de la compression et de nombreux calculs, ainsi qu'une grande flexibilité, grâce à une approche générique de la transformée par ondelettes. Cette décomposition structurelle de la FDRB en deux aspects n'est en aucun cas une restriction théorique du modèle, mais plutôt une façon particulière de représenter la transformée par ondelettes (qui est appliquée séparément sur la composante directionnelle et spectrale). Mais une fois transformée, la FDRB conserve sa complexité initiale, mêlant les aspects directionnels et spectraux.

Le troisième chapitre consiste en l'évaluation du modèle tant du point de vue "physique" (erreur de modélisation, robustesse et interpolation) que du point de vue "informatique" (temps de calcul et coût mémoire). L'évaluation a lieu en plusieurs étapes pour la phase physique. Premièrement, par comparaison

---

avec l'unique modèle de FDRB numérique basé sur les ondelettes existant et développé par Lalonde [LF97a]. Je montre l'amélioration sensible apportée par mon modèle notamment grâce à un meilleur rapport entre taux de compression et taux d'erreur. La deuxième étape consiste en une comparaison de mon modèle par ondelettes avec des modèles analytiques empiriques ou théoriques simples estimés sur un même jeu de mesures. Il s'agit d'un test de *non-régression*, i.e. s'assurer que le modèle par ondelettes permet d'obtenir des performances au moins aussi bonnes que les modèles standards. Cette étape ne peut se réaliser qu'à longueur d'onde fixée à cause de l'absence de modèles analytiques appréhendant le comportement spectral de la FDRB. Troisièmement, en évaluant l'évolution de l'erreur de modélisation en fonction du taux de compression pour chaque classe de FDRB : isotrope ou anisotrope et à longueur d'onde fixée ou spectrale. La plupart des FDRB utilisées proviennent de mesures physiques réalisées à l'ONERA. Les autres proviennent de simulations lorsque les données réelles sont insuffisantes ou inexistantes pour le cas concerné. Enfin, l'impact d'un bruit de mesure additif et multiplicatif sera étudié en détail, à partir d'un jeu de mesures synthétique exempt de bruit, sur l'erreur de modélisation en fonction du taux de compression. Il s'agira ici d'étudier la *sensibilité* du modèle au bruit de mesure.

La phase informatique est, elle, découpée en deux parties. Premièrement, l'étude du gain mémoire réel obtenu sur le stockage des jeux de mesures en fonction du taux de compression pour chaque cas de FDRB. Deuxièmement, l'évaluation de la vitesse du modèle pour calculer la valeur de la FDRB, ainsi qu'une comparaison de performances avec une approche à base d'harmoniques sphériques (solution alternative pour la représentation de fonctions directionnelles).

Dans le quatrième chapitre j'étudie l'application de mon modèle au domaine du rendu réaliste, non seulement pour la modélisation de mesures de FDRB mais aussi pour les autres caractéristiques physiques décrites par des fonctions de distribution et utiles en synthèse d'images. L'apport du modèle dans ce contexte est de fournir une interface unifiée pour la manipulation de tous ces termes utiles au sein de codes de transfert radiatif. Je présente ensuite un algorithme que j'ai développé permettant l'optimisation de la résolution du problème de l'illumination globale par la méthode de Monte Carlo grâce à l'aspect multirésolution du modèle de FDRB par ondelettes. Un schéma d'échantillonnage par importance réduisant la variance inhérente à cette méthode est décrit et ses performances évaluées. Enfin, l'optimisation de divers calculs spectraux effectués dans l'espace des ondelettes est démontrée.

Je conclus en synthétisant les résultats de mes travaux et en proposant les perspectives qui me semblent les plus prometteuses.

En annexe une introduction à la théorie des ondelettes est proposée pour le lecteur qui n'est pas familier avec la notion d'ondelette. De même, une introduction à la radiométrie, photométrie et colorimétrie, briques de base du langage "physique" utilisé dans cette thèse est proposée. Pour finir, la technique de Monte Carlo, utilisée pour le calcul de l'éclairage, est aussi présentée.



# Chapitre 1

## Définition, Propriétés, et Modèles de la FDRB

La Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle (FDRB) est une grandeur importante dans des domaines aussi divers que l'infographie, la télédétection, ou l'optique des surfaces. Si originellement elle ne fit son apparition dans le domaine de la synthèse d'images qu'au sein du problème de l'illumination globale, elle pénètre aujourd'hui dans le monde du rendu temps réel, grâce à la puissance grandissante des cartes graphiques 3D, afin d'augmenter le réalisme des scènes.

Mais l'interaction entre la lumière et la matière est un problème d'une complexité élevée que l'on ne sait pas résoudre en général. Cette interaction est fondamentalement expliquée par la mécanique quantique <sup>1</sup>. Néanmoins pour des applications en télédétection ou en synthèse d'images, les processus macroscopiques décrits par le transfert radiatif sont suffisants.

La FDRB, telle qu'elle est utilisée dans le domaine de la synthèse d'images, est une grandeur macroscopique servant à caractériser la réflexion lumineuse sur la surface d'un objet supposée homogène, lisse <sup>2</sup>, et dont la micro-structure est indiscernable à l'oeil nu. De plus, la taille des objets de la scène est très grande devant la taille d'un pixel d'une image calculée, i.e. les pixels sont eux aussi supposés homogènes. En télédétection la tâche est plus délicate de par les différentes *échelles* qui rentrent en ligne de compte.

Premièrement l'éclairage, dont la gamme de fréquences ou longueurs d'onde est plus large qu'en synthèse d'images qui ne s'intéresse qu'au domaine visible. Deuxièmement l'échelle d'observation, restreinte généralement à l'oeil humain en synthèse d'images, qui est très variable en télédétection. Le capteur peut être un radiomètre de terrain, un radiomètre aéroporté, ou un satellite, et la résolution associée peut varier de quelques décimètres ou mètres à plusieurs kilomètres. Troisièmement l'échelle

---

<sup>1</sup>Je ne saurais conseiller meilleur livre que celui de Richard Feynman qui explicite de façon simple et claire la physique de la lumière [Fey85].

<sup>2</sup>La modélisation 3D des objets faisant intervenir les propriétés géométriques des surfaces de contour donne en effet accès directement au plan tangent et à la normale locale d'un élément de surface.

spatiale des constituants de la scène étudiée, est très différente pour des environnements terrestres (aérosols, feuilles, arbres, bâtiments, champs, etc.). Ces trois propriétés sont interdépendantes, c'est à dire que pour une échelle spatiale donnée, selon la longueur d'onde considérée et l'échelle d'observation, il sera plus judicieux d'utiliser tel ou tel modèle ou théorie physique. Il est en fait possible de s'intéresser à un matériau à n'importe quelle échelle du moment que *les éléments le constituant sont indiscernables du point de vue du capteur*. Ainsi on peut parler de la FDRB d'un sol ou d'une forêt pour un satellite. Tout cela explique le grand nombre de modèles existants, chacun adapté à un cas bien précis.

## 1.1 Définition

D'une manière intuitive la Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle décrit la réflexion d'une onde lumineuse sur une surface. La définition radiométrique initiale fut introduite par Nicodemus [NRH<sup>+</sup>77]. Pour une direction *incidente* ou d'*éclairage*  $\omega_i$  et une direction de *réflexion* ou d'*observation*  $\omega_r$ <sup>3</sup>, la FDRB est le rapport de la luminance réfléchie en un point  $x$  d'une surface infinitésimale d'aire  $dA$  à l'éclairement incident à celle-ci. En général on exprime la FDRB dans le repère local à la surface qui est formé par la normale au point  $x$  et deux vecteurs tangents orthonormaux (Figure 1.1). Les directions sont repérées grâce à leurs coordonnées sphériques dans ce repère :

$$f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) = f_r(x, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, \lambda) = \frac{dL_r(x, \omega_r, \lambda)}{dE_i(x, \omega_i, \lambda)} = \frac{dL_r(x, \theta_r, \phi_r, \lambda)}{L_i(x, \theta_i, \phi_i, \lambda) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (1.1)$$

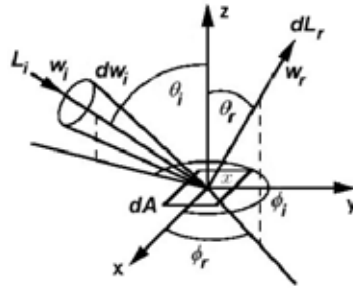


FIG. 1.1: Repère local à la surface d'un objet, z représente la normale locale

La FDRB caractérise la réflexion des surfaces, i.e. le comportement de matériaux qui réfléchissent une partie de l'énergie lumineuse incidente et absorbent ou transmettent le reste. Elle est donc définie sur l'hémisphère supérieure  $\mathcal{H}_+^2$  entourant le point  $x$ <sup>4</sup>. Néanmoins en définissant de la même manière une Fonction de Distribution de la Transmittance Bidirectionnelle (FDTB) [NRH<sup>+</sup>77] il est possible de caractériser des matériaux transparents. La FDTB est définie sur l'hémisphère inférieure  $\mathcal{H}_-^2$  au point  $x$ .

<sup>3</sup>On parle encore de direction d'entrée  $\omega_i$  et de direction de sortie  $\omega_r$ .

<sup>4</sup>Dans la suite de cette thèse on parlera simplement de l'hémisphère  $\mathcal{H}$  sans préciser qu'il s'agit du supérieur car on ne considèrera principalement que la FDRB.

Les deux fonctions peuvent être regroupées et n'en former qu'une seule définie sur la sphère  $\mathcal{S}$  entourant le point  $x$ , et permettant de caractériser des matériaux semi-transparents. On parle alors de Fonction de Distribution de la Diffusion Bidirectionnelle (FDDB). On se rapproche ici du concept de *fonction de phase* qui définit le comportement d'un *milieu participant* (composé non-surfacique de type gaz ou vapeur) vis à vis de la diffusion lumineuse [Gla95]. Si la FDRB caractérise les surfaces, la fonction de phase caractérise les volumes. Une approche de modélisation valable pour la FDRB pourrait naturellement s'étendre à la FDTB, la FDDB ou la fonction de phase, si elle n'est pas spécifique d'un point de vue physique.

Pour finir il faut signaler qu'en première approximation la FDRB suppose que l'énergie lumineuse incidente à un point  $x$  d'une surface est réfléchi depuis ce même point. En fait une fraction de la lumière pénètre généralement à l'intérieur de la matière, subit des réflexions au sein de la structure microscopique du matériau, et n'est réfléchi en dehors de la surface qu'en un point plus ou moins éloigné de  $x$ . Néanmoins si l'on considère ces phénomènes microscopiques comme étant parfaitement aléatoires, l'approximation du point unique est macroscopiquement exacte sous l'hypothèse d'un matériau homogène car l'énergie pénétrant dans la surface puis quittant celle-ci est distribuée de façon uniforme sur la surface. Pour une modélisation correcte de certains types de matériaux (translucides par exemple) une telle simplification est inadéquate. On introduit alors la Fonction de Distribution de la Réflectance Sous-Surfacique Bidirectionnelle (FDRSSB) [NRH<sup>+</sup>77] qui inclut ce décalage entre point incident et point de réflexion. Cette fonction n'a été utilisée que récemment en synthèse d'images du fait de sa complexité. On peut citer [JMLH01] [JB02] [DEJ<sup>+</sup>99] [HK93a] [PH00] qui sont tous des travaux se rapportant au problème de la diffusion lumineuse sous la surface d'un matériau.

## 1.2 Propriétés

### 1.2.1 Non-négativité

La FDRB est une valeur scalaire strictement positive :

$$\forall x, \omega_i, \omega_r, \lambda, \quad f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) > 0 \quad (1.2)$$

### 1.2.2 Réciprocité

La propriété de *réciprocité* remarquée par Helmholtz [CP85] indique que la réponse de la surface au flux lumineux est indépendante de la direction de ce dernier. Les directions d'éclairage et d'observation sont donc en quelque sorte "interchangeables", on a [Min41] :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, \lambda) = f_r(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i, \lambda) \quad (1.3)$$

Une conséquence pratique et sympathique de ce principe est la simplification des mesures. En effet il n'est plus utile de parcourir tout l'espace des directions mais seulement la moitié (azimut de 0° à 180°)

puisque l'autre partie s'en déduit [Sny98]. Néanmoins il faut souligner que ce critère de réciprocité ne s'applique, strictement, qu'au cas des surfaces lisses et homogènes. Il peut par exemple être enfreint pour un pixel qui contiendrait une portion de scène hétérogène. En synthèse d'images il est généralement imposé car les pixels sont homogènes, alors qu'en télédétection il n'est pas forcément vérifié et donc plutôt abusivement utilisé.

### 1.2.3 Conservation de l'énergie

Principe physique universel s'il en est, la conservation de l'énergie s'applique à la FDRB (si bien sûr l'on ne prend pas en considération les phénomènes énergétiques issus de la matière elle-même et capables d'émettre de la lumière comme la fluorescence). En intégrant sur toutes les directions d'éclairement et d'observation possibles, et en supposant  $\lambda$  fixé, on trouve :

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int \int_{\mathcal{H}_i^2 \mathcal{H}_r^2} f_r(\omega_i, \omega_r) L_i(\omega_i) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}{\int_{\mathcal{H}_i^2} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i} \leq 1$$

### 1.2.4 Plausibilité physique

En synthèse d'images, une FDRB respectant les trois propriétés précédentes (à valeur positive, réciprocité et conservation de l'énergie) est dite *physiquement plausible* [Lew93]. C'est à dire qu'elle respecte les grands principes physiques et peut être utilisée dans des algorithmes physiquement réalistes (radiosité ou simulation de Monte Carlo).

### 1.2.5 Réflectance, facteur de réflectance et FDRB

On définit la *réflectance bidirectionnelle*  $\rho$  de la surface comme le rapport entre le flux incident à la surface dans un angle solide  $\Omega_i$  et le flux réfléchi par la surface dans un angle solide  $\Omega_r$ . La réflectance est donc une grandeur sans dimension, et d'une façon formelle on écrira en supposant  $\lambda$  fixé :

$$\rho(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{d\Phi_r(\Omega_r)}{d\Phi_i(\Omega_i)} = \frac{\int_{\Omega_r} L_r(\omega_r) \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

De l'équation 1.1 reliant FDRB et luminance réfléchie on tire :

$$\rho(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{\int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\omega_i, \omega_r) L_i(\omega_i) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (1.4)$$

En fait la définition de la réflectance laisse deux variables libres, qui sont les angles solides incident et de réflexion. On a étendu le concept de réflectance en permettant même à ces angles solides de se réduire à une seule direction. Aux trois configurations géométriques possibles des faisceaux lumineux incidents



et sortants : direction, angle solide fini, et hémisphère, sont associées trois dénominations de réflectance : directionnelle, conique, et hémisphérique. Ainsi on obtient neuf types de réflectance possibles suivant le domaine d'intégration choisi (voir Figure 1.2). Souvent, par hypothèse, on considère un rayonnement







	$\omega_i$ 	$\Omega_i$ 	$2\pi$ 
$\omega_i$ 	$\rho(\omega_i, \omega_i)$	$\rho(\omega_i, \Omega_i)$	$\rho(\omega_i, 2\pi)$
$\Omega_i$ 	$\rho(\Omega_i, \omega_i)$	$\rho(\Omega_i, \Omega_i)$	$\rho(\Omega_i, 2\pi)$
$2\pi$ 	$\rho(2\pi, \omega_i)$	$\rho(2\pi, \Omega_i)$	$\rho(2\pi, 2\pi)$

FIG. 1.2: Les différentes formes de réflectance

incident isotrope et constant (en champ lointain), d'où :

$$\rho(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{\int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\omega_i, \omega_r) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}{\int_{\Omega_i} \cos \theta_i d\omega_i} = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\omega_i, \omega_r) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r \quad (1.5)$$

Dans ce cas précis, on peut déduire les différentes valeurs de réflectance par intégration de la simple FDRB. Mais dans le cas plus général (champ proche), on ne peut simplifier la luminance incidente dont dépend  $\rho$ . Ce calcul de réflectance doit donc être fait pour chaque point de la surface et ne peut-être pré-calculé auparavant.

Deux quantités sont particulièrement importantes. Tout d'abord la réflectance hémisphérique-hémisphérique  $\rho(2\pi, 2\pi)$ , appelée couramment réflectance et simplement notée  $\rho$ , qui fournit le rapport entre l'énergie réfléchi par la surface et l'énergie reçue par celle-ci. Mais aussi la réflectance directionnelle-hémisphérique  $\rho(\omega_i, 2\pi)$ , appelée couramment réflectance directionnelle, qui fournit le rapport entre l'énergie réfléchi par la surface dans tout l'hémisphère de sortie et l'énergie reçue par celle-ci pour une direction  $\omega_i$  fixée.

On définit le *Facteur de Réflectance Bidirectionnel* (FRB) comme le rapport entre le flux réellement réfléchi par la surface dans un angle solide  $\Omega_r$  et le flux qui aurait été réfléchi dans les mêmes conditions d'éclairage et d'observation par une surface parfaitement diffuse (voir section 1.5.1). En supposant  $\lambda$  fixé, on écrira :

$$R(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{d\Phi_r(\Omega_r)}{d\Phi_r^{diffuse}(\Omega_r)} = \frac{dA \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\omega_i, \omega_r) L_i(\omega_i) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}{\frac{dA}{\pi} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} L_i(\omega_i) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}$$

De la même manière qu'il existe neuf réflectances différentes, il existe neuf FRB selon les configurations géométriques choisies : direction, angle solide fini, hémisphère. Dans le cas d'un éclairage incident isotrope et constant on a :

$$R(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{\pi}{\Omega_i \Omega_r} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\omega_i, \omega_r) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r \quad (1.6)$$

Très souvent, et par souci de simplicité, le qualificatif bidirectionnel est omis pour la réflectance et le facteur de réflectance, auxquels on préfère adjoindre ceux qui se rapportent à la configuration géométrique de définition.

### 1.2.6 Isotropie et anisotropie

Une FDRB dépend généralement angulairement de quatre variables. Cela implique que n'importe quelle rotation de la surface autour de la normale locale (ou de manière équivalente de l'éclairage ou de l'observateur) va modifier l'intensité de l'énergie lumineuse réfléchie et donc l'aspect visuel. En fait l'on constate que pour de nombreuses surfaces industrielles (plastique, métal, peintures, etc.) au contraire des surfaces naturelles :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, \lambda) = f_r(\theta_i, 0, \theta_r, |\phi_r - \phi_i|, \lambda) = f_r(\theta_i, \theta_r, \phi = |\phi_r - \phi_i|, \lambda) \quad (1.7)$$

D'un point de vue mathématique il faut répondre à certaines conditions pour pouvoir écrire une FDRB sous une forme *isotrope* [Noe99] :

$$\frac{df_r}{d\phi_i} + \frac{df_r}{d\phi_r} = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{df_r}{d\phi_i}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{df_r}{d\phi_i}(\theta_i, \phi_r, \theta_r, \phi_i) \quad (1.9)$$

Dans ce cas, la FDRB de la surface est invariante par changement d'orientation de celle-ci. Dans le cas plus général on parlera de FDRB *anisotrope*<sup>5</sup>. DeYoung [DeY96] examina comment déterminer si une

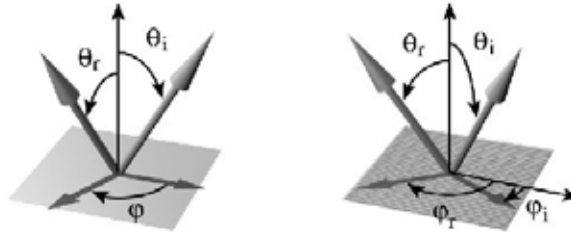


FIG. 1.3: Angles utiles pour une FDRB isotrope (à gauche) et anisotrope (à droite)

FDRB mesurée est isotrope, et démontra comment forcer un jeu de mesure à posséder cette propriété. Il s'agit ici d'un cas particulier de FDRB qui permet une modélisation simplifiée (coûts mémoire et de calcul).

<sup>5</sup>En synthèse d'images, et par abus de langage, on parle indifféremment de surface ou de FDRB isotrope et anisotrope car les deux concepts sont confondus : à chaque surface correspond sa FDRB en tant que donnée (elle n'est pas calculée). En télédétection on différencie clairement surface et FDRB.

### 1.2.7 Séparabilité

Il est assez courant, notamment en synthèse d'images, de considérer la FDRB comme un effet cumulé de plusieurs phénomènes agissant de concert. La réflexion lumineuse peut en effet le plus souvent se décomposer en deux termes bien identifiables [DGA02] : un terme représentant les réflexions provenant de l'intérieur même de la matière (phénomènes microscopiques) et un terme représentant la réflexion lumineuse à l'interface (voir Figure 1.4). Le premier est une réflexion diffuse alors que le second est du type réflexion de Fresnel ou phénomène de diffraction (dû à la structure rugueuse de la surface).

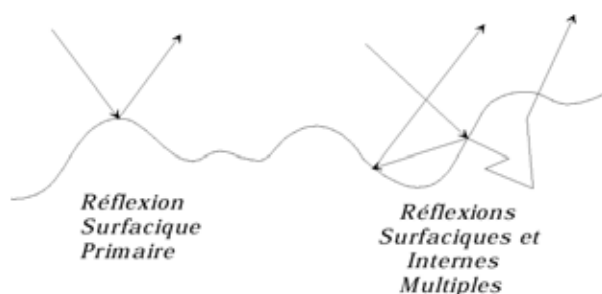


FIG. 1.4: Deux phénomènes de réflexion : de type spéculaire (à gauche) et de type diffuse (à droite)

Le plus souvent on modélise la FDRB comme une combinaison linéaire de ces deux termes. Pourtant Shirley [Shi90] a montré que la pondération ne peut en fait être simplement linéaire mais doit dépendre de l'angle d'incidence. En effet tout matériau présente un comportement de plus en plus spéculaire pour des incidences rasantes (Figure 1.5).



Augmentation de la réflexion spéculaire pour les angles rasants

FIG. 1.5: Augmentation de la réflectivité d'un matériau pour les angles rasants

©P. Shirley/Cornell University Program of Computer Graphics

Un autre terme est parfois introduit afin de modéliser la *rétro-diffusion*. Il s'agit d'un phénomène purement géométrique qui est assez important pour des surfaces naturelles et rugueuses. Pour une surface définie par une micro-géométrie on remarque en effet que si l'observateur est situé dans le même axe que la direction d'éclairage, toutes les parties de la surface observée sont illuminées. Sinon certaines parties de la surface sont situées dans l'ombre, et donc l'intensité lumineuse réfléchie est moins importante (Figure 1.6). De nombreux modèles utilisent un calcul théorique pour déterminer la portion de surface dans l'ombre et moduler ainsi la valeur de la FDRB. Dans le cas de modèles physiques basés sur des méthodes de Monte Carlo, et calculant la FDRB à partir d'une description de la surface, ce phénomène est automatiquement pris en compte et ne requiert pas de traitement spécifique séparé.



FIG. 1.6: Phénomène de rétro-diffusion ou hot-spot causé par le masquage et l'ombrage dû à la micro-géométrie de la surface

## 1.3 Mesures

### 1.3.1 Généralités sur les mesures

La FDRB est un concept théorique utile, mais le fait qu'elle soit une *distribution* d'un point de vue mathématique <sup>6</sup> implique que l'on ne puisse pas réellement la mesurer. En effet, la FDRB est définie pour des quantités infinitésimales : la surface considérée, l'angle solide incident, et la taille du détecteur. Or dans la réalité, toutes ces grandeurs sont finies. En fait, on mesure généralement un FRB car l'étalonnage de l'appareil de mesure se fait par rapport à une surface supposée diffuse, spectralement plate et de réflectance connue (même si cette surface hypothétique n'existe pas en réalité). La taille de l'échantillon dépend principalement de la longueur d'onde du rayonnement. L'angle solide incident est surtout choisi en fonction de la spécularité de la surface. Pour une surface spéculaire il doit être plus faible que pour une surface diffuse. Enfin, il existe trois alternatives pour la relation entre la partie illuminée de l'échantillon et le champ de vue du détecteur. Premièrement, le champ de vue contient toute la partie illuminée (et éventuellement plus). Deuxièmement, le champ de vue est entièrement rempli par une zone de la partie illuminée. Troisièmement, une combinaison des deux solutions précédentes : la première quand la direction d'observation est proche de la normale à l'échantillon et la seconde quand elle en est très lointaine. Ce dernier cas est généralement à proscrire pour des problèmes de calibration et d'erreur de mesure plus importants. Toutes ces considérations sont explicitées et résumées clairement dans [BDW80].

La mesure d'une propriété optique est par ailleurs une tâche toujours délicate. La synthèse d'images utilise trop souvent des données physiques sans mesurer vraiment la complexité sous-jacente et les problèmes réels rencontrés liés à la dynamique, au bruit et à la précision. On suppose qu'en disposant des caractéristiques optiques de tous les matériaux d'une scène, un rendu très réaliste est possible. C'est certainement vrai *dans l'absolu*, mais c'est aussi oublier que l'obtention de ces données entraîne la plupart du temps des coûts prohibitifs ; ou alors est même impossible (par exemple une caractérisation précise des sources lumineuses qui donne lieu à de nombreuses recherches à l'heure actuelle).

Par abus de langage en synthèse d'images, il est couramment admis de dire que l'on mesure une FDRB ou que l'on dispose d'une FDRB mesurée quand bien même il s'agit en fait d'un FRB. Dans la suite de ce manuscrit je parlerai donc de mesure de FDRB et de FDRB mesurée par souci de commodité

<sup>6</sup>Car elle mesure en fait la densité de réflectance par angle solide.

et de simplicité.

### 1.3.2 Moyens de mesure

Les résultats d'une mesure de FDRB présentent un aspect universel (du type sextuplet) fournissant la valeur de FDRB mesurée pour une configuration donnée :

$$(\lambda, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, f_r(\lambda, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi))$$

Néanmoins différents moyens peuvent être mis en œuvre pour mesurer, effectivement, la FDRB selon l'échelle d'observation choisie. Par exemple un système soleil-satellite permet d'accéder à la FDRB<sup>7</sup> de grandes cibles naturelles comme des surfaces désertiques ou de la végétation (Figure 1.7). Dans ce cas, le système utilise la rotation des éléments cibles, source et détecteur (terre, soleil, satellite) pour mesurer les différentes configurations possibles.

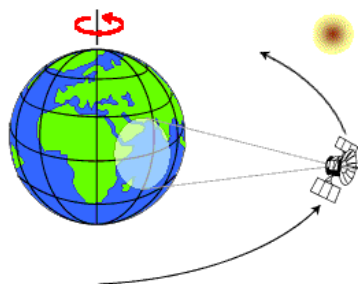


FIG. 1.7: Principe du goniomètre via système satellite

En général, pour des cibles artificielles, un appareillage plus simple, plus léger et moins onéreux s'impose. Un système rotatif permet de faire pivoter une source lumineuse et un capteur placés sur un système d'arceaux autour d'une zone cible (de quelques centimètres) recevant un échantillon de matériau. La source peut être incohérente (lampe, résistance) ou cohérente (laser). Certains dispositifs n'ont pas de source autonome et s'utilisent donc en extérieur<sup>8</sup> (Figure 1.8).

Les dispositifs automatiques sont habituellement contraints et interdisent certaines directions pour des raisons purement mécaniques ou géométriques. Il est par exemple souvent impossible de mesurer dans la direction de rétro-diffusion (ocultation source-détecteur) ou pour des angles rasants (la surface visée n'est plus la même).

D'une manière générale, les moyens de mesure de FDRB en France sont relativement importants. Tout le domaine spectral de l'ultraviolet à l'infrarouge est couvert, et particulièrement bien entre 0.4 et 1 micronmètre grâce aux bancs à source laser (Figure 1.9). L'inconvénient de ces bancs de mesures est néanmoins le nombre limité de longueurs d'onde qu'ils sont capables de mesurer individuellement. Il est

<sup>7</sup>Dans ce cas nous sommes en fait encore plus loin d'une FDRB réelle que dans une mesure faite en laboratoire de part l'importance des aires et angles solides considérés.

<sup>8</sup>Un jour sans nuages bien sûr !



FIG. 1.8: Goniomètres extérieurs, banc FIGOS [SI99] à gauche, banc CHAMO de l'ONERA à droite

dommage que les relations entre physiciens et informaticiens soient si minces car il serait très intéressant de disposer d'une base de données Française de FDRB utilisable pour toutes sortes d'applications, tant en synthèse d'images qu'en simulation physique. l'ONERA a entrepris un effort dans ce sens grâce à sa base de données "mémoires" qui pourra dès 2004 archiver des données de FDRB.

### 1.3.3 Le goniomètre du DOTA

Les *goniomètres* servant à mesurer la FDRB sont des appareils expérimentaux, conçus au cas par cas, répondant à un besoin particulier (mesure infrarouge, en extérieur, etc.). Le coût de développement, d'utilisation et de maintenance de tels dispositifs est très élevé. Ma collaboration avec le *Département Optique Théorique et Appliquée* (DOTA) de l'*Office National d'Etude et de Recherche Aérospatiales* (ONERA) m'a permis de toucher ce problème du doigt. Le goniomètre (voir Figure 1.10) que j'ai utilisé au cours de ma thèse et de mon D.E.A. pour réaliser des mesures de FDRB a été conçu et développé par le DOTA [SBXC98]. Le coût estimé pour son développement est de 150,000 euros. De plus il nécessite un personnel qualifié pour son étalonnage, son utilisation, et sa maintenance. Les caractéristiques principales du goniomètre du DOTA sont les suivantes [SBXC98] :

- hauteur : 2.7m
- masse : 850 Kg
- source : lampe QTH (Quartz-Tungstène-Halogène) incohérente
- angle zénithal :  $0^\circ$ - $60^\circ$
- angle azimutal relatif :  $0^\circ$ - $180^\circ$
- cible : 2 à 22 cm (taille au nadir)
- domaine spectral : 420-950 nm
- résolution spectrale : 3 nm
- mesure polarisée : possible

Laboratoire	Banc / type de mesure	Source	Domaine spectral / longueurs d'onde	$\theta_i$	$\theta_r$	$\varphi_r$	Rétro-diffusion
CEA/CESTA	Banc BRAMS : BRDF	Laser CO, CO <sub>2</sub>	5,4 $\mu$ m, 10,6 $\mu$ m	10°-80°	15°-85°	-140° à 90°	non
	Banc ROMA : BRDF, BTDF	Laser He-Ne, CO, CO <sub>2</sub>	633nm, 5,4 $\mu$ m, 10,6 $\mu$ m	0°-80°	<80° et 80°-180°	0°	oui
	Banc ROMA spectral : BRDF, BTDF spectrale	Incohérente	3-14 $\mu$ m	0°-80°	<80° et 80°-180°	0°	
CETHIL	BRDF, BTDF spectrale	Globar	1-20 $\mu$ m			0°	
CNES/INS	BRDF, BTDF	Laser Ar, Kr, Titane-Saphir	413nm, 514nm, 750-950nm	0°-85°	1°-179°	0°	non
EADS CCR	BRDF, BTDF	Laser Ar, YAG, CO, CO <sub>2</sub>	451nm, 514nm, 1,06 $\mu$ m, 5,4 $\mu$ m, 10,6 $\mu$ m	0°-86°	6°-86° 94°-180°	$\neq$ 0° possible	oui
IPN/SMA-VIRGO	Banc CASI : BRDF, BTDF	Laser He-Ne, YAG, CO <sub>2</sub>	633nm, 1,06 $\mu$ m, 10,6 $\mu$ m	0°-85°	4°-85° 95°-180°	0°	non
Laboratoire de Planétologie de Grenoble	Spectro-photo-goniomètre : BRDF spectrale	Lampe QTH + monochromateur	0,3-5 $\mu$ m	0-80°	-80° à +80°	0°-180°	non
LEMTA	BRDF, BTDF spectrale	Corps noir	2-30 $\mu$ m	8°-70°		0°	non
Institut Fresnel	BRDF, BTDF	Laser He-Cd, Ar, He-Ne, Colorant, YAG, CO <sub>2</sub>	458-325nm, 458-514nm, 633nm, 570-640nm, 3,4 $\mu$ m, 10,6 $\mu$ m	0°-85°	4°-175°	0°	non
LSIT	BRDF	Laser CO <sub>2</sub>	10,6 $\mu$ m	2,5°-45°	3°-80°	0°-180° 270°	non
ONERA/DOTA	Banc VERMISEL : BRDF	Laser He-Ne IR	3,4 $\mu$ m	0°-30°	0°-80°	0°	oui
	Banc CHAMO : BRDF spectrale	Soleil (mesure en extérieur)	0,4-2,5 $\mu$ m		0°-80°	0°-360°	non
	Goniomètre : BRDF spectrale	Lampe QTH	380-950nm	0°-60°	5°-60°	0°-180°	non

FIG. 1.9: Les moyens de mesure de FDRB en France (d'après [Bou98])

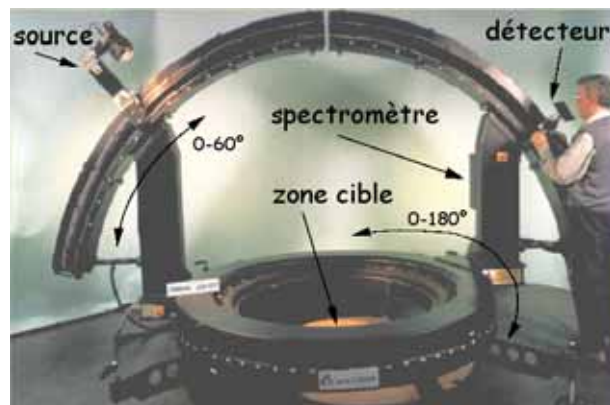


FIG. 1.10: Goniomètre de l'ONERA

Le banc est entièrement automatisé et piloté par deux ordinateurs (un pour gérer les déplacements, l'autre pour le spectromètre). L'analyse spectrale est réalisée par un spectromètre à réseau à matrice CCD. Le signal détecté est numérisé sur 16 bits. Pour un temps d'acquisition de 25ms par point, la précision est meilleure que 5% sur le domaine 450-900nm. L'augmentation du temps de mesure et le refroidissement du détecteur permettent d'améliorer cette précision de façon significative. L'étalonnage s'effectue avec une plaque de spectralon dont la réflectance directionnelle-hémisphérique est connue. La non-uniformité de l'éclairage sur l'échantillon est prise en compte par une correction géométrique, et réalisée de manière logicielle (Figure 1.11).

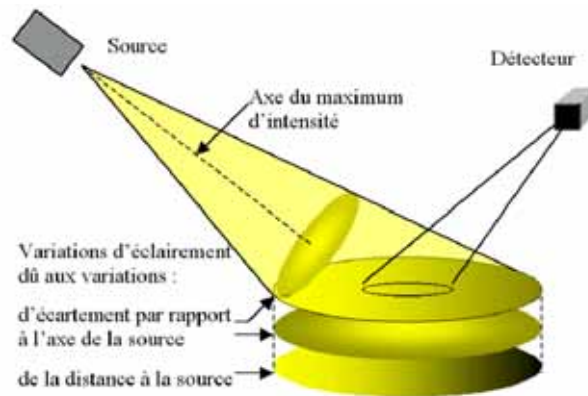


FIG. 1.11: Non-uniformité de l'éclairage du goniomètre du DOTA sur l'échantillon cible (d'après [Pet98])

## 1.4 Typologie des modèles

La recherche d'une *typologie* des différents modèles de FDRB, c'est à dire l'étude de leurs caractéristiques et leur classification, a particulièrement intéressé les géophysiciens et moins le domaine de la synthèse d'images. La première tentative fut celle de Goel [Goe88] pour qui les modèles de FDRB se découpent en cinq familles (Figure 1.12). Puis Roujean [Rou91] a proposé une extension de cette

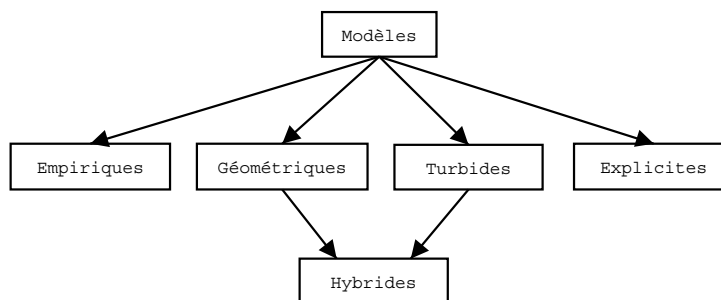


FIG. 1.12: Typologie des modèles de FDRB d'après Goel [Goe88]



classification mais qui, en voulant être trop précise, a perdu son sens au niveau du découpage. En effet certains modèles peuvent appartenir à plusieurs familles simultanément. De plus il est parfois délicat de procéder à leur classement car quelques familles n'ont pas réellement un sens physique pratique (comme les modèles mathématiques ou théoriques). Une description détaillée de cette typologie peut être trouvée dans mon mémoire de D.E.A. [Cla00a].

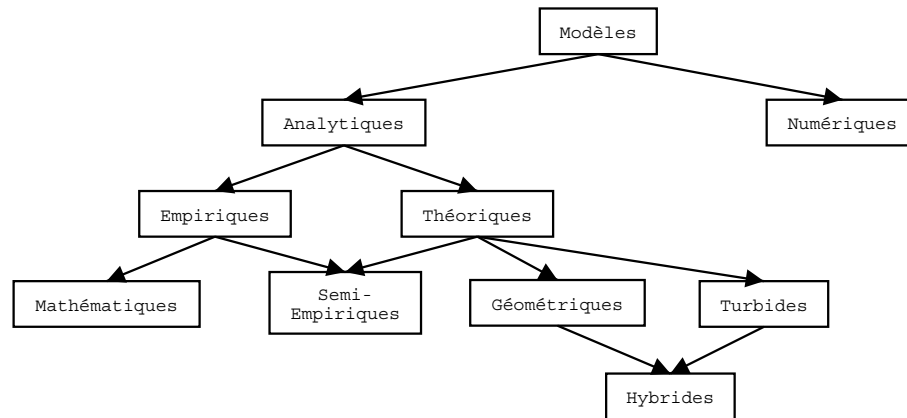


FIG. 1.13: Typologie des modèles de FDRB d'après Roujean [Rou91]

A partir de l'expérience récente RAMI [PGW<sup>+</sup>01] qui propose une comparaison des modèles de transfert radiatif pour les surfaces terrestres permettant de simuler la FDRB de tels environnements, il est certainement possible d'aboutir à une typologie plus actuelle que je résume Figure 1.14. Très ouverte comme celle de Goel, cette classification permet de bien comprendre le découpage des modèles par leur façon de *procéder* à la modélisation, sans tomber dans les travers de celle de Roujean comme une spécialisation excessive. Bien sûr aucune typologie n'est parfaite, et certains modèles hybrides utilisant

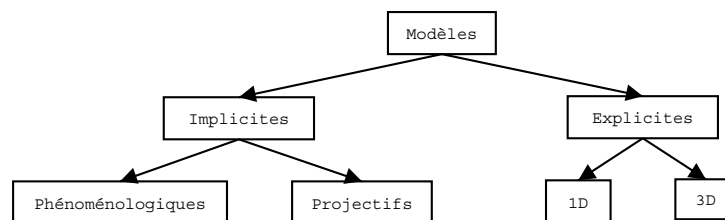


FIG. 1.14: Une nouvelle typologie des modèles de FDRB

différentes stratégies de modélisation seront toujours délicats à classer, mais on peut penser qu'il est plus judicieux de se baser sur le processus de modélisation replacé dans son contexte d'application plutôt que simplement sur son résultat (une formule de telle ou telle forme).

### 1.4.1 Modélisation explicite

Un modèle *explicite* déduit ou *calcule* la FDRB à partir d'une description explicite de la surface cible. Un tel modèle propose donc une *compréhension* des processus physiques sous-jacents au phénomène de la réflexion lumineuse en décrivant l'interaction entre la lumière et la matière. En télédétection, et plus rarement en synthèse d'images, on applique la théorie du transfert radiatif [Cha50] pour évaluer le flux énergétique réfléchi par la surface, mais la référence pour le choix de la théorie applicable est la longueur d'onde du rayonnement. Pour les surfaces rugueuses, l'interaction entre la lumière et la matière relève principalement de la diffraction par les micro- ou macro- structures de la surface [DRDA96]. Dans ce cas, les modèles explicites utilisés sont dérivés de l'électromagnétisme. La complexité de la modélisation peut être réduite, car les calculs sont souvent prohibitifs, moyennant des hypothèses simplificatrices.

En synthèse d'images on parle aussi de *goniomètres virtuels* pour ces modèles puisqu'il s'agit en fait de simuler la mesure d'une FDRB, alors que les physiciens y préfèrent plutôt le terme de *laboratoire virtuel*.

#### Modèles 1D

Historiquement de nombreux modèles furent développés pour l'étude de sources lumineuses naturelles comme les étoiles ou pour des applications lourdes et complexes comme l'étude du climat. A cause des tailles importantes et du rôle prépondérant de la gravité, les atmosphères stellaires ou terrestres sont des milieux très *étagés* composés de *couches*, où les propriétés physiques varient considérablement plus selon le gradient de gravité (plan "vertical") que selon le plan support de la surface (plan "horizontal"). Pour ces milieux une représentation par couches (1D) est alors suffisante. Ces couches sont le plus souvent supposées disposées horizontalement, planes, infinies, et la répartition des éléments en leur sein homogène. On parle parfois de modèles *turbides* en télédétection.

#### Modèles 3D

Dans le cas plus général d'une surface composée d'éléments hétérogènes, à des échelles spatiales très variables, il faut prendre en compte le phénomène de réflexion dans toute sa variabilité, c'est à dire en 3D. Pour des surfaces aussi complexes, une approche analytique n'est habituellement plus envisageable et des méthodes numériques comme celle de Monte Carlo ou d'ordonnées discrètes sont employées. Les modèles 1D représentent en fait une sous-classes des modèles 3D. On parle aussi parfois de modèles *volumiques* en télédétection. Pour les surfaces rugueuses il est courant de parler de modèles 2D en ce sens que la surface décrite est une interface 2D sur laquelle a lieu le phénomène de réflexion.

### 1.4.2 Modélisation implicite

Un modèle *implicite* ne fournit pas de représentation explicite de la surface pour laquelle l'on désire étudier la FDRB. Il s'agit d'une approche pragmatique consistant à fournir une FDRB correcte mais sans compréhension réelle des processus physiques en jeu lors du phénomène de réflexion lumineuse. Le point commun de tous ces modèles est donc de nécessiter dans un contexte physique un jeu de mesures de FDRB comme point de départ.

#### Modèles phénoménologiques

Un modèle *phénoménologique* fournit une expression explicite de la FDRB (mais sans description explicite de la surface étudiée). Il s'agit d'une fonction mathématique dépendant d'un ou plusieurs paramètres. Ces paramètres peuvent être fixés arbitrairement (approche *directe*), mais sont généralement évalués sur un jeu de mesure (approche *inverse*<sup>9</sup>). On peut aussi parler pour ces modèles, d'une approche *analytique* au sens mathématique du terme puisque qu'ils fournissent au final une *équation* de la FDRB.

L'approche inverse sur ces modèles révèle un problème intéressant. Il est en effet possible de les utiliser, non pas pour prédire une FDRB en fonction de leurs paramètres physiques, mais plutôt pour déduire ceux-ci grâce à une mesure de la FDRB. Dans de nombreux cas la mesure des paramètres physiques est en effet excessivement difficile, voire impossible, à mettre en œuvre. On préférera alors une mesure de FDRB (même limitée) qui peut être beaucoup plus simple à réaliser. Lorsqu'il est possible d'utiliser conjointement l'approche directe et inverse, on se trouve en présence d'un procédé de validation très puissant [VPD90].

La stratégie d'élaboration d'un tel modèle peut être statistique ou purement empirique. L'étude statistique rend compte du phénomène global observé à une échelle plus élevée que celle de la description de la surface. La surface  $y$  est représentée par une distribution de composants géométriques simples : facettes, sphères, cylindres, etc. L'approche empirique consiste en un calage statistique effectué sur une série d'observations. Cette démarche s'inscrit dans un cadre de validité délimité par les données initiales (par exemple les couverts végétaux ou les surfaces désertiques). Leur application à des situations variables ou nouvelles est irréaliste.

#### Modèles projectifs

Les modèles *projectifs* s'attachent à utiliser des méthodes mathématiques numériques efficaces pour représenter le jeu de mesures de la FDRB d'une manière optimale. Pour cela, ils le transforment dans un autre espace pour rendre sa manipulation plus efficace en terme de mémoire et/ou de performance. Généralement il s'agit d'une projection sur une base de fonctions arbitrairement choisies. Cette approche consiste en une pure abstraction mathématique de la FDRB. Il s'ensuit que les paramètres du modèle

---

<sup>9</sup>On parle aussi de calage.

n'ont aucun sens physique ou intuitif. C'est à dire qu'il est impossible d'utiliser un tel modèle de façon directe.

On notera que très souvent un modèle projectif est utilisé conjointement avec un goniomètre virtuel. En effet généralement l'évaluation de la réponse de la surface est très coûteuse, elle est donc pré-calculée une fois pour toute et stockée ensuite de la façon la plus optimale possible.

## 1.5 Modèles de FDRB

Un panel de différents modèles de FDRB illustrant leur variété sera présenté ici. Il ne s'agit pas d'un panorama exhaustif mais plutôt d'un échantillon que j'espère assez représentatif. Pour une étude plus complète il est possible de consulter [Pet98] ou le rapport technique [Cla00a] qui en est le prolongement, et dans lequel j'ai tenté un état de l'art plus complet de la modélisation de FDRB en synthèse d'images et télédétection qui recense trente sept modèles différents. Voici une liste des références les plus célèbres parmi les modèles de FDRB utilisés à ma connaissance en synthèse d'images, en télédétection, ou en physique des surfaces <sup>10</sup> :

- synthèse d'images : Phong [Pho75], Blinn [Bli77], Cook-Torrance [CT82], Kajiya [Kaj85], Poulin-Fournier [PF90], Strauss [Str90], HTSG [HTSG91], Ward [War92], Westin [WAT92], Lewis [Lew93], Schlick [Sch93], Hanrahan [HK93b], Gondek [GMN94], Fournier [Fou95], Lalonde [LF97a], Lafortune [LFTG97], Stam [Sta99], Noe [Noe99] [NP00], Robart [RPC99], Ashikhmin [AS00], Neumann [Neu01]
- télédétection : Kubelka-Munk [KM31], Minnaert [Min41], Hapke [Hap63], Beard-Maxwell [BM73], Otterman [Ott81], SAIL [Ver84] [JB90] Norman [NWW85], Walthall [WNW<sup>+</sup>85], Robertson-Sandford [RS85], Pinty-Ramond [PR86], Ciernewski [Cie87], Deering [DEO89], VPD [VPD90], Jacquemound [JBH91], Roujean [Rou91], RPV [RPV93], Meister [MWBS94], Staylor-Suttles [SS95b], Oren-Nayar [ON95], Shibayama-Wiegand [SW85], Kuusk [Kuu95] [JB90], Koenderink [KDS96], Legendre [HL96], DART [GEDPZ96], Fligth [Nor96], Cosnefroy [CBL97], Semi-discret [GPVG97], Snyder-Wan [SW98], Raytran [GV98], Sprint [TG98], RGM [QG00]
- physique des surfaces : Beckmann [BS63], Maradudin [MMGM90], Amra [Amr93], Mainguy [MG98], Giovannini [GSS98], Calvo-Perez [CPSG99], Soriano [SS01]

Certains modèles parmi ceux-ci ne sont en fait pas cantonnés à un seul domaine particulier. De plus, de nombreux autres modèles, qui en sont souvent dérivés, existent et il est impossible d'être vraiment complet. Des modèles phénoménologiques sont principalement utilisés en synthèse d'images. Ces modèles permettent de créer d'une façon simple et directe une FDRB plus ou moins réaliste, sans nécessiter une connaissance très précise des propriétés physiques de la surface. Les modèles utilisant des méthodes numériques sont eux tous très récents (moins de 10 ans) et cela est bien sûr lié à l'émergence de la puis-

<sup>10</sup>Pour ces derniers reposants principalement sur l'électromagnétisme ne seront cités que quelques exemples car ils n'ont que très rarement été utilisés dans le domaine de la synthèse d'images qui nous concerne plus principalement.

sance des ordinateurs (puissance de stockage et de calcul). Il y a fort à parier qu'ils vont se développer largement au cours des prochaines années. Néanmoins les modèles phénoménologiques sont encore très utilisés et constamment améliorés en synthèse d'images.

### 1.5.1 Cas limites

La FDRB d'une surface possède un comportement intermédiaire entre deux cas limites idéaux (qui ne sont donc jamais rencontrés dans la réalité physique), qui furent historiquement les premiers modèles à avoir été utilisés :

- Le modèle de Lambert, qui suppose une surface parfaitement *diffuse*. C'est à dire que la lumière est réfléchiée de façon équiprobable par le matériau dans toutes les directions. La FDRB est donc constante et indépendante des directions d'éclairement, de réflexion, et de la longueur d'onde :

$$f_r(\omega_i, \omega_r, \lambda) = \frac{1}{\pi}$$

Les surfaces réelles ne réfléchissent en fait généralement qu'une fraction de la lumière incidente (l'autre étant absorbée). C'est pourquoi on utilise parfois le modèle suivant pour caractériser une surface dite Lambertienne ou diffuse par abus de langage, i.e. qui diffuse la lumière de façon équiprobable dans toutes les directions pour une longueur d'onde donnée :

$$f_r(\omega_i, \omega_r, \lambda) = \frac{C_\lambda}{\pi}$$

Via la conservation de l'énergie on trouve que  $C = \rho$ . On caractérise donc la FDRB d'une surface lambertienne par sa réflectance. Celle-ci dépend généralement de la longueur d'onde, notée sous la forme  $\rho(\lambda)$ .

- Le modèle du miroir, qui suppose une surface parfaitement *spéculaire*. C'est à dire que la lumière est entièrement réfléchiée dans la direction symétrique à la direction d'éclairement par rapport à la normale à la surface (première loi de Descartes)<sup>11</sup> :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{\delta(\cos \theta_i - \cos \theta_r)}{\cos \theta_i} \delta(\phi_i - (\phi_r \pm \pi)),$$

$\delta$  étant la distribution de Dirac. Par ce phénomène nous voyons notre reflet dans un miroir, d'où le nom donné à cette représentation de la FDRB. Souvent l'expression de la FDRB est de plus pondérée par le terme de Fresnel qui fournit la quantité de lumière réfléchiée à une interface en fonction de la longueur d'onde.

### 1.5.2 Koenderink

Ce modèle utilise une décomposition sur la base des polynômes de Zernike [KDS96]. Alors que les Harmoniques Sphériques (voir Section 1.5.8) traitent les fonctions définies sur l'hémisphère comme

<sup>11</sup>Le même phénomène existe pour les surfaces parfaitement transparentes, connu sous le nom de deuxième loi de Descartes.

un cas particulier de fonctions sur la sphère, les polynômes de Zernike sont directement définis sur le disque unitaire puis transformés sur l'hémisphère grâce à un processus conservant les aires. Ils sont donc optimisés pour l'hémisphère : évaluation plus rapide, modélisation plus compacte. Néanmoins les deux représentations sont relativement semblables. Le critère de réciprocité est assuré par une combinaison linéaire spécifique des fonctions de base. A titre d'exemple, voici une formulation de la FDRB avec des polynômes d'ordre deux (cas isotrope) :

$$f_r(\theta_i, \theta_r, \phi) = a + b \sin \frac{\theta_i \theta_r}{2} \cos \phi + c(1 - \cos \theta_i - \cos \theta_r) + d(1 - 2 \cos \theta_i)(1 - 2 \cos \theta_r) + e(1 - \cos \theta_i)(1 - \cos \theta_r) \cos 2\phi \quad (1.10)$$

La Table 1.1 indique le nombre de coefficients dans la décomposition en fonction de l'ordre. Pour une bonne représentation de la FDRB il faut hélas un ordre élevé, et dans le cas anisotrope le nombre de coefficients devient vite très important. Une étude plus approfondie des Harmoniques Sphériques et des

Ordre	Coefficients
0	1
1	6
2	21
3	55
4	120
5	231
6	406
7	666
8	1035

TAB. 1.1: Ordre et nombre de coefficients associés pour les polynômes de Zernike dans le modèle de Koenderink

polynômes de Zernike utilisés en modélisation de FDRB pourra être trouvée dans [Noe99].

### 1.5.3 Cook-Torrance

Initialement développé par Beckmann et Spizzichino en 1963 [BS63], Torrance et Sparrow de 1966 à 1967 [TS67a], puis amélioré par Blinn en 1977 [Bli77], ce modèle fut le premier modèle physique utilisé en infographie sous la forme que lui ont donné Cook et Torrance en incorporant notamment une dépendance spectrale des paramètres [CT82].

La surface est composée de micro-facettes planes, lisses et parfaitement spéculaires (réflexion régie par les formules de Fresnel). On considère une source à l'infini. Si  $da$  est l'aire d'une facette, et si  $dA$  est l'aire de la surface macroscopique étudiée, alors le modèle est valide quand  $\lambda \ll da \ll dA$ .

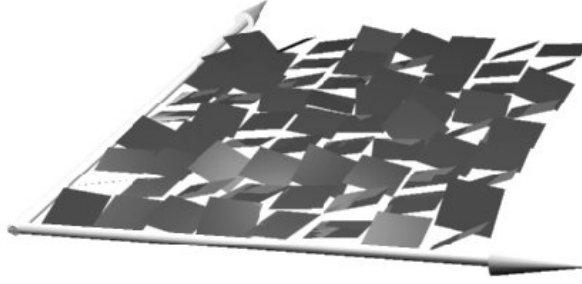


FIG. 1.15: Micro-Géométrie de la surface dans le modèle de Cook-Torrance

La FDRB est exprimée comme une combinaison linéaire normée d'un terme Lambertien (partie diffuse) et d'un terme spéculaire composé de trois facteurs :

$$f_r(\theta_i, \theta_r, \phi, \lambda) = d \frac{\rho(\lambda)}{\pi} + s \frac{F(\beta, \lambda) D(\alpha) G(\theta_i, \theta_r, \alpha, \beta)}{4\pi} \quad (1.11)$$

La fonction de distribution  $D$  caractérise la répartition des facettes (leur orientation), elle est issue des travaux de Beckman sur l'interaction entre une onde électromagnétique et une surface irrégulière [BS63] :

$$D(\alpha) = \frac{1}{m^2 \cos^4 \alpha} \exp\left(-\frac{\tan \alpha}{m}\right)^2 \quad (1.12)$$

Le paramètre  $m$  permet de fixer la valeur moyenne de la pente des facettes ou plus intuitivement sa rugosité. Plus  $m$  est faible plus la réflexion sera directionnelle, plus  $m$  est élevé plus la surface sera diffuse. Généralement pour des matériaux réels,  $m \in [0, 0.5]$ . D'autres fonctions de distribution ont été proposées et utilisées [Bli77]. Le facteur d'atténuation géométrique  $G$  module la FDRB pour tenir compte du phénomène de masquage possible entre les facettes (auto-ombrage). Le problème est simplifié en supposant que les facettes forment des cavités en V. On distingue alors trois cas (voir Figure 1.16) :

- pas de masquage, la lumière incidente/réfléchi n'est pas interceptée ( $G = 1$ )
- réflexion partielle, la lumière réfléchi est partiellement bloquée par une autre facette
- masquage partiel, la lumière incidente est partiellement bloquée par une autre facette

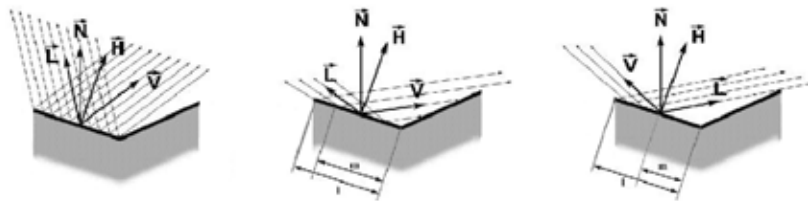


FIG. 1.16: Les différents phénomènes de masquage pour le modèle de Cook-Torrance

La proportion de lumière bloquée dans les deux derniers cas est fournie par le rapport  $\frac{m}{l}$  où  $l$  est l'aire de la facette et  $m$  l'aire sur laquelle à lieu le blocage, donc  $G = 1 - \frac{m}{l}$ . Aidé par quelques hypothèses

simplificatrices Blinn fournit l'expression de  $G$  :

$$\begin{cases} G(\theta_i, \theta_r, \alpha, \beta) = \frac{2 \cos \alpha \cos \theta_i}{\cos \beta} \\ G(\theta_i, \theta_r, \alpha, \beta) = \frac{2 \cos \alpha \cos \theta_r}{\cos \beta} \end{cases} \quad (1.13)$$

D'autres formulations plus précises du facteur  $G$  ont été étudiées [Smi67] [War92] [Sch92].

#### 1.5.4 Kubelka-Munk

Ce modèle découle de travaux menés dès 1905 par l'astrophysicien Arthur Schuster qui cherchait à expliquer le comportement des atmosphères stellaires. Sa théorie repose sur des milieux diffusants, mélange de gaz et de poussières, composés de particules de dimension inférieure à la longueur d'onde dans le domaine du visible. Il se plaçait ainsi dans les conditions requises pour appliquer la théorie de la diffusion de Rayleigh [BH83]. Historiquement les auteurs cherchaient eux à caractériser la luminance d'un revêtement couvrant une surface plane ayant un coefficient de réflexion quelconque. Le modèle phénoménologique décrit l'absorption et la diffusion de la lumière dans un milieu homogène. On considère un revêtement d'épaisseur  $X$  déposé sur une surface infinie (afin de négliger l'influence des bords) de réflectance connue  $R_g$ . Ensuite on considère deux flux : un flux lumineux descendant  $i(x)$  et un flux ascendant  $j(x)$  réfléchi par le sol dans la direction opposée, à l'altitude  $x$ . L'utilisation de deux flux de rayonnement de sens opposés est à l'origine de toute une famille de variantes regroupées sous le nom de *théories à deux constantes* dont la théorie de Kubelka-Munk est la plus connue [KM31]. On note  $K$

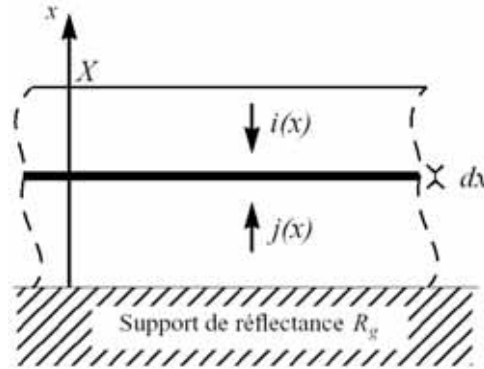


FIG. 1.17: Illustration de la théorie des deux flux utilisée dans le modèle de Kubelka-Munk

la fraction de flux absorbée (coefficient d'absorption) et  $S$  la fraction diffusée (coefficient de diffusion). Pour déterminer les flux transmis ou réfléchis la couche est découpée en tranches élémentaires de hauteur  $dx$ . En effectuant un bilan radiatif des flux traversant une couche infinitésimale à l'altitude  $x$ , on aboutit à un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants :

$$\begin{cases} \frac{di(x)}{dx} = (K + S)i(x) - Sj(x) \\ \frac{dj(x)}{dx} = -(K + S)j(x) - Si(x) \end{cases} \quad (1.14)$$



Après résolution mathématique et simplification, la solution  $R$  (qui est la réflectance de la surface) prend la forme suivante :

$$R = \frac{1 - R_g(a - b \coth(bSX))}{a - R_g + b \coth(bSX)}, \quad (1.15)$$

avec  $a = \frac{S+K}{K}$  et  $b = \sqrt{a^2 - 1}$ . On note  $R_\infty$  la réflectance limite lorsque  $X \mapsto \infty$ . On montre que :

$$\frac{K}{S} = \frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} \quad (1.16)$$

Cette relation simple a rendu ce modèle très populaire dans l'industrie des colorants et pigments. La théorie à deux constantes de Kubelka-Munk ( $K$  et  $S$ ) n'est strictement valable que pour les milieux diffusants éclairés par un rayonnement diffus isotrope. Elle fournit une expression de la composante diffuse, c'est pourquoi elle sert de base à de nombreux autres modèles (notamment des modèles hybrides en ajoutant une composante spéculaire). Le modèle peut s'adapter de façon triviale à une couche comportant un mélange de constituants (connaissant pour chacun  $K$  et  $S$ ), en fonction de leurs concentrations  $C$  :

$$\frac{K}{S} = \frac{\sum C_i K_i}{\sum C_i S_i} \quad (1.17)$$

Cette formulation est souvent valide en pratique, notamment pour les textiles colorés ou les plastiques teintés. Récemment Emmel a reformulé le modèle de façon plus générale et étendu son application au phénomène de fluorescence [Emm00].

### 1.5.5 Lafortune

Le modèle de Lafortune [LFTG97] est une généralisation des modèles à lobes de type Phong [Pho75] [Bli77] [Lew93] :

$$f_r(\omega_i, \omega_r) = \rho_s + C_s \cos^n \alpha,$$

où  $\alpha$  est l'angle entre la direction de réflexion  $\omega_r$  et la direction miroir de la direction incidente  $\omega_i$ . Une réécriture est possible sous une forme matricielle [Arv95], la symétrie par rapport à la normale de la surface  $n$  pouvant se formaliser grâce à une matrice de Householder :

$$f_r(\omega_i, \omega_r) = \rho_s + C_s [\omega_i^T (2nn^T - \omega_i)\omega_r]^n$$

La généralisation à une matrice  $M$  quelconque :

$$f_r(\omega_i, \omega_r) = \rho_s + [\omega_i^T M \omega_r]^n,$$

est possible mais il faut alors tenir compte du réalisme physique. La réciprocité impose par exemple une matrice symétrique. Lafortune applique une décomposition en valeurs propres qui fournit une équivalence sous la forme d'une matrice diagonale exprimée dans un repère différent, dont les axes sont alignés avec la normale à la surface et les principales directions d'anisotropie. Dans la version finale du modèle,

cette matrice diagonale est vue comme une somme pondérée de produits scalaires entre  $\omega_i$  et  $\omega_r$ . La FDRB conserve une composante diffuse pure à laquelle on adjoit une somme de lobes :

$$f_r(\omega_i, \omega_r) = \rho_d + \sum_{m=1}^l \max(C_x^m x_i x_r + C_y^m y_i y_r + C_z^m z_i z_r, 0)^{n_m}, \quad (1.18)$$

Malgré sa simplicité mathématique ce modèle peut représenter la plupart des phénomènes physiques (spécularité, anisotropie, rétro-diffusion) ce qui en fait un modèle très populaire. Si les  $C_x$  et  $C_y$  sont égaux la surface est isotrope, sinon ils permettent de régler l'anisotropie. Lorsqu'ils sont négatifs le lobe se trouve orienté vers la direction spéculaire, alors que dans le cas positif le lobe s'oriente selon la direction de rétro-réflexion. Le rapport de  $C_z$  à  $C_x$  et  $C_y$  fixe l'augmentation de la spécularité avec les angles rasants, ainsi que le décalage éventuel du pic spéculaire souvent constaté dans la réalité [TS65]. Comme dans le modèle de Phong original, les paramètres  $n$  donnent le niveau de spécularité pour chaque lobe du matériau. Généralement un nombre restreint de lobes suffit à la représentation d'une FDRB réelle. Par contre la non-linéarité de ce modèle exige l'emploi de méthodes inverses robustes comme celle de Levenberg-Marquardt [NW99].

### 1.5.6 Schlick

Le modèle de Schlick [Sch93] propose une distinction très nette entre les matériaux *simples* aux propriétés optiques homogènes (métal, verre, papier, etc.) et les matériaux *doubles* aux propriétés optiques hétérogènes (plastiques, peintures, vernis, etc.). Un matériau double est en fait constitué d'une couche translucide sur une couche de fond opaque, chacune décrite par un matériau simple. Schlick utilise trois paramètres pour moduler le comportement d'un matériau simple :

1. le facteur de réflexion  $C_\lambda$
2. la rugosité  $r$  ( $r = 0 \Rightarrow$  spéculaire pur,  $r = 1 \Rightarrow$  diffuseur parfait)
3. le facteur d'isotropie  $p$  ( $p = 0 \Rightarrow$  anisotropie totale,  $p = 1 \Rightarrow$  isotropie parfaite)

Il y aura donc deux jeux de paramètres similaires  $(C_\lambda, r, p)$  et  $(C'_\lambda, r', p')$  pour un matériau double. Son choix est motivé par une compréhension simple et intuitive des paramètres, mais aussi par une déduction facile de ceux-ci à partir de données physiques. En effet  $C_\lambda$  peut être vu comme la réflectivité  $f_\lambda$  pour une incidence normale,  $r$  peut représenter la pente moyenne  $m$  de la surface, et enfin  $p$  le rapport entre les pentes moyennes  $\frac{m}{n}$  pour les directions  $\phi = 0$  et  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . La FDRB s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \text{SIMPLE} & f_r(\theta_i, \theta_r, \phi, \lambda) = S_\lambda(\beta)D(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) \\ \text{DOUBLE} & f_r(\theta_i, \theta_r, \phi, \lambda) = S_\lambda(\beta)D(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) + (1 - S_\lambda(\beta))S'_\lambda(\beta)D'(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) \end{cases} \quad (1.19)$$

Le facteur spectral  $S_\lambda$  peut simplement être un paramètre ou pour plus de réalisme dépendre de l'angle d'incidence en approchant la loi de Fresnel :

$$S_\lambda(\beta) = C_\lambda + (1 - C_\lambda)(1 - \beta)^5$$

Le facteur directionnel  $D_\lambda$  est une fonction de distribution inspirée des travaux de Beckmann [BS63] mais décomposée selon la dépendance zénithale et azimutale de l'anisotropie. Schlick module aussi par le facteur d'atténuation de Smith [Smi67] pour tenir compte des phénomènes d'ombrage et de masquage :

$$\begin{aligned}
 D(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) &= \frac{G(\theta_i)G(\theta_r)}{4\pi \cos \theta_i \cos \theta_r} Z(\alpha)A(\phi) + \frac{1 - G(\theta_i)G(\theta_r)}{4\pi \cos \theta_i \cos \theta_r} \\
 Z(\alpha) &= \frac{r}{(1 + r \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2} \\
 A(\phi) &= \sqrt{\frac{p}{p^2 - p^2 \cos^2 \phi + \cos^2 \phi}} \\
 G(\theta) &= \frac{\cos \theta}{r - r \cos \theta + \cos \theta}
 \end{aligned}$$

La formulation spécifique de  $Z$  et  $A$  est issue des conditions nécessaires pour assurer la conservation de l'énergie. Le second terme de la fonction de distribution modélise la lumière ré-émise aléatoirement par les micro-facettes dans toutes les directions (composante volumique). Schlick remarque que cette formulation ne donne pas une transition complète d'un réflecteur diffus parfait à un réflecteur spéculaire parfait, il proposa donc une solution semi-empirique pour aboutir à une continuité :

$$D'(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) = \frac{a}{\pi} + \frac{b}{4\pi \cos \theta_i \cos \theta_r} + D(\alpha, \theta_i, \theta_r, \phi) \frac{c\Delta}{\cos \theta_r d\omega_r},$$

avec  $\Delta$  la fonction de Dirac non nulle dans l'angle solide. Schlick propose une expression automatique des paramètres  $a$ ,  $b$ , et  $c$  pour maintenir une FDRB physiquement plausible à partir du paramètre de rugosité : si  $r < 0.5$  alors  $b = 4r(1 - r)$ ,  $a = 0$ ,  $c = 1 - b$ , sinon  $b = 4r(1 - r)$ ,  $c = 0$ ,  $a = 1 - b$ .

### 1.5.7 Robart

Le modèle de Robart a été développé à l'IRIT au sein de notre équipe de recherche [Rob99], et se propose de décrire la surface de façon stratifiée et hiérarchique. Il est particulièrement adapté à la représentation des peintures (Figure 1.18), surfaces vernies, plastiques ou tissus organiques. Il approfondit les travaux de Hanrahan [HK93b] et Gondek [GMN94] sur la réflexion sous-surfacique. Un matériau est dé-

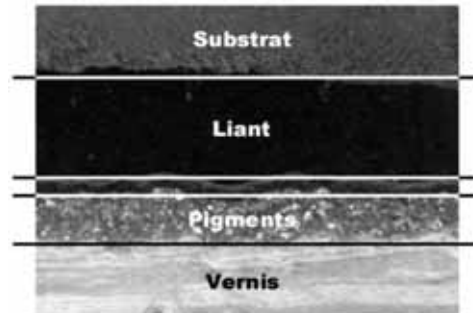


FIG. 1.18: Aspect microscopique d'une peinture réelle

crit par une superposition ou empilement de strates, contenant chacune une multitude de micro-éléments

plus ou moins complexes (paillettes, impuretés, etc.), séparées par une interface diélectrique plane. Les micro-éléments sont répartis sur différentes couches, internes à chaque strate, selon une fonction de distribution donnée (Figure 1.19). Robart introduit le micro-élément *générique*, qui définit l'interface

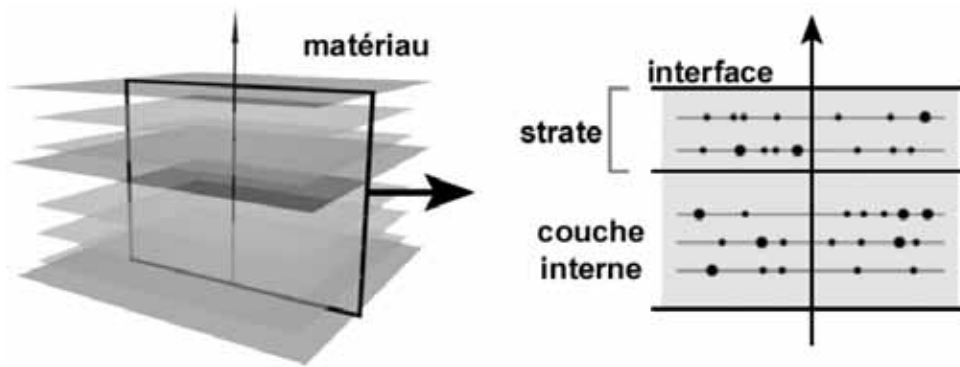


FIG. 1.19: Représentation d'un matériau pour le modèle de Robart (d'après [Rob99])

générale que propose un micro-élément, puis il en spécialise trois types bien précis :

- le micro-élément simple, qui est une particule sphérique
- le micro-élément complexe, dont la forme est quelconque
- le micro-élément hiérarchique qui introduit la notion de *multi-résolution*

Le micro-élément hiérarchique est lui-même décrit par le modèle général (composé de strates et de micro-éléments). Il permet une description plus précise de la réalité physique. En effet on remarque par exemple que des pigments composants les peintures sont eux-mêmes composés de couches d'oxydes métalliques disposées sur des paillettes de mica.

A partir de cette description volumique d'une surface, Robart calcule la réponse de la surface en utilisant le lancer de rayons (donc l'optique géométrique). Une portion de surface est illuminée par un ensemble de rayons incidents, selon un échantillonnage directionnel et spectral fixé. Pour chaque direction et longueur d'onde, une gerbe de  $n^2$  rayons parallèles est lancée sur la surface (Figure 1.20). Chaque rayon transporte la même quantité d'énergie et subit une légère fluctuation sur sa direction pour éviter les problèmes d'aliassage en cas de distribution régulière des éléments sous la surface. La FDRB se déduit du rapport entre l'énergie incidente et l'énergie des rayons ressortant de la structure dans un angle solide précis. Robart utilise une subdivision de la sphère et les ondelettes sphériques pour le stockage de la FDRB. Cette approche sera détaillée au chapitre 2 car elle est à la base de mes travaux, je n'entrerai donc pas plus avant dans le détail à ce point de l'exposé. Pour finir je signalerai les travaux récents sur des modèles sous-surfaciques produits par Jensen [JMLH01].

### 1.5.8 Westin

Le modèle de Westin [WAT92] représente la FDRB de manière concise par une matrice de coefficients d'*Harmoniques Sphériques* (HS). Il étend les travaux précédents de Cabral [CMS87], Kajiy

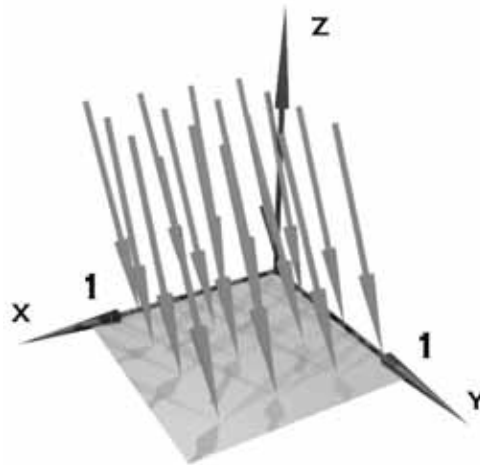


FIG. 1.20: Stratégie d'illumination du modèle de Robart (d'après [Rob99])

[KH84], et principalement Sillion [SAWG91]. Ce modèle mêle très intelligemment les deux aspects numériques que sont le goniomètre virtuel et la projection, et fournit par une même méthode numérique la solution aux deux problèmes.

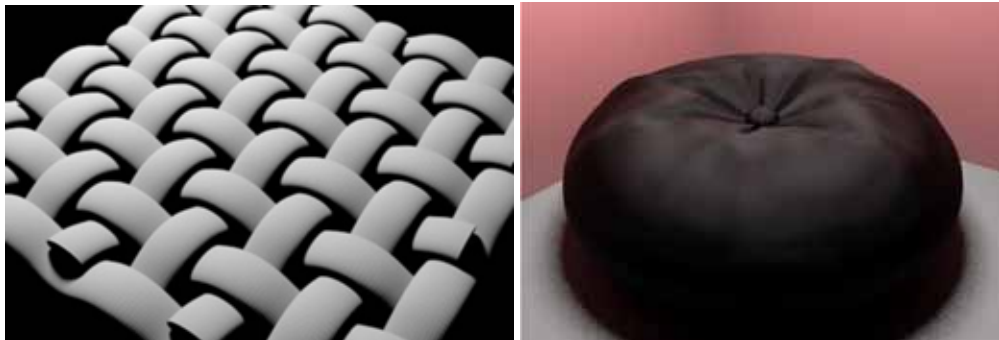


FIG. 1.21: Micro-Géométrie et FDRB associée par le modèle de Westin (nylon)

©S.H. Westin/Cornell University Program of Computer Graphics

### Harmoniques Sphériques

Toute fonction  $f$  de carré intégrable sur la sphère  $\mathcal{S}^2$  peut être représentée par une somme infinie de fonctions de base d'harmoniques sphériques  $Y_l^m(\theta, \phi)$ , d'ordre et de degré variables  $l$  et  $m$  :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_l^m Y_l^m(\theta, \phi)$$

$$\text{avec } Y_l^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

Ces fonctions étant complexes, elles peuvent être séparées en une partie réelle et une partie imaginaire :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(Y_l^m(\theta, \phi)) &= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) \sin m\phi \\ \mathcal{I}(Y_l^m(\theta, \phi)) &= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) \cos m\phi\end{aligned}$$

Elles dépendent de leur polynôme de Legendre associé, défini par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{aligned}P_0^0(x) &= 1 \\ P_l^m(x) &= x \left( \frac{2l-1}{l-m} \right) P_{l-1}^m(x) - \left( \frac{l+m-1}{l-m} \right) P_{l-2}^m(x) \\ P_{m+1}^m(x) &= x(2m+1)P_m^m(x) \\ P_m^m(x) &= (1-2m)\sqrt{1-x^2}P_{m-1}^{m-1}(x)\end{aligned}$$

Comme dans la représentation de Fourier,  $f$  peut être approchée par une série contenant un nombre fini

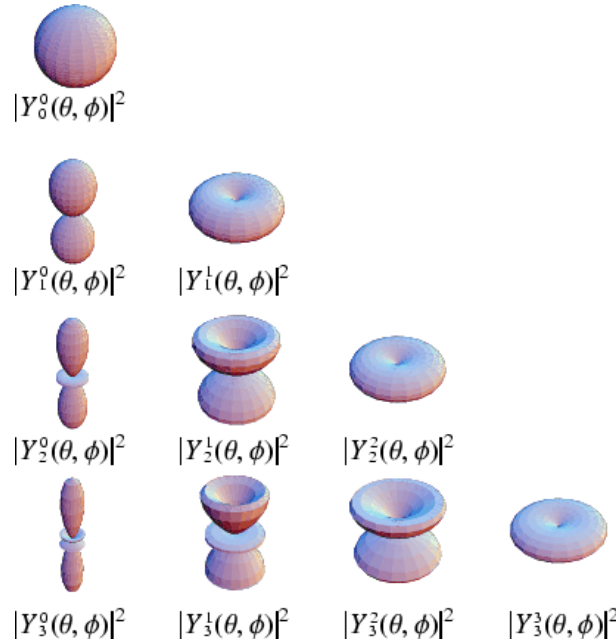


FIG. 1.22: Les premières harmoniques sphériques (en module)

de termes. En utilisant une notation vectorielle (i.e. on range les fonctions de bases pour un ordre donné dans un vecteur), on obtient :

$$f(\theta, \phi) \approx \sum_{k=0}^n C_k Y_k(\theta, \phi) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{Y}(\theta, \phi)$$

Chaque coefficient  $C_k$  est la projection de  $f$  sur l'harmonique sphérique correspondante, car la base est orthogonale [Wal84] :

$$C_k = \langle Y_k | f \rangle_{\Omega} = \int_{\Omega} f(\theta, \phi) Y_k(\theta, \phi) d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\theta, \phi) Y_k(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$

En fait les HS sont l'analogie sphérique des fonctions cosinus et sinus dans la décomposition de Fourier. Elles sont compactes dans l'espace des fréquences et donc adaptées à la représentation de fonctions lisses sur la sphère, qui n'utiliseront qu'un très faible nombre de coefficients.

### FDRB selon Westin

Westin aboutit finalement à une écriture matricielle en utilisant les HS pour représenter la FDRB qui dépend de deux directions (définie sur  $\mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2$ ) :

$$\begin{aligned} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) &= \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n Y_j(\theta_i, \phi_i) M_j^k Y_k(\theta_r, \phi_r) \\ &= \mathbf{Y}^T(\theta_i, \phi_i) \mathbf{M} \mathbf{Y}(\theta_r, \phi_r) \\ \text{avec } M_j^k &= \langle Y_j | \langle f_r | Y_k \rangle_{\Omega_r} \rangle_{\Omega_i} \end{aligned} \quad (1.20)$$

La matrice  $\mathbf{M}$  suffit donc à caractériser la FDRB. La technique de Westin consiste à évaluer numériquement, pour un matériau donné, les coefficients de cette matrice. Il suppose disposer d'un modèle virtuel du matériau en cause qu'il bombarde de rayons dans des directions arbitraires  $U = (\theta, \phi_i)$ . Alors la FDRB peut s'écrire :

$$f_r(U, V) = \frac{p(U, V) \langle R(U, V) \rangle}{\cos \theta_r},$$

où un rayon émis depuis  $U = (\theta_i, \phi_i)$  est réfléchi dans la direction  $V = (\theta_r, \phi_r)$  avec la densité de probabilité  $p(U, V)$ , et  $\langle R(U, V) \rangle$  est l'atténuation moyenne de tous les rayons incidents en  $U$  diffusés en  $V$ . Pour obtenir les coefficients d'harmoniques sphériques il faut tout d'abord calculer la projection sur le domaine de sortie, i.e. calculer le produit scalaire suivant :

$$\begin{aligned} C_k(U) &= \int_{\Omega_r} f_r(U, V) Y_k(V) dV \\ &= \int_{\Omega_r} \langle g_k(U, V) \rangle p(U, V) dV \\ \text{avec } g_k(U, V) &= \frac{R(U, V)}{\cos \theta_r} Y_k(V) \end{aligned}$$

Bien sûr il n'existe pas d'expression analytique de  $p$  et de  $R$ , mais  $C_k(U)$  est évalué par Westin en utilisant une méthode numérique de Monte Carlo. En effet  $C_k(U)$  est la valeur attendue de  $g_k(U, V)$  si  $V$  est une variable aléatoire dont la densité de probabilité est  $p(U, V)$ . En distribuant  $N$  échantillons selon cette densité, on obtient un estimateur de l'intégrale :

$$G_k(U) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N g_k(U, V_n) \quad (1.21)$$

Reste ensuite à évaluer la seconde projection sur le domaine d'entrée, i.e. calculer le produit scalaire suivant :

$$M_j^k = \int_{\Omega_i} C_k(U) Y_j(U) dU$$

A nouveau Westin utilise une méthode de Monte Carlo, la quadrature, pour approcher cette intégrale :

$$M_j^k \approx \tilde{M}_j^k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N C_k(U_n) Y_j(U_n), \quad (1.22)$$

où les  $U_n$  sont uniformément distribués sur l'hémisphère d'entrée. Au final on a, en combinant les équations 1.21 et 1.22 :

$$\tilde{M}_j^k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N g_k(U_n, V_n) Y_j(U_n)$$

La matrice de simulation  $\tilde{M}$  est seulement une approximation de  $M$ , pour assurer le critère de réciprocité celle-ci doit être symétrique. C'est pourquoi Westin utilise plutôt une matrice moyennée dans le triangle supérieur et inférieur :  $\frac{1}{2}(\tilde{M} + \tilde{M}^T)$ .

Il est à signaler que les harmoniques sphériques ont depuis été utilisées dans les travaux très intéressants de Kautz et al. [KSS02] [SKS02] pour permettre un rendu 3D temps-réel utilisant des FDRB complexes (anisotropes) et un éclairage *ou* une visualisation dynamique.



## Chapitre 2

# Développement d'une Modélisation par Ondelettes

### 2.1 Problématique et objectifs

L'objectif principal de mes travaux de recherche est la définition d'un nouveau modèle de FDRB permettant l'utilisation de mesures physiques de FDRB pour la synthèse d'images réalistes et outrepassant les limitations des modélisations existantes. Pour cela, il se doit d'être général ou *universel*, c'est à dire non spécifique à certains types de surfaces car la variété de matériaux possibles dans une scène intérieure ou extérieure est potentiellement infinie (surfaces naturelles ou artificielles) ; j'y reviendrai par la suite.

Les modèles explicites 3D peuvent sembler *à priori* universels en ce sens qu'ils permettent de calculer la FDRB de n'importe quelle surface à partir de sa description physique. Néanmoins ils sont forcément définis dans un cadre précis, notamment par la théorie employée pour décrire les phénomènes physiques (optique géométrique, électromagnétisme, etc.). De plus, l'accès aux paramètres de description de la surface est parfois délicat et nécessite des moyens expérimentaux lourds ou le recours à des modélisations à une échelle inférieure. Enfin, le calcul de la FDRB peut être un processus trop coûteux pour une application comme le rendu réaliste qui nécessite plusieurs milliers d'accès à une valeur de FDRB en quelques secondes. Pour cette raison j'ai décidé d'écarter cette voie de travail. Je pense qu'il est en effet souvent plus simple d'accéder à la FDRB de chaque surface via une mesure effectuée sur un échantillon. J'ai donc choisi une modélisation implicite de la FDRB.

On peut ensuite logiquement se demander l'intérêt d'une telle modélisation, pourquoi en effet ne pas directement utiliser les mesures de FDRB ? En fait pour plusieurs raisons bien distinctes. Tout d'abord la FDRB étant une fonction complexe dépendante d'au moins 5 variables (deux directions, soit quatre angles, et la longueur d'onde), l'utilisation directe des jeux de mesures obtenus devient rapidement inefficace d'un point de vue informatique, même pour un échantillonnage peu précis. A titre d'exemple, considérons les recommandations de la CIE [Com71] pour un échantillonnage tous les cinq nanomètres

sur le spectre visible ( $\sim 380\text{-}830\text{nm}$ ), puis un échantillonnage tous les dix degrés pour l'espace des directions d'incidence et de réflexion (en angle zénithal et azimutal), ce qui est relativement peu précis compte tenu de la sensibilité de l'oeil humain (1 minute d'arc). Une telle FDRB mesurée sera donc constituée de  $91 \times (36 \times 10)^2 = 11,793,600$  échantillons. Soit environ 50 Mo requis pour une précision 32 bits. Il est évident qu'utiliser plusieurs FDRB (ce qui est courant dans une scène comportant plusieurs centaines ou milliers d'objets) en même temps entraîne une consommation mémoire beaucoup trop importante (il faut penser que la représentation géométrique occupe elle aussi beaucoup de ressources). Une deuxième raison s'opposant à la manipulation directe des mesures est la nécessité, pour certaines applications comme les codes de transfert radiatif, de disposer d'une FDRB ayant une valeur définie en tout point de l'espace support, i.e. pour chacune des directions et des longueurs d'onde possibles. Dans le cas des mesures, on ne connaît rien de la FDRB en dehors des points de mesure. Ce qui peut poser problème et nécessite une *reconstruction* de la valeur de la FDRB lorsque le modèle est interrogé pour un point non mesuré. Généralement il s'agit d'*interpoler* la valeur manquante à partir d'un ensemble localisé de points de mesure autour du point demandé. Pour finir, un jeu de mesures ne présente pas de fonctionnalités potentiellement utiles lors d'une simulation de paysage ou dans un algorithme de synthèse d'images. Un modèle fournissant des informations pouvant mener à une optimisation ou une amélioration de la simulation est un plus incontestable.

Le modèle que je désire bâtir doit en outre posséder les propriétés suivantes :

- Universel : utilisable pour tout type de surface (naturelles, artificielles, spéculaires, diffuses, etc.)
- Spectral : capable de gérer la dépendance à la longueur d'onde
- Extensible : permettre un passage facile de FDRB isotropes à anisotropes, monochromatiques à spectrales, et possibilité d'inclure facilement de nouvelles dépendances<sup>12</sup>
- Efficace : le calcul de la FDRB pour n'importe quelle direction ou longueur d'onde doit être rapide

La première proposition peut paraître irréaliste, mais il faut bien voir qu'il ne s'agit pas d'obtenir un modèle parfait dans tous les cas. Il peut par exemple être meilleur pour tel ou tel type de FDRB. Par contre ce que je recherche est l'*absence de restrictions théoriques* (sur la structure microscopique de la surface par exemple) qui empêcherait son fonctionnement dans certains contextes. Le modèle doit toujours pouvoir fournir une valeur de FDRB plausible même si elle n'est pas aussi bonne pour chaque FDRB.

Dans le contexte général de la modélisation implicite, deux solutions répondant à mes critères sont envisageables : une approche analytique et une approche numérique projective. Je vais détailler dans la prochaine partie les différentes raisons qui m'ont permis d'effectuer un choix.

---

<sup>12</sup>Un des objectifs était par exemple de prévoir l'incorporation possible de l'échelle de la FDRB. C'est à dire de disposer d'une modélisation à diverses résolutions spatiales pour un matériau donné.

## 2.2 Choix de la méthode

### 2.2.1 De l'analytique au numérique

Durant mes travaux de D.E.A. [Cla00b] et le début de ma thèse, j'ai été amené à travailler longuement sur la modélisation analytique de la FDRB. J'ai utilisé et amélioré un code contenant une vingtaine de modèles parmi ceux cités au Chapitre 1, et réalisant un calage sur les données en utilisant la méthode non-linéaire du *simplexe* [PTVF92]. Cette étude m'a permis d'identifier les restrictions d'une telle approche et a semé les germes d'un modèle numérique qui serait moins contraignant. D'une manière générale la modélisation analytique ne propose pas une *compréhension* du phénomène de réflexion lumineuse. Il s'agit généralement d'une approche purement empirique ou basée sur une théorie physique qui aboutit au développement d'un modèle dont le principal problème est sa *spécificité*.

Dans le cas empirique cela paraît évident car le modèle découle justement de l'étude approfondie de divers échantillons *particuliers*. Mais l'aspect macroscopique de la FDRB induit le problème également pour une approche théorique. En effet la FDRB exprime un comportement *global* résultat de l'agrégation des comportements microscopiques au sein même de la matière. Or une étude précise de ces phénomènes est impossible du fait du trop grand nombre d'éléments mis en jeu, mais aussi de l'incapacité à connaître le matériau de manière fine. Il faut donc se restreindre à certains types de surfaces (rugueuses, végétales, plastiques, etc), considérées généralement homogènes, pour lesquelles il est possible *d'idéaliser* la structure sous-jacente. Ces modèles bien qu'adaptés à une plus ou moins large classe de surfaces sont néanmoins restreints à cette classe. Si l'on veut être capable de modéliser n'importe quel type de FDRB il faut donc prévoir une bibliothèque de modèles propres à chaque sorte de matériau susceptible d'être rencontré. Dans le même ordre d'idée, certains modèles physiques font des hypothèses de symétrie particulières (isotropie ou autre) et sont donc inutilisables dans un cadre universel. Enfin, la plupart des modèles analytiques contiennent aussi des limites de validité en terme angulaire ou spectral.

Parmi les autres inconvénients de la modélisation analytique, citons l'obtention de la valeur des paramètres d'un modèle. Ces paramètres sont souvent impossibles à mesurer ou à calculer de manière simple et directe. Il faut donc avoir recours à une méthode d'optimisation numérique qui retrouve la valeur des paramètres en ajustant le modèle sur des données de FDRB mesurées. Une telle méthode est basée sur la minimisation de l'erreur commise entre le jeu de mesure réel et celui simulé par le modèle avec les paramètres recherchés. Mais la convergence de l'algorithme n'est jamais garantie, et les résultats obtenus peuvent être médiocres. De plus dans le cas non-linéaire (ce qui représente la majorité des modèles) l'algorithme est très sensible aux conditions initiales. Pour finir, les valeurs des paramètres obtenues peuvent n'avoir aucun sens physique. Cet inconvénient ne peut être évité qu'en ajoutant des contraintes sur les paramètres, ce qui complexifie encore l'algorithme de régression [VPD90].

L'utilisation optimale du modèle au sein d'un algorithme de simulation de type Monte Carlo, comme des codes de transfert radiatif ou d'illumination globale, nécessite très souvent l'utilisation *indirecte* du modèle, c'est à dire l'inversion fonctionnelle au sens purement mathématique du terme. En effet,

en plus de connaître la valeur de la fonction pour des directions et longueurs d'onde quelconques, il faut être capable de localiser les endroits où la fonction est importante. Les méthodes de type Monte Carlo utilisent cette information précieuse pour guider leur processus stochastique vers les lieux où les échanges énergétiques seront prépondérants et ainsi minimiser la variance autour de la solution réelle. Or mis à part dans le cas de modèles analytiques très simples ou très précis, l'inversion mathématique directe est une étape délicate à franchir. Il faut alors recourir à des procédés d'inversion numérique coûteux : la tabulation de toute la fonction avec les problèmes mémoire que cela entraîne, ou la méthode de *réjection* [Gla95] qui est excessivement lente et peu performante.

Pour finir il n'existe à ma connaissance aucun modèle analytique réellement spectral dans le domaine de la synthèse d'images. De même les modèles gérant l'anisotropie sont rares et délicats à utiliser. Il est donc difficile d'envisager un modèle analytique à la fois spectral et anisotrope. Une solution pourrait consister à utiliser le même modèle pour chaque longueur d'onde et à évaluer l'évolution des paramètres en fonction de  $\lambda$ . Le but ultime consistant à en déduire une loi de variation. Mais cette approche semble trop fastidieuse car longue à développer et spécifique à chaque nouveau matériau rencontré.

Toutes ces constatations m'ont poussé à choisir la voie numérique qui me paraissait beaucoup plus universelle. En effet aucune modélisation des phénomènes physiques n'est requise, mais simplement la recherche d'une *technique* permettant une bonne modélisation<sup>13</sup>. Il s'agit d'effectuer une projection des données numériques (les mesures) sur une base de fonctions permettant un encodage optimal de l'information.

### 2.2.2 Le choix des ondelettes

Deux possibilités semblant répondre à nos exigences (universalité, rapidité, compression) s'offraient alors à moi : une modélisation à base d'ondelettes ou une modélisation utilisant des réseaux de neurones. Un modèle à base d'ondelettes sphériques était déjà développé au sein de notre équipe [RPC99] [Mul99] dont j'ai étudié les avantages *à priori* sans me lancer dans une étude plus avant. Il s'agissait d'un modèle simpliste ne gérant ni l'anisotropie ni l'aspect spectral d'une FDRB mesurée. Par contre j'ai dû m'engager dans une modélisation succincte à base de réseaux de neurones dont un seul précédent existait [GN98]. Néanmoins les mesures utilisées pour ces travaux étaient très creuses (quelques dizaines ou centaines de points), à longueur d'onde fixée, et simulées (mesures idéales et non réelles). Ils ne pouvaient donc pas vraiment me servir de référence. Gong [GWL99] utilise aussi des réseaux de neurones dans le contexte de la modélisation de FDRB mais simplement pour effectuer l'inversion d'un modèle analytique. Mon exploration du problème grâce au logiciel neuronal SNNS [Uni] et aux connaissances disponibles à l'ONERA [FPZ99] a dégagé plusieurs inconvénients pour les réseaux de neurones. Tout d'abord des temps de calculs prohibitifs pour inclure la dimension spectrale, accompagné de problèmes de convergence. Puis la lourdeur et l'aspect "cuisine" de l'étape de modélisation (pas de contrôle simple

---

<sup>13</sup>Ce qui est à la fois un avantage (simplicité) et un inconvénient (pas de théorisation).

de l'erreur commise). Et pour finir la difficulté d'utilisation dans un algorithme de rendu. Il ne me restait plus qu'à creuser dans la direction des ondelettes.

Les ondelettes se sont imposées comme un très bon choix pour les raisons suivantes :

- *multirésolution* : une reconstruction à différents niveaux de précision est possible
- *efficacité* : la reconstruction du signal se fait en temps logarithmique par rapport au nombre initial de données
- *compression* : la représentation par ondelettes est *creuse*<sup>14</sup> et n'utilise qu'une portion des données initiales
- *débruitage* : induit par la compression, qui élimine en premier lieu les hautes fréquences très localisées
- *généralité* : permet à priori de représenter tout type de FDRB (n'est basé sur aucune hypothèse physique)
- *inversion*<sup>15</sup> : numérique, mais guidée par la multirésolution

S'agissant simplement d'une procédure numérique sans référence à une théorie physique précise, aucune famille de FDRB n'est à priori interdite à un modèle projectif. Par contre la compression est une condition *sine qua non* en raison des coûts mémoire importants, comme je l'ai expliqué dans la partie précédente. Un autre avantage des ondelettes est le fait que la compression permette en plus une atténuation du bruit, qui peut être relativement important pour les mesures de FDRB. Pour terminer, plus la reconstruction du signal transformé et compressé sera rapide, meilleur sera le modèle, et sur ce plan, les ondelettes sont très efficaces en regard d'autres techniques. Quant à la multirésolution, son utilisation autorise l'optimisation de certains traitements comme nous le verrons dans le prochain chapitre.

### 2.2.3 Méthodologie

Pour bien fixer les idées, il est possible de mettre en parallèle l'approche analytique et l'approche numérique que j'ai choisie car la méthode est globalement identique. A partir d'un jeu de mesure une phase d'inversion permet de remonter aux paramètres du modèle. Dans le cas analytique il s'agit d'utiliser une méthode d'inversion numérique et de déduire la valeur des paramètres du modèles. Dans le cas numérique il s'agit de calculer les coefficients d'ondelettes en appliquant la transformée par ondelettes (processus d'analyse), puis de compresser le nouveau jeu de mesures obtenu afin de sélectionner les coefficients les plus pertinents. Ensuite, le mode direct permet de fournir la valeur de la FDRB à partir des paramètres précédemment calculés. Dans le cas analytique il s'agit d'évaluer l'expression analytique de la FDRB dépendant de ces paramètres. Dans le cas numérique il s'agit d'inverser la transformée par ondelettes (processus de synthèse). La méthodologie des deux approches est résumée Figure 2.1.

Dans la suite du chapitre je détaillerai en premier lieu les travaux reposant sur une approche par

---

<sup>14</sup>Une représentation est dite creuse quand seulement quelques valeurs sont réellement significatives.

<sup>15</sup>Le terme est ici employé au sens mathématique (inversion fonctionn=elle) et non physique (calage du modèle sur les données).

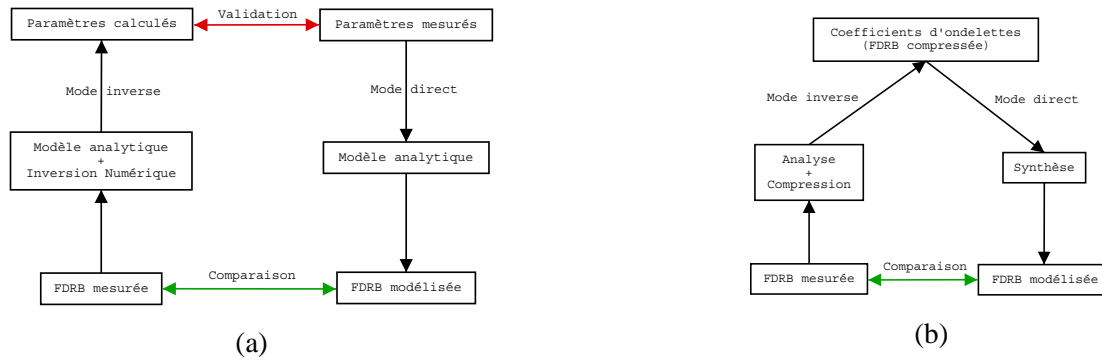


FIG. 2.1: Méthodologie de modélisation analytique à gauche (a) : phase de calage et de validation et méthodologie de modélisation numérique à droite (b) : phase d'analyse et de synthèse

ondelettes en identifiant leurs points forts ainsi que leurs points faibles. Ensuite j'exposerai une nouvelle approche et le développement du modèle qui en découle en explicitant dans quelle mesure il paraît plus adapté au problème qui nous concerne. Les résultats obtenus dans la phase de validation du modèle tant du côté de la précision que de celui des performances seront présentés au prochain chapitre.

## 2.3 Travaux précédents

Différents auteurs ont tenté une approche numérique basée sur des méthodes projectives autres que les ondelettes. Les harmoniques sphériques naturellement définies sur la sphère furent d'abord les plus élaborées et les plus efficaces [CMS87]. Néanmoins leur support global implique un coût d'évaluation prohibitif. De plus les taux de compression sont moins impressionnants et plus difficiles à ajuster en fonction de la précision souhaitée. Or les ondelettes, qui ne présentent pas ces désavantages, se sont naturellement imposées comme une alternative. De même que pour les signaux 1D, la décomposition en ondelettes a supplanté peu à peu la décomposition de Fourier car elle est compacte en fréquence *et* localisée dans l'espace.

### 2.3.1 Transformée par ondelettes sphériques

La première approche utilisée pour modéliser la FDRB à partir d'ondelettes est trouvée dans [SS95a]. En fait Schröder [SS95a] étend les ondelettes unidimensionnelles aux ondelettes sphériques dans le but de représenter efficacement des fonctions définies sur la sphère  $\mathcal{S}^2$  ou sur l'hémisphère  $\mathcal{H}^2$ . Les ondelettes sphériques sont définies sur  $\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_2(\mathcal{S}^2, d\omega)$  l'espace des fonctions d'énergie finie définies sur  $\mathcal{S}^2$  (ce qui est le cas de la FDRB à cause du principe de conservation de l'énergie).

### Sphère géodésique

$\mathcal{S}^2$  est discrétisée en utilisant une construction géodésique [GMN94]. Partant d'un octaèdre complet<sup>16</sup>, ou d'un demi-octaèdre pour  $\mathcal{H}^2$ , un processus de subdivision récursif découpe chaque triangle en quatre sous-triangles ou triangles fils jusqu'à un niveau de précision voulu (Figure 2.2). A chaque étape de la subdivision les triangles sont projetés sur la sphère afin de réduire les déformations dues à la courbure [Rob99] (Figure 2.2). Cette construction est *indépendante de la paramétrisation* de la sphère et relativement régulière en terme d'angle solide. Aucune direction n'est privilégiée par rapport à une discrétisation standard des coordonnées sphériques  $(\theta, \phi)$ , dont le résultat serait une plus grande importance des pôles (échantillonnage irrégulier). De plus l'octaèdre présente une discontinuité sur le plan  $(xy)$  comme une FDRB ou une FDTB. Une étude intéressante portant sur différents découpages du domaine sphérique se trouve dans [Noe99]<sup>17</sup>. Une fonction définie sur  $\mathcal{S}^2$  est approchée par une fonction



FIG. 2.2: Subdivision du demi-octaèdre aux niveaux 0,1,2

constante par morceaux sur les triangles du niveau de précision requis. A titre d'information, le nombre de triangles correspondants aux niveaux de subdivision de l'hémisphère 0, 1, 2, 3, 4 est respectivement 4, 16, 64, 256, 1024. Dans le cas de la sphère complète il suffit de multiplier ces chiffres par deux.

Pour le détail de la construction d'un tel maillage, le lecteur est convié à consulter [Mul99]. Différentes caractéristiques intéressantes comme la concordance de la numérotation des sommets entre les différents triangles rendent sa manipulation simple. Les Figures 2.3 et 2.4 montrent la structure topologique du maillage ainsi créé.

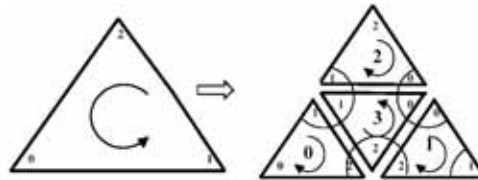


FIG. 2.3: Numérotation et orientation des sommets d'un triangle et de ses fils dans la subdivision sphérique

<sup>16</sup>Il est aussi envisageable d'utiliser d'autres formes comme un icosaèdre régulier.

<sup>17</sup>Il faut savoir que distribuer équitablement  $N$  points sur une sphère reste un problème mathématique ouvert.

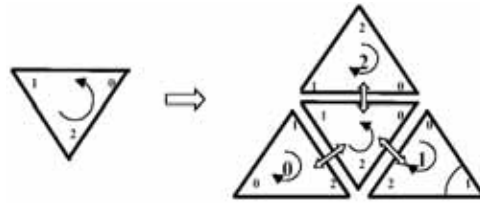


FIG. 2.4: Numérotation et orientation des sommets d'un triangle et de ses voisins dans la subdivision sphérique

### Analyse multirésolution sur la sphère

Schröder [SS95a] définit une analyse multirésolution dans l'espace fonctionnel  $\mathcal{L}_2(\mathcal{S}^2, d\omega)$  et construit la base d'ondelettes de *Bio-Haar*, qui n'est rien d'autre qu'une extension de la base standard de Haar, grâce au *Lifting Scheme* [Swe98]. Les fonctions d'échelle et d'ondelettes à un niveau  $j + 1$  sont localement définies dans l'espace du triangle père situé au niveau  $j$ . Elles forment une base orthogonale comme cela était le cas en 1D.

Considérons l'ensemble des triangles résultant de la construction de la sphère géodésique  $\{T_j^k, k \in \mathcal{K}(j)\}$ . Il possède les propriétés suivantes :

1.  $\mathcal{S}^2 = \bigcup_{k \in \mathcal{K}(j)} T_j^k$  et l'union est disjointe (pas de chevauchement des triangles)
2.  $\forall j, k, T_j^k = \bigcup_{m \in \mathcal{M}(j)} T_{j+1}^m$  et  $\#\mathcal{M}(j) = 4$

La première indique que les triangles couvrent bien tout le domaine sphérique à un niveau donné et la seconde que chaque triangle peut être réécrit comme l'union de quatre triangles fils au niveau inférieur. On notera  $\mathcal{S}_T^2$  l'ensemble des triangles sphériques issus de la subdivision géodésique (à tous les niveaux). Schröder définit deux fonctions :

1.  $\alpha$  qui fournit l'aire sphérique d'un triangle,
2.  $\chi_{T_j^k}$  telle que  $\chi_{T_j^k}(x)$  vaut 1 si  $x \in T_j^k$ , zéro sinon,

à partir desquelles il construit des fonctions d'échelles biorthogonales (Figure 2.5) :

$$\begin{aligned} \varphi_j^k &= \chi_{T_j^k} \\ \tilde{\varphi}_j^k &= \frac{1}{\alpha(T_j^k)} \chi_{T_j^k} \end{aligned}$$

Pour un triangle  $T_j^k$  et ses enfants  $T_{j+1}^{l=0,1,2,3}$ , les fonctions d'ondelettes (Figure 2.6) et leurs duales

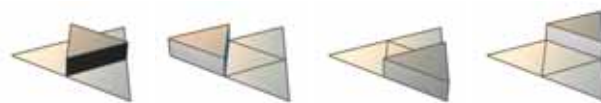


FIG. 2.5: Fonctions d'échelle sur la sphère



(Figure 2.7) se construisent comme suit ( $m = 1, 2, 3$ ) :

$$\begin{aligned}\psi_j^m &= 2\left(\varphi_{j+1}^m - \frac{I_{j+1}^m}{I_{j+1}^0}\varphi_{j+1}^0\right) \text{ avec } I_j^m = \int_{S^2} \varphi_j^m d\omega \\ \tilde{\psi}_j^m &= \frac{1}{2}(\tilde{\varphi}_{j+1}^m - \tilde{\varphi}_j^*)\end{aligned}$$

Cette base s'inspire de la construction des ondelettes orthogonales de Haar pour une mesure quelconque



FIG. 2.6: Fonctions d'ondelettes sur la sphère



FIG. 2.7: Fonctions d'ondelettes duales sur la sphère

[GS95] [Mit80]. Les espaces  $V_j$  générés par ces fonctions de base forment une analyse multirésolution. Des équations précédentes on déduit la valeur des filtres utiles pour la transformée (consulter [Rob99] pour une preuve détaillée) :

$$\begin{aligned}h_j^{k,l} &= 1 \\ \tilde{h}_j^{k,l} &= \frac{\alpha(T_{j+1}^l)}{\alpha(T_j^k)} \\ g_j^{m,l} &= \begin{cases} -2\frac{I_{j+1}^m}{I_{j+1}^0} & \text{si } l = 0 \\ 2 & \text{si } l = m \\ 0 & \text{si } l \neq 0 \end{cases} \\ \tilde{g}_j^{m,l} &= \begin{cases} -\frac{1}{2}\frac{\alpha(T_{j+1}^l)}{\alpha(T_j^*)} & \text{si } m \neq l \\ \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\alpha(T_{j+1}^l)}{\alpha(T_j^*)}\right) & \text{si } m = l \end{cases}\end{aligned}$$

Si l'on considère que chaque fils possède une aire quatre fois inférieure à son père et que les triangles d'un même niveau occupent le même angle solide on obtient les filtres triviaux :

$$\begin{aligned}h_j^{k,l} &= 1 \\ \tilde{h}_j^{k,l} &= \frac{1}{4} \\ g_j^{m,l} &= \begin{cases} -2 & \text{si } l = 0 \\ 2 & \text{si } l = m \\ 0 & \text{si } l \neq 0 \end{cases}\end{aligned}$$

$$\tilde{g}_j^{m,l} = \begin{cases} -\frac{1}{2}\frac{1}{4} & \text{si } m \neq l \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{4}) & \text{si } m = l \end{cases}$$

La base Bio-Haar possède un seul moment d'extinction ; mais en utilisant le lifting scheme une nouvelle analyse multirésolution dans laquelle les ondelettes duales ont plus de moments nuls se bâtit. Pour cela on utilisera le voisinage  $T_j^{k=4,5,6}$  du triangle père  $T_j^*$  :

$$\tilde{\psi}_j^m = \frac{1}{2}(\tilde{\varphi}_{j+1}^m - \tilde{\varphi}_j^*) - \sum_k \tilde{s}_j^{k,m} \tilde{\varphi}_j^k \quad (2.1)$$

**Exemple de transformée** Je vais décrire ici un exemple complet du processus d'analyse-synthèse en me fixant sur un triangle particulier. Bien sûr la transformée et son inverse consistent à itérer ce processus pour chaque triangle et ce du niveau le plus fin au niveau le plus grossier.

Soit le signal sphérique échantillonné sur un triangle au niveau  $j + 1$  donné Figure 2.8. Dans la phase



FIG. 2.8: Signal sphérique original

d'analyse, le signal moyen correspondant au père (niveau  $j$ ) est construit en premier lieu grâce au filtre passe-bas  $\tilde{h}$ , ce qui consiste à calculer la moyenne des fils :

$$a_j^* = \sum_l \tilde{h}_j^{*,l} a_{j+1}^l = \frac{1}{4}7 + \frac{1}{4}3 + \frac{1}{4}1 + \frac{1}{4}2 = \frac{13}{4} = 3.25$$

Ensuite on calcule les trois coefficients d'ondelettes en utilisant le filtre passe-haut  $\tilde{g}$  :

$$d_j^m = \sum_l \tilde{g}_j^{m,l} a_{j+1}^l$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} m = 1 & d_j^1 = \frac{1}{2}\frac{1}{4}7 + (1 - \frac{1}{2}\frac{1}{4})3 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}1 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}2 = -\frac{9}{8} = -1.125 \\ m = 2 & d_j^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4}7 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}3 + (1 - \frac{1}{2}\frac{1}{4})1 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}2 = -\frac{1}{8} = -0.125 \\ m = 3 & d_j^3 = \frac{1}{2}\frac{1}{4}7 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}3 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}1 + (1 - \frac{1}{2}\frac{1}{4})2 = -\frac{5}{8} = -0.625 \end{cases} \quad (2.2)$$

Finalement, dans le signal transformé, la valeur du père est stockée en lieu et place de celle du fils central devenue inutile (Figure 2.9). Dans la phase de synthèse, l'utilisation conjointe du filtre passe-haut  $h$  et

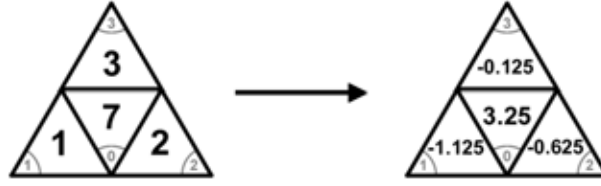


FIG. 2.9: Analyse du signal sphérique

le passe-bas  $g$  permet de reconstruire le signal original au niveau  $j + 1$  en appliquant la transformée inverse sur les coefficients de niveau  $j$  :

$$a_{j+1}^m = \sum_k h_j^{k,l} a_j^k + \sum_l g_j^{m,l} d_j^m$$

Ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} l = 0 \quad a_{j+1}^0 = 1 \cdot \frac{13}{4} - 2\left(-\frac{9}{8}\right) - 2\left(-\frac{5}{8}\right) - 2\left(-\frac{1}{8}\right) = 7 \\ l = 1 \quad a_{j+1}^1 = 1 \cdot \frac{13}{4} + 2\left(-\frac{9}{8}\right) + 0\left(-\frac{5}{8}\right) + 0\left(-\frac{1}{8}\right) = 1 \\ l = 2 \quad a_{j+1}^2 = 1 \cdot \frac{13}{4} + 0\left(-\frac{9}{8}\right) + 2\left(-\frac{5}{8}\right) + 0\left(-\frac{1}{8}\right) = 2 \\ l = 3 \quad a_{j+1}^3 = 1 \cdot \frac{13}{4} + 0\left(-\frac{9}{8}\right) + 0\left(-\frac{5}{8}\right) + 2\left(-\frac{1}{8}\right) = 3 \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Pour obtenir finalement le signal reconstruit (Figure 2.10).

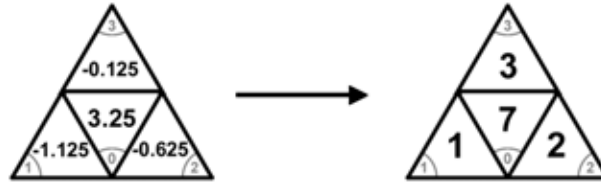


FIG. 2.10: Synthèse du signal sphérique

## Conclusion

Le problème principal est la restriction de la méthode à une incidence fixée pour la FDRB. En effet pour  $\omega_i$  fixée la FDRB devient une fonction définie uniquement sur  $\mathcal{H}^2$  (réflectance directionnelle hémisphérique) qu'il est possible de compresser grâce aux ondelettes sphériques. Il est facile de voir qu'il serait très maladroit de stocker une réflectance directionnelle hémisphérique pour chaque direction d'incidence (même compressée), car seule la cohérence entre les directions de réflexion serait exploitée. La FDRB présente aussi une grande cohérence par rapport aux directions incidentes. Pour  $\omega_i$  variant peu, les réflectances directionnelles hémisphériques obtenues sont généralement très semblables. On peut donc facilement concevoir qu'une compression doit être possible aussi à ce niveau. Une autre restriction que

l'on peut imputer au domaine sphérique en général est le manque de bases d'ondelettes. Étendre des théories mathématiques de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}^2$  est très facile, par contre le passage de  $\mathcal{R}^2$  à  $\mathcal{S}^2$  est beaucoup plus problématique. C'est pourquoi il n'existe que très peu de bases "efficaces" (orthonormales et à support local) définies sur la sphère. La plupart sont des variantes de la base de Haar [SS95a] [Bon99]<sup>18</sup>. Certains travaux proposent d'autres approches [DDSW94] [FW94] [CP01]<sup>19</sup> mais ils ne sont encore qu'au stade de la théorisation mathématique<sup>20</sup> et n'ont, à ma connaissance, pas encore trouvé d'application pratique efficace, i.e. une implémentation informatique. En fait se restreindre à la base de Haar ne pose pas de problèmes particuliers car :

1. elle est adaptée aux jeux de mesures (présentant des discontinuités au niveau du pic spéculaire ou de rétro-réflexion)
2. elle optimise l'utilisation de la modélisation pour le rendu (voir Chapitre 4)

Pour finir il faut souligner que si les ondelettes sphériques ne sont déjà pas aptes à modéliser des fonctions du type  $\mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2 \mapsto \mathcal{R}$ , elles sont encore moins capables de gérer des fonctions du type  $\mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2 \times \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ , et donc une éventuelle extension spectrale de la FDRB.

### 2.3.2 Transformée par ondelettes multidimensionnelles

#### Introduction

Une représentation présentée par Lalonde [LF97a] est basée sur la projection de la FDRB sur une base d'ondelettes à quatre dimensions (donc utilisable pour représenter une FDRB anisotrope monochromatique). Les bases d'ondelettes multidimensionnelles sont construites à partir des bases d'ondelettes unidimensionnelles en utilisant le *produit tensoriel* et une décomposition dite *non-standard* [Dau92].

Pour bien comprendre la construction d'ondelettes multidimensionnelles, plaçons nous dans le cas simple 2D ; typiquement nous travaillons sur une image. Il est possible de décomposer grâce à des ondelettes 1D le signal 2D de deux manières différentes. La première, dite standard, consiste à transformer d'abord complètement le signal 1D correspondant à chaque ligne, puis à transformer complètement le signal 1D correspondant à chaque colonne. Finalement on obtient un seul coefficient moyen et une cascade de détails. La deuxième version, dite non-standard, alterne les opérations entre les lignes et les colonnes. On effectue un seul pas de la transformation sur les lignes puis sur les colonnes. On obtient en fait quatre imagerettes. La première est une imagerette "moyenne" car elle est formée uniquement par des coefficients d'échelle ; résultat de l'application des deux filtres passe-bas des deux transformations. Ensuite viennent deux imagerettes "mixtes" résultat de l'application d'un filtre passe-haut puis passe-bas et l'inverse. Pour finir reste une imagerette composée uniquement de coefficients de détails car résultat de

<sup>18</sup>Bonneau propose une méthode de construction pour des bases dérivées de la base de Haar en introduisant le concept de "quasi-orthogonalité".

<sup>19</sup>Conrad construit une analyse multirésolution sur la sphère à partir des harmoniques sphériques.

<sup>20</sup>Souvent simplement du point de vue de la transformée continue et dépendant de la paramétrisation de la sphère.

l'application des deux filtres passe-haut. Le processus est répété sur l'imagette moyenne jusqu'à obtention d'un seul coefficient moyen. Les deux transformations sont explicitées Figure 2.11. D'un point de



FIG. 2.11: Décomposition standard (à gauche) et non-standard (à droite) d'une image 2D

vue mathématique il s'agit toujours d'une projection sur une base de fonctions 2D mais la technique de construction est différente. Une fonction de base 2D  $f(x, y)$  s'obtient par produit de deux fonctions de base 1D :  $f(x, y) = h(x)g(y)$ . La variable de la première dimension servant à la première fonction 1D, la variable de la seconde dimension à la seconde fonction 1D du produit. Il s'agit d'un produit de fonctions *indépendantes*. On notera  $f(x, y) = (h \otimes g)(x, y)$ . Dans la version standard, on combine entre elles les fonctions d'ondelettes sur chaque dimension et cela à tous les niveaux. Mais on les combine de même avec la fonction d'échelle du niveau zéro. Si l'on considère par exemple la base de Haar pour la transformée d'un signal à quatre échantillons, on a quatre fonctions de base  $\varphi_0, \psi_0^0, \psi_0^1, \psi_0^2$ . Nous avons donc seize fonctions 2D résultats des seize produits possibles (Figure 2.12). Dans la version non-standard, on combine aussi entre elles les fonctions d'ondelettes sur chaque dimension et cela à tous les niveaux. Mais on les combine de même avec les fonctions d'échelle à chaque niveau. On ajoute la fonction initiale composée des deux fonctions d'échelle au niveau zéro (Figure 2.12). L'approche standard est plus simple à programmer car elle utilise deux fois la même transformée. Néanmoins l'approche non-standard, bien que plus complexe, se révèle meilleure en terme d'efficacité. En fait à chaque étape du processus on ne travaille que sur un quart des coefficients de l'étape précédente alors que dans la version standard la population de coefficients n'est divisée que par deux.

### Adaptation à la représentation de FDRB

L'un des problèmes d'une telle approche est le domaine de définition. En effet la FDRB est définie en théorie sur  $\mathcal{H}^2 \times \mathcal{H}^2$ , il faut donc passer des coordonnées sphériques à quatre variables unidimensionnelles grâce à un changement de variables. Une telle transformation dépendante de la paramétrisation de

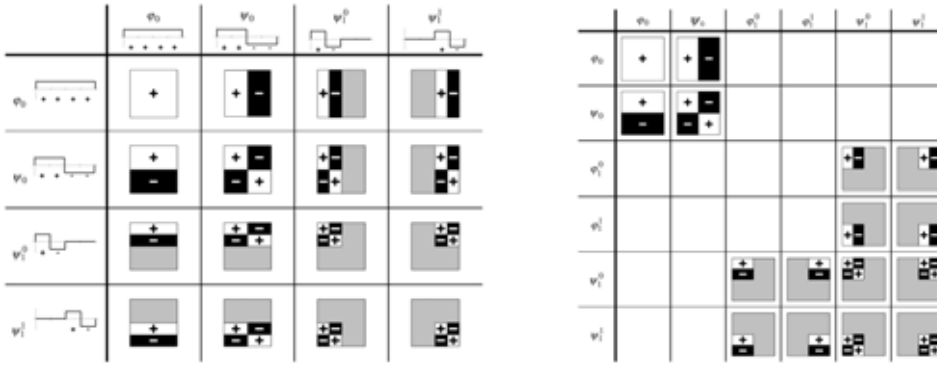


FIG. 2.12: Construction des fonctions de base dans la décomposition standard (à gauche) et non-standard (à droite) de Haar

la sphère introduit forcément des distorsions dues à la courbure du domaine sphérique. Une discrétisation standard des coordonnées sphériques  $(\theta, \phi)$  résulte par exemple en une importance disproportionnée des pôles. Lalonde choisit lui d'utiliser les coordonnées de Nusselt [LF96] pour assurer la correspondance entre  $S^2 \times S^2$  et  $\mathcal{R}^4$  qui présentent un bon compromis pour la problématique de la redondance aux pôles<sup>21</sup>. Les coordonnées de Nusselt pour une direction  $\omega$  dans le repère local à la surface formé par sa normale  $n$  et un vecteur tangent  $t$  s'obtiennent de la façon suivante (Figure 2.13) :

$$\begin{aligned}\mu_x &= \omega \cdot t \\ \mu_y &= \omega \cdot (n \times t)\end{aligned}$$

Ce qui donne en terme d'angle zénithal et azimutal :

$$\begin{aligned}\mu_x &= \sin \theta \cos \phi \\ \mu_y &= \sin \theta \sin \phi\end{aligned}$$

Lalonde normalise ces valeurs dans  $[0, 1]$  pour aboutir à :

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{\mu_x + 1}{2} \\ \lambda &= \frac{\mu_y + 1}{2}\end{aligned}$$

$\kappa$  et  $\lambda$  sont des indices dans le carré unité, l'ensemble des directions couvrant uniquement le disque au centre du carré. Lalonde réduit à zéro la valeur de toute fonction définie sur la sphère pour  $\mu_x^2 + \mu_y^2 > 1$ . La projection de la FDRB sur l'espace ainsi défini s'écrit :

$$f_r(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) = \sum_j f_j F_j(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) \quad (2.4)$$

<sup>21</sup>Rusinkiewicz [Rus98] proposa lui aussi par la suite une nouvelle paramétrisation en fonction du *demi-angle* entre la direction d'incidence et de réflexion permettant de réduire la taille des données mais restreinte à certaines classes de FDRB.

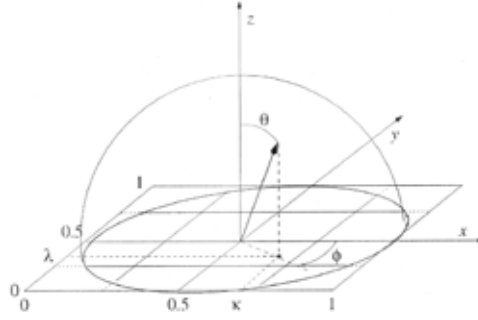


FIG. 2.13: Géométrie pour la transformation de Nusselt, l'intersection entre l'hémisphère unitaire et la direction considérée est projetée sur le carré unitaire

où les  $F_j(\cdot)$  forment la base d'ondelettes multidimensionnelle et les  $\tilde{F}_j(\cdot)$  sont leurs fonctions duales. Les coefficients de la projection se calculent par :

$$\begin{aligned} f_j &= \langle f_r(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) | \tilde{F}_j(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) \rangle \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 f_r(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) \tilde{F}_j(\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r) d\kappa_i d\lambda_i d\kappa_r d\lambda_r \end{aligned} \quad (2.5)$$

Les bornes d'intégration se réduisent de l'intervalle  $]-\infty, \infty[$  à  $]0, 1[$  car pour  $\mu_x^2 + \mu_y^2 > 1$ , les fonctions sont nulles.

### Conclusion

Ce modèle présente l'avantage de gérer naturellement tout type de FDRB (même anisotrope). Il suffirait théoriquement d'introduire une nouvelle dimension pour obtenir une représentation spectrale, problématique que ne pouvait directement surmonter les ondelettes sphériques. De plus n'importe quelle base d'ondelettes 1D peut a priori être utilisée pour former la base multidimensionnelle. Ce qui fournit un éventail de choix très large parmi les nombreuses bases existantes. Lalonde testa notamment la base de Haar, celle de Daubechies et une base de splines linéaires. Les différences furent de quelques pour cent (entre un et cinq) à taux d'erreur fixe en faveur de la dernière. Cependant le bon compromis mémoire/vitesse est, comme toujours, délicat à trouver. Il doit être étudié au cas par cas. En effet les bases à support large tendent à compresser mieux que les bases à support réduit mais impliquent une reconstruction plus lente du signal.

Néanmoins différents inconvénients peuvent aussi être soulevés à propos de ce modèle. Tout d'abord la compression s'effectue de manière globale. En effet la FDRB est projetée sur une seule base d'ondelettes (qui est 4D), donc tous les coefficients sont au même niveau. Il n'y a pas de séparation des espaces. Il est par exemple impossible d'agir sur la compression pour obtenir une meilleure représentation spectrale que directionnelle. Les espaces sont "mélangés" de manière irréversible par le produit tensoriel entre les ondelettes unidimensionnelles. Dans le même ordre d'idée, la transformée inverse doit

être entièrement effectuée pour reconstruire un échantillon de la FDRB, une reconstruction partielle est à priori impossible. Or il est très courant en rendu de devoir faire des évaluations pour une direction d'incidence fixe, il serait alors intéressant de n'avoir qu'à reconstruire le signal en inversant la transformation seulement pour les directions de réflexion. De plus, dans l'éventualité d'un modèle spectral, il serait intéressant d'accéder à toutes les longueurs d'onde de la FDRB, pour un ensemble de directions fixées, en utilisant une seule inversion de la transformée. Ce modèle nécessiterait une inversion pour *chacun* des échantillons spectraux. Lalonde qui n'utilisait qu'une modélisation monochromatique n'était pas gêné par ce problème mais il pose une sévère restriction de performance. Lalonde précise aussi que, bien que l'utilisation d'autres bases que celle de Haar est possible, elle est la seule permettant une optimisation pour la phase de rendu (voir Chapitre 4). Pour finir la transformation de  $\mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2 \mapsto \mathcal{R}^4$  pose le problème de la paramétrisation de la sphère sans favoriser certaines zones du domaine (ici les pôles).

## 2.4 Développement du modèle

Comme nous l'avons vu, les deux représentations précédentes possèdent chacune leurs avantages ainsi que leurs inconvénients. Mon but est de créer un modèle numérique utilisant une représentation par ondelettes de la FDRB qui cumulerait ces avantages en évitant au maximum les inconvénients. Les ondelettes sphériques paraissent très intéressantes car elles ne nécessitent aucune correspondance d'espace et s'adaptent directement au domaine de définition hémisphérique de la FDRB. La restriction à la base de Bio-Haar (même en utilisant le lifting scheme) étant compensée par ses propriétés particulières, qui permettent, en utilisant la représentation multirésolution, d'optimiser l'utilisation de la FDRB dans une simulation grâce notamment à un schéma d'échantillonnage par importance efficace (voir chapitre 4). Néanmoins il paraît évident qu'il faut combiner deux transformées sphériques pour le cas le plus général d'une FDRB anisotrope. Pourtant il ne faut pas oublier l'aspect spectral que je désire ajouter au modèle. Pour cela on pourra utiliser une transformée unidimensionnelle classique.

Pour parvenir à ces fins, j'ai choisi de décomposer la FDRB en deux aspects :

- un aspect directionnel encodé sur la sphère  $\mathcal{S}^2$  (ou l'hémisphère  $\mathcal{H}^2$  dans le cas qui nous concerne)
- un aspect spectral défini sur  $\mathcal{R}$

Chacun étant encodé par la transformée par ondelettes lui étant propre (sphérique et unidimensionnelle), j'ai donc choisi de considérer ces deux aspects comme étant *découplés* ou *indépendants* d'un point de vue structurel. Néanmoins, cette vision est purement logique, et non pas réelle ou théorique. A ma connaissance il n'existe d'ailleurs aucune preuve théorique ou justification de ce phénomène, même si nous avons pu l'observer localement sur la plupart de nos jeux de mesures. C'est à dire que pour deux directions différentes, le comportement spectral de la FDRB change peu d'autant que les directions sont proches. Les deux spectres sont de la même forme à un facteur d'échelle et de niveau près. De même, pour deux longueurs d'onde différentes, la répartition directionnelle de la FDRB reste sensiblement la même, et ce d'autant que les longueurs d'onde considérées sont proches. Il ne s'agit donc que d'un effet



de niveau mais pas de dépendance. L'idée de cette séparation structurelle est de permettre une nouvelle formulation de la transformée par ondelettes multidimensionnelle. Mais la FDRB, une fois transformée, conserve sa complexité et ses dépendances directionnelles/spectrales. Cela ne signifie donc nullement que dans le cas inverse (forte corrélation directionnelle/spectrale) notre approche ne serait pas théoriquement valable, mais simplement qu'elle serait moins performante car la structure réelle serait plus éloignée de la structure logique choisie. Nos données expérimentales (surtout des cibles artificielles) incitent à dire néanmoins qu'une telle modélisation est spécifiquement pertinente. Néanmoins cela pourrait ne pas être le cas pour de nombreuses surfaces présentent dans les environnements naturels.

Il faut aussi souligner que l'on n'utilisera pas d'autres informations propres à la FDRB comme la relation entre la direction incidente et la localisation du pic spéculaire. On sait en effet qu'il y aura la plupart du temps un lobe centré (voire quelque peu décalé) autour de la direction miroir.

Une des qualités recherchées pour le modèle à mettre en place est la flexibilité, dans le sens facilement extensible, qui manque cruellement à tous les autres modèles. J'emploierai spécifiquement des techniques récentes de programmation par objets génériques, facilitant la réutilisabilité et l'extension du code sans forcément devoir réécrire un nouveau modèle. Je pense par exemple au fait que l'on puisse étendre le modèle pour la gestion de FDRB surfaciques (introduire la dépendance à la position sur la surface) de façon simple. De par son mode de programmation le modèle présente donc l'intérêt de pouvoir être étendu pour la prise en compte de la variabilité spatiale.

### 2.4.1 Transformée par ondelettes générique

La transformée par ondelettes discrète  $\mathcal{T}$  est un opérateur linéaire :

$$\mathcal{T} : (f : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}) \mapsto \mathcal{T}(f), \quad (2.6)$$

avec :

$$\mathcal{T}(\alpha f + \beta g) = \alpha \mathcal{T}(f) + \beta \mathcal{T}(g) \quad (2.7)$$

Sa définition nécessite que l'espace cible ou le codomaine  $\mathcal{B}$  soit un espace vectoriel linéaire. En effet, la transformée par ondelettes n'est rien d'autre qu'une opération de convolution, ou de filtrage, qui sépare les basses fréquences (approximation) et les hautes fréquences (détails) d'un signal. Et cela de manière récursive, en ré-applicant la décomposition sur l'approximation résultante. Elle ne nécessite que la définition d'opérateurs algébriques simples : addition entre deux éléments de l'espace, et multiplication par un scalaire. Auxquels il faut adjoindre un produit scalaire fournissant une norme utilisée lors de la phase de compression pour évaluer l'importance des coefficients,  $\mathcal{B}$  devient alors un espace vectoriel linéaire normé. Les coefficients d'ondelettes appartiennent à l'espace  $\mathcal{B}$ , car il s'agit des poids d'une projection sur une base de fonctions du type  $\mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ . La transformée par ondelettes inverse est un opérateur capable de reconstruire la fonction initiale  $f$  à partir de sa transformée :

$$\mathcal{T}^{-1} : \mathcal{T}(f) \mapsto (f : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}), \quad (2.8)$$

ou de façon plus simple  $\mathcal{T}^{-1}(\mathcal{T}(f)) = f$ . D'un point de vue mathématique il s'agit donc d'un *isomorphisme*. Appliquer  $\mathcal{T}$  correspond à l'analyse de  $f$ , et appliquer  $\mathcal{T}^{-1}$  correspond à sa synthèse. Les opérateurs  $\mathcal{T}$  et  $\mathcal{T}^{-1}$  sont intrinsèquement *génériques*, i.e. applicable sur des objets de types différents. Il suffit que les objets en question (ou plutôt l'espace qu'ils définissent) répondent aux critères précédents.

L'idée centrale de nos travaux est basée sur une notion usuelle en programmation fonctionnelle : la *curryfication* du nom de Haskell Curry qui a popularisé cette méthodologie initialement définie par Revesz [Rév88]. La curryfication est justifiée par la théorie mathématique du *lambda-calcul*<sup>22</sup> [Bar84], à la base de nombreux langages informatiques. Elle transforme la définition d'une fonction en éliminant les types produits ( $\times$ ) (i.e. l'utilisation de tuples) pour les remplacer par des types fonctions ( $\mapsto$ ), de manière à conserver la *même sémantique*. Son effet est qu'une fonction qui prenait des tuples en arguments, prendrait désormais la première composante du tuple et rendrait une fonction ayant pour argument la deuxième composante du tuple et ainsi de suite. La curryfication permet de transformer les fonctions dont le paramètre est un n-uplet en une composition de n fonctions à un seul paramètre. L'opération inverse, la *decurryfication* est bien sûr toujours possible. D'un point de vue formel, en lambda-calcul on écrira ces deux opérateurs comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Curry} & : (\mathcal{A} \times \mathcal{B} \mapsto \mathcal{C}) \mapsto (\mathcal{A} \mapsto (\mathcal{B} \mapsto \mathcal{C})) \\ \text{Curry} & = \lambda f \lambda x \lambda y f(x, y) \\ \text{Curry}^{-1} & : (\mathcal{A} \mapsto (\mathcal{B} \mapsto \mathcal{C})) \mapsto (\mathcal{A} \times \mathcal{B} \mapsto \mathcal{C}) \\ \text{Curry}^{-1} & = \lambda f \lambda (x, y) f(x)(y) \\ \text{Curry}^{-1}(\text{Curry}(f)) & = f \end{aligned}$$

L'intérêt principal de la curryfication est l'application partielle. Considérons une fonction  $f : \mathcal{A} \times \mathcal{B} \mapsto \mathcal{C}$ , via curryfication elle est équivalente à  $\tilde{f} : \mathcal{A} \mapsto (\tilde{g} : \mathcal{B} \mapsto \mathcal{C})$ . C'est à dire qu'en fixant le premier paramètre à une valeur  $a \in \mathcal{A}$ , on obtient une fonction  $\tilde{g}$  dont le domaine est  $\mathcal{B}$ . Il ne reste ensuite qu'à fixer le second paramètre à une valeur  $b \in \mathcal{B}$  pour obtenir la valeur de la fonction  $f$  pour le couple  $(a, b)$ . Il s'agit en fait d'une *factorisation* des calculs. En effet tous les calculs dépendant de  $a$  (et indépendants de  $b$ ) peuvent être effectués lors de la première application (évaluation de  $\tilde{f}(a)$ ). Ensuite seuls restent à effectuer les calculs dépendant de  $b$ . C'est à dire que pour un même  $a$  il est possible d'obtenir la valeur de la fonction pour différents  $b$  en *économisant* la partie calculatoire se rapportant à  $a$ .

Soit  $G = \{\tilde{g} : \mathcal{B} \mapsto \mathcal{C}\}$  l'espace fonctionnel résultant de l'application partielle de  $\tilde{f}$ . Si cet espace est un espace vectoriel linéaire, alors une transformée par ondelettes de  $\tilde{f}$  est possible. De même si  $\mathcal{C}$  est un espace vectoriel linéaire, nous pouvons définir une transformée par ondelettes de chaque fonction  $\tilde{g}$ . En utilisant une combinaison de deux transformées, nous obtenons une transformée complète de  $f$ . Pour la transformée inverse, comme l'espace des fonctions transformées  $\mathcal{T}(G) = \{\mathcal{T}(\tilde{g}), \tilde{g} \in G\}$  est un espace

<sup>22</sup>Le lambda-calcul est un langage logique introduit par A. Church vers 1930 pour formaliser la notion très générale de fonction, sans préciser de domaine de départ et d'arrivée.

vectorel linéaire via la linéarité de  $\mathcal{T}$ , le processus est identique. Nous obtenons une transformée inverse complète de  $f$  grâce aux deux transformées inverses de  $\tilde{f}$  et de  $\tilde{g}$ . Le processus de transformation est résumé Figure 2.14.

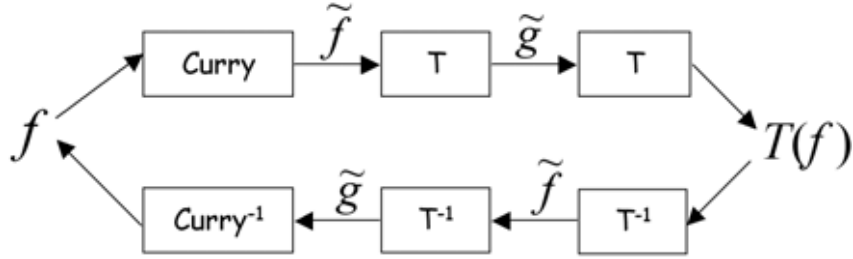


FIG. 2.14: Processus de transformation par ondelettes générique

En fait, la transformée par ondelettes générique n'est qu'une vision *d'ordre supérieur*<sup>23</sup> de l'approche *standard* [Dau92] qui utilise un produit de décompositions pour transformer un signal multidimensionnel au contraire de l'approche *non-standard* qui utilise un produit de fonctions de base (voir Section 2.3.2). Mais nous verrons que ce simple changement de paradigme permet une programmation très simple et efficace de la transformée.

## 2.4.2 Représentation de la FDRB

En définissant une transformée générique sphérique et unidimensionnelle, nous sommes capables de représenter n'importe quel type de FDRB (isotrope ou anisotrope et monochromatique ou spectrale) avec une combinaison d'une ou de plusieurs transformées. En effet la FDRB comme *tout terme radiométrique* est une combinaison d'un aspect *géométrique* (aspect directionnel défini sur  $\mathcal{S}$ ), et d'un aspect *spectral* (dépendance à la longueur d'onde définie sur  $\mathcal{R}$ ). Formellement le *profil* ou la *signature* d'un terme radiométrique est de la forme :

$$(\mathcal{S}^2 \times)^* \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R},$$

ou  $*$  est le métacaractère des expressions régulières [LP81] signifiant zéro occurrence ou plus. Via la curryfication, ce profil est équivalent à :

$$(\mathcal{S}^2 \mapsto)^* \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$$

Comme nous le verrons par la suite, cette modélisation va donc au-delà de la simple FDRB. La transformée générique est en effet utilisable sur  $\mathcal{R}$ , sur l'ensemble des fonctions définies sur  $\mathcal{R}$  et sur  $\mathcal{S}$  qui sont des espaces vectoriels linéaires.

Prenons l'exemple concret d'un terme radiométrique :

$$\begin{aligned} R : \mathcal{S}^2 \times \mathcal{R} &\mapsto \mathcal{R} \\ (\omega, \lambda) &\mapsto r \end{aligned} \tag{2.9}$$

<sup>23</sup>Au sens du lambda-calcul, une fonction est dite d'ordre supérieur lorsqu'elle manipule des fonctions.

Par exemple une émissivité spectrale directionnelle, ou une réflectance directionnelle hémisphérique. Il peut aussi être vu comme

$$\begin{aligned}\tilde{R} : \mathcal{S}^2 &\mapsto (\mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}) \\ \omega &\mapsto (\tilde{R}_\omega : \lambda \mapsto R(\omega, \lambda))\end{aligned}$$

$\tilde{R}$  est une fonction sphérique dont le résultat est une fonction unidimensionnelle  $\tilde{R}_\omega$ , représentant la distribution spectrale du terme pour la direction  $\omega$ . Une version discrète va résulter en un signal sphérique dont chaque échantillon est lui-même un signal unidimensionnel. En d'autres termes, chaque triangle de la subdivision stockera un vecteur (fonction 1D discrète). L'ensemble des vecteurs formant une algèbre et comportant un produit scalaire, les vecteurs peuvent être utilisés comme éléments de base d'une transformée par ondelettes. Plutôt que d'utiliser une transformée multidimensionnelle (avec des fonctions d'échelle et d'ondelettes multidimensionnelles), il est possible d'appliquer des transformées atomiques multiples (une par espace). La transformée sphérique produit des coefficients d'échelle et d'ondelettes qui sont des vecteurs. Ensuite, une transformée unidimensionnelle est appliquée sur ces coefficients. Pour la transformée inverse, on procède naturellement dans l'ordre inverse.

### Architecture logicielle

L'objet racine de mon architecture est le *Signal*. Un signal est simplement une fonction analytique  $f : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$  discrétisée. Tout jeu de mesures est un signal (fonction échantillonnée). Je représente un signal comme un objet générique à deux paramètres : le type d'objet du domaine de départ  $\mathcal{A}$  et le type d'objet du domaine d'arrivée (ou codomaine)  $\mathcal{B}$ . Ensuite je définis une *Transformée par ondelettes* comme un signal pouvant être transformé (analyse), compressé (compression) et inversé (synthèse). Cette conception de base ne souffre d'aucune restriction sur le type d'objet et autorise la création de transformées par ondelettes multiples en utilisant comme objets de départ des signaux étant eux-mêmes des transformées.

Pour passer dans le domaine du concret et parler de structure de données non abstraites, je définis un objet *Réflectance* comme étant une transformée par ondelettes sphériques en substituant  $\mathcal{A}$  par  $\mathcal{S}^2$  et  $\mathcal{B}$  par  $\mathcal{R}$  (Figure 2.15a). Grâce à cet objet il est possible de représenter toute fonction  $f : \mathcal{S}^2 \mapsto \mathcal{R}$ . C'est à dire par exemple une émissivité directionnelle ou une réflectance directionnelle hémisphérique monochromatique. Puis je définis naturellement une *FDRB* (monochromatique) comme une transformée par ondelettes sphériques d'objets Réflectance (Figure 2.15b). En fait cette structure permet de représenter toute fonction  $f : \mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2 \mapsto \mathcal{R}$ . Chaque triangle de l'hémisphère incident stocke une Réflectance qui encode la valeur de la FDRB pour chaque triangle de l'hémisphère sortant. L'analyse du signal consiste en deux passes : premièrement une transformée sphérique sur les objets Réflectance (ou les directions d'incidence), suivie d'une transformée sphérique sur les objets Réflectance résultats (ou les directions de sortie). Pour la synthèse les deux passes précédentes sont effectuées dans l'ordre inverse.

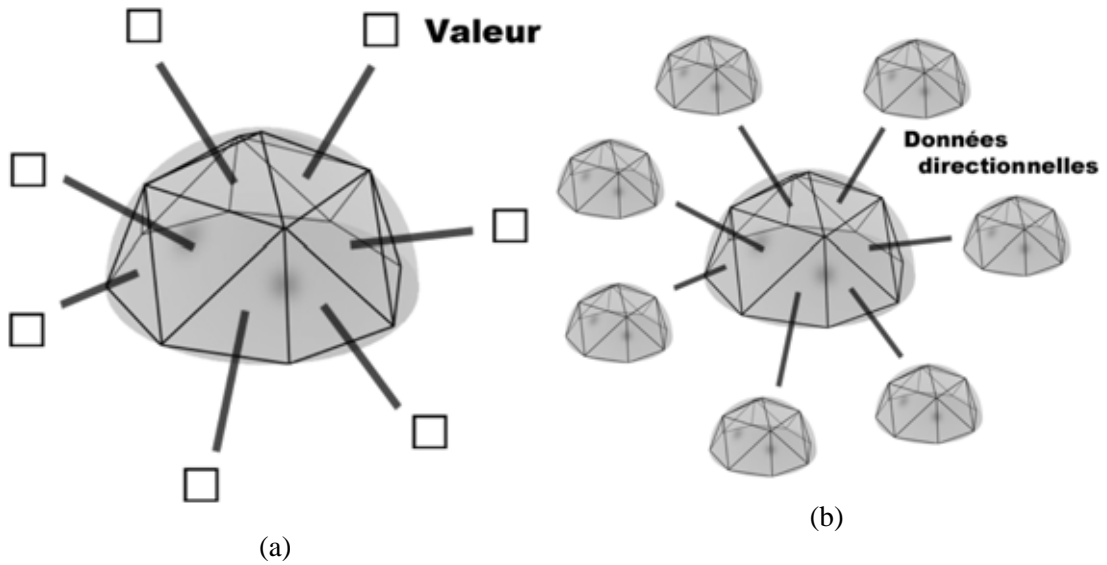


FIG. 2.15: Structure pour la gestion d'une réflectance directionnelle (a) et d'une FDRB (b) monochromatique

Le cas des FDRB isotropes est un peu particulier car elles sont beaucoup plus simples que les FDRB anisotropes (ne dépendant que de trois angles au lieu de quatre). En fait seule la FDRB de la surface pour les directions incidentes situées dans le plan  $\phi = 0$  est nécessaire. En effet toute valeur de la FDRB peut être retrouvée à partir d'une rotation d'angle  $\phi$  de celles-ci autour de la normale locale à la surface. Cela implique que seuls les triangles dans le plan  $\phi = 0$  sont utiles. Par exemple avec un niveau quatre de subdivision, seize triangles sont situés dans ce plan, laissant (avec les  $2^{10}$  triangles de l'hémisphère sortant) un total de  $16 \times 2^{10} = 2^{14}$  triangles valides. Dans ce cas précis, la transformée sur les directions d'incidence est superflue. Mais grâce à l'approche générique et les transformées multiples, il est facile de désactiver la transformée incidente (alors que c'est impossible avec le modèle de Lalonde par exemple). La transformée est donc appliquée seulement sur les directions de sortie, et une reconstruction partielle, par rapport au cas anisotrope, est réalisée.

La prise en compte de l'aspect spectral nécessite la définition d'un objet *Spectre* qui n'est rien d'autre qu'une transformée par ondelettes unidimensionnelles classique ( $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \mathcal{R}$ ). Je peux l'utiliser pour représenter toute fonction  $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ . Alors de la même façon que pour la FDRB à longueur d'onde fixée, nous définissons un objet *Réflectance Spectrale* comme étant une transformée par ondelettes sphériques de spectres (Figure 2.16a), et une *FDRB Spectrale*, une transformée par ondelettes sphériques d'objets Réflectance Spectrale (Figure 2.16b). Grâce à ces deux nouveaux objets il est possible de gérer toute fonction  $f : \mathcal{S}^2 \times \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$  ou  $f : \mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2 \times \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ .

En utilisant des transformations multiples, une *reconstruction partielle* est possible. Cette propriété est très intéressante pour réduire les temps de calcul dans certains cas. Par exemple si l'on s'intéresse à différentes valeurs de la FDRB pour une même direction incidente, un façon intelligente de procéder

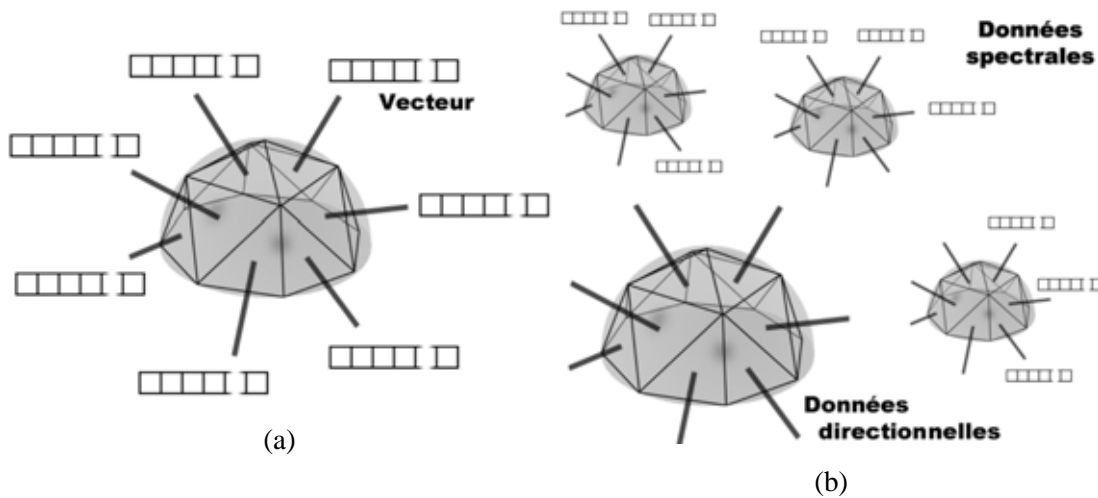


FIG. 2.16: Structure pour la gestion d'une réflectance directionnelle (a) et d'une FDRB (b) spectrale

consiste à inverser tout d'abord la transformée sphérique sur les directions incidentes. Celle-ci fournit en résultat un objet Réflectance encodant les valeurs de la FDRB pour l'incidence d'intérêt. Ensuite il ne reste qu'à inverser la transformée sur les directions de sortie pour le calcul d'une valeur de la FDRB. Une approche non-standard aurait nécessité l'inversion complète de la transformée (4D) à chaque évaluation même si la direction d'incidence reste identique. Si d'un point de vue calculatoire théorique la décomposition non-standard est moins coûteuse que la décomposition standard, ce n'est pas le cas lorsque l'on peut exploiter la reconstruction partielle. En rendant chaque espace indépendant vis à vis de la transformée, l'approche générique permet aussi de *sélectionner* les espaces sur lesquels une transformée sera appliquée. On peut très bien vouloir utiliser une séparation *structurelle* entre les espaces mais ne désirer appliquer la transformée que sur un espace ou des espaces précis. Ce qui est impossible avec une approche non-standard.

Avec une transformée générique nous avons l'unicité du code source car les transformées s'écrivent exactement de la même façon sur des valeurs réelles que sur d'autres types d'objets. Sous réserve bien sûr d'employer un langage capable de gérer la programmation générique et la définition d'opérateurs algébriques. C'est pourquoi j'ai opté pour une implémentation en langage C++ [Str00] qui satisfait les deux critères.

### Compression générique

Une différence majeure entre mon approche et les transformées multidimensionnelles classiques (standards ou non), se situe au niveau de la compression. En effet habituellement, après application de la transformée, la compression est basée sur l'ensemble des valeurs réelles obtenues. Pourtant je compresses aussi le signal de manière générique plutôt que compresser l'ensemble des valeurs réelles obtenues après transformation. C'est à dire que dans l'exemple précédent, premièrement les plus faibles coefficients vectoriels seront éliminés en accord avec leur norme. J'exploite ici la cohérence au niveau directionnel,

c'est à dire dans le domaine support de  $\tilde{R}$ , qui est  $\mathcal{S}^2$ . Il s'agit d'une compression "haut-niveau". Puis deuxièmement les plus faibles éléments des coefficients vectoriels restants seront supprimés. Cette fois-ci c'est la cohérence spectrale, mais aussi la cohérence cachée des dimensions spectrale et directionnelle qui est exploitée. En effet les coefficients réels constituant les coefficients sphériques vectoriels ont eux subi les deux transformées (sphériques et unidimensionnelle). En fait la compression n'est plus contrôlée *globalement*, mais pour *chaque espace*. Il est alors possible de compresser de manière plus radicale la composante spectrale que la composante directionnelle par exemple.

Comme nous l'avons vu, le produit scalaire sert à définir une norme sur l'espace des coefficients et donc à évaluer l'importance d'un coefficient. Ces coefficients pouvant être génériques (des fonctions) il nous faut un produit scalaire adapté. Une méthode classique consiste à définir :

$$\langle f|g \rangle = \int f g dx, \quad (2.10)$$

où  $dx$  est une mesure de l'espace formant le codomaine de  $f$  et de  $g$ . En fait dans le cas discret, et comme l'on ne s'intéresse qu'à des comparaisons (donc en valeur relative et non pas absolue), les choses deviennent beaucoup plus simples qu'une intégration. Pour une fonction réelle à valeur réelle (type spectre), la représentation discrète est un vecteur à  $n$  éléments. Donc si deux fonctions sont échantillonnées *uniformément*<sup>24</sup> et de la *même manière* (pour des valeurs du domaine support identiques) le produit scalaire devient :

$$\langle f|g \rangle = \sum_{i=0}^n f_i \cdot g_i, \quad (2.11)$$

soit le produit scalaire classique entre vecteurs. Pour les fonctions sphériques à valeur réelles, nous avons vu qu'elles étaient échantillonnées sur une subdivision régulière de la sphère composée de  $n$  triangles. Comme l'échantillonnage est supposé uniforme en angle solide  $d\omega$  :

$$\langle f|g \rangle = \sum_{i=0}^n f_{T_i} \cdot g_{T_i}, \quad (2.12)$$

où  $f_{T_i}$  (respectivement  $g_{T_i}$ ) est la valeur de la fonction  $f$  (respectivement  $g$ ) sur le triangle numéro  $i$ . Pour évaluer au mieux la cohérence entre les fonctions, cette évaluation est faite à chaque niveau de la subdivision.

Dans le cas de fonctions d'ordre supérieur, il est simple de définir un produit scalaire générique. Dans les formules précédentes, au lieu d'utiliser la multiplication entre les valeurs réelles des fonctions, on utilisera la valeur du produit scalaire entre les fonctions (ou coefficients génériques). On montre facilement qu'une telle opération possède les propriétés d'un produit scalaire. De plus la séparation sur chaque espace de la transformée, et le fait que chaque coefficient générique est une fonction indépendante  $\tilde{g}$ , permettent d'optimiser la compression. En effet lors de la compression de  $\tilde{g}$  dans l'espace  $\mathcal{C}$  il est

<sup>24</sup>Dans le cas d'un échantillonnage non-uniforme cela revient à considérer chaque échantillon comme ayant la même importance. Des méthodes plus performantes tiennent compte de la densité des échantillons dans une zone précise pour leur affecter un poids en conséquence.

possible d'adapter localement le seuil en fonction de la hauteur de la fonction. Si  $s_g$  est le seuil global de compression pour l'espace  $\mathcal{C}$ , le seuil local se calcule simplement par :

$$s_l = s_g \sqrt{\left| \frac{\max}{\hat{g}} - \frac{\min}{\hat{g}} \right|} \quad (2.13)$$

Cette approche fonctionne très bien dans le cas des FDRB mesurées par nos soins car pour les matériaux considérés, les effets directionnels et spectraux sont relativement découplés localement comme expliqué au début de cette partie. Donc pour une direction de réflexion donnée, le seuil le plus approprié va être choisi en fonction du niveau local de la distribution spectrale. Au niveau supérieur (direction d'incidence fixée), le seuil de compression va être adapté au niveau local de l'objet encodant la réflectance hémisphérique spectrale correspondante.

Néanmoins la compression générique pose la question de l'ordre des transformées. En effet le seuil n'est plus global mais local à chaque espace, or suivant la décomposition choisie lors de la curryfication nous ne travaillons pas au même niveau dans chaque espace. Reprenons l'exemple d'un terme radiométrique :

$$\begin{aligned} R : \mathcal{S}^2 \times \mathcal{R} &\mapsto \mathcal{R} \\ (\omega, \lambda) &\mapsto r \end{aligned} \quad (2.14)$$

Il peut être vu sous deux formes sémantiquement identiques, mais fonctionnellement différentes :

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 : \mathcal{S}^2 &\mapsto (\mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}) \\ \omega &\mapsto (\tilde{R}_\omega^1 : \lambda \mapsto R(\omega, \lambda)) \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \tilde{R}_2 : \mathcal{R} &\mapsto (\mathcal{S}^2 \mapsto \mathcal{R}) \\ \lambda &\mapsto (\tilde{R}_\lambda^2 : \omega \mapsto R(\omega, \lambda)) \end{aligned}$$

Pour  $\tilde{R}_1$  la compression générique consistera à évaluer des différences entre spectres pour des directions voisines, alors que pour  $\tilde{R}_2$  il faudra évaluer des différences entre objets encodant des réflectances hémisphériques pour des longueurs d'ondes proches. On voit bien que suivant le degré de cohérence dans tel ou tel espace il vaut mieux choisir telle ou telle représentation.

J'ai opté pour le choix numéro un principalement pour deux raisons. Premièrement l'efficacité, car je désirais avoir accès à un spectre entier pour une direction donnée lors de la phase de rendu et le choix numéro deux s'y prêtait mal. Deuxièmement parce que la cohérence spectrale semble plus importante que la cohérence spatiale du point de vue de la FDRB. Cela est particulièrement vrai dans le cas anisotrope, où la FDRB varie considérablement du point de vue directionnel suivant l'incidence. De plus la variation directionnelle est beaucoup plus discontinue et marquée que la variation spectrale sur nos mesures. Cette deuxième raison s'estompe pour des FDRB plus ou moins isotropes, reste néanmoins que dans le premier



cas la reconstruction fournit directement le spectre pour une direction alors que la seconde nécessiterait une inversion de la transformée sphérique pour chaque longueur d'onde.

D'une manière générale, on comprend aussi que plus l'on remonte dans des espaces génériques, plus la compression doit être manipulée avec précaution car elle concerne un très grand nombre de coefficients d'un seul coup. Les niveaux de compression les plus importants sont donc situés dans les niveaux les plus faibles de généricité. Par exemple pour une FDRB anisotrope spectrale, la compression aura surtout lieu au sein de chaque spectre (niveau le moins générique) et entre les spectres pour les directions de réflexion (second niveau générique). Par contre la compression sera très faible au niveau des directions d'incidence, c'est à dire entre les objets encodant les réflectances hémisphériques spectrales, car trop grossière.

### 2.4.3 Structure adaptée à la compression

La compression par ondelettes consiste à supprimer les coefficients d'ondelettes inférieurs à un certain seuil et à les considérer comme étant nuls. Mais si l'on se contente de fixer la valeur des coefficients compressés à zéro, il n'y a aucun gain en mémoire. En effet la place mémoire occupée par un nombre ne dépend évidemment pas de sa valeur. Une structure *creuse* capable de réellement éliminer les coefficients nuls, en se calquant sur la représentation creuse fournie par les ondelettes, doit être construite. En général on utilise des *arbres-zeros* [Sha93], qui sont des arbres binaires suivant la décomposition dyadique de la transformée. Ces arbres posent deux problèmes. Premièrement ils sont différents pour une transformée unidimensionnelle et une transformée sphérique. En effet la première utilisera un arbre binaire et la seconde un arbre quaternaire. Il y a donc non-unicité. Il serait dommage de perdre le gain obtenu grâce à la transformée générique (c'est à dire une représentation unique pour n'importe quelle transformée). Deuxièmement ils sont relativement gourmands en mémoire. Cela s'explique par le coût des pointeurs par rapport aux données elles-mêmes. A chaque nœud on stockera uniquement une donnée contre deux ou quatre pointeurs (mêmes nuls) suivant le nombre d'enfants. L'argument standard consistant à dire que ce coût est négligeable me paraît peu convaincant. On peut supposer qu'il l'est dans l'*absolu*. Mais cela est plus dû à la représentation compacte créée par les ondelettes qu'à la structure d'arbre. Il est évident que si au total il ne reste qu'un pour cent des données initiales, le coût de l'arbre sera négligeable face au gain sur la taille des données. Mais si l'on prend un point de vue *relatif* par rapport au coût total de la représentation, la tendance s'inverse. Après compression la taille mémoire occupée par l'arbre est beaucoup plus importante que celle occupée par les données (typiquement n fois plus pour un arbre n-aire). Pour finir il se peut qu'une branche ne soit conservée que pour un coefficient se situant sur une feuille au niveau le plus bas. Ce qui entraîne un sur-coût mémoire. Enfin l'utilisation d'une structure de type table de hachage, bien qu'élégante et simple à mettre en œuvre (même de façon générique car faisant partie des outils "standards" de l'informatique), nous semble trop coûteuse. En effet le coût individuel pour stocker chaque donnée est augmenté par l'adjonction d'une clé.

J'ai donc choisi d'utiliser une structure générique de *tableau creux* inspirée par la partition en bandes des arbres creux et introduite par Müller lors de son DEA [Mul99]. Il s'agit simplement de transformer la structure d'arbre en une structure linéaire. Pour la rendre plus flexible, elle sera découpée en *bandes*. Un tableau creux est un objet utilisable de façon identique à un tableau unidimensionnel classique ayant en plus la possibilité d'*invalidier* un élément, i.e. de le considérer comme nul et le désallouer de la mémoire.

Une séparation naturelle apparaît entre la *localisation* et la *valeur* (les données elles-mêmes). Une analogie parlante est celle d'un maillage, où la *topologie* (comment sont connectées les choses) est disjointe de la *géométrie* (où sont les choses) par l'intermédiaire des arêtes et des sommets. La structure de base du tableau creux qui est la *bande*, propose une séparation similaire en étant composée de :

- un index de bits : un tableau de bits indiquant les éléments valides ou invalides au sein de la bande (localisation)
- un vecteur de données : un tableau stockant les éléments valides de la bande (valeur).

La structure interne d'un tableau creux est simplement une liste de bandes (Figure 2.17), ce qui en fait un tableau *semi-statique*. La taille d'une bande  $\mathcal{T}_b$  (égal au nombre maximum d'éléments par bande) est le paramètre de construction d'un tableau creux. A partir de l'indice classique  $i$ , le numéro de bande et l'indice dans la bande s'obtiennent simplement par  $i \setminus \mathcal{T}_b$  et  $i \bmod \mathcal{T}_b$ . Lors de la phase de compression il se peut que tous les éléments d'une bande soient invalidés, résultant par l'élimination de la bande entière dans le tableau. Donc deux bandes adjacentes peuvent avoir des numéros non consécutifs.  $\mathcal{T}_b$  est un paramètre important car il régule le coût global mémoire de la structure du tableau creux. Intuitivement, si  $\mathcal{T}_b$  est très grand, peu de bandes seront utilisées pour représenter un signal. Donc le coût induit par la représentation sous forme de liste sera réduite (moins de pointeurs de liaison). Mais dans le même temps augmentera de manière conséquente la taille de l'index de bits. Or l'index de bits lui n'est *jamais* compressé sauf dans le cas où une bande entière est supprimée, ce qui est très rare sur une large plage d'éléments car il y en aura toujours quelques uns de valides. Le résultat sera un grand index de bits avec de très nombreux bits "éteints" et peu de bits "allumés". Un tableau creux composé de nombreuses petites bandes sera beaucoup plus *adaptatif*. En effet de nombreuses bandes seront totalement effacées (index de bits+données) car tous leurs éléments seront invalides, et donc la localisation générale des données "collera" mieux à l'ensemble des valeurs valides. Une étude quantitative réalisée au chapitre 3 démontrera la véracité d'une telle assertion. La structure de tableau creux est utilisable de façon directe uniquement pour des signaux unidimensionnels. Néanmoins il est possible de créer une bijection entre le découpage géodésique discret de  $\mathcal{S}^2$  et  $\mathcal{N}$  (l'ensemble des entiers servant d'indices de tableau). L'idée est d'assigner un numéro *unique* à chaque triangle sphérique qui est utilisé comme indice de tableau pour la donnée correspondant au triangle. Grâce à cette astuce nous pouvons représenter à l'aide d'un tableau creux ce que nous appellerons une *sphère creuse*. Il est certain qu'une topologie 2D ne peut correspondre à une topologie 1D sans une perte d'information de voisinage. Cependant si la génération des numéros de triangle est faite de manière intelligente la distorsion est minimisée. C'est pourquoi j'assigne en profondeur d'abord et en accord avec les relations de voisinage sur la sphère (les quatre fils d'un triangle

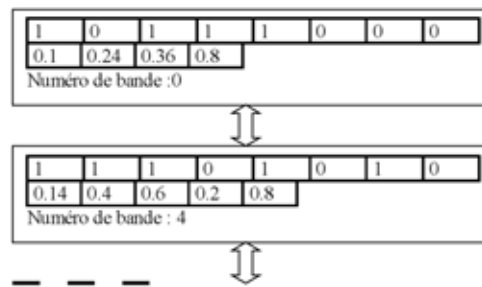


FIG. 2.17: La structure du tableau creux consistant en un découpage structurel en bandes

auront ainsi des numéros consécutifs) pour assurer un maximum de cohérence. De plus cette méthode présente un avantage primordial : une seule structure récursive à base de triangles est nécessaire. Pour une fonction échantillonnée sur la sphère, la valeur en chaque triangle est enregistrée dans un tableau creux plutôt qu'un stockage direct au sein même du triangle. L'utilisation de cette structure "plate" de tableau creux est moins gourmande en mémoire qu'une subdivision récursive (à cause de l'abondance des pointeurs). Un gain important est donc réalisé au déficit d'une "indirection" pour effectuer la manipulation des données. Néanmoins il sera toujours possible de manipuler un signal sphérique à l'aide de procédures récursives simples "redirigées" sur leur équivalent itératif par l'unique structure récursive. Mais comme nous le verrons par la suite, de nombreux traitements pourront se faire directement sur les tableaux creux sans aucun besoin de retour à la structure récursive évitant ainsi les indirections.

### Cohérence des opérateurs algébriques

Pour appliquer la transformée par ondelettes générique il faut définir les opérateurs algébriques de base sur chaque type d'objet susceptible d'être utilisé comme élément simple d'une transformée (comme les objets Réflectance utilisés pour définir une FDRB monochromatique). En fait il suffit de définir des opérateurs algébriques entre tableaux creux car tout signal utilise une telle structure pour stocker réellement ses données, tant les signaux unidimensionnels que sphériques.

A première vue, une solution simple consiste à appliquer l'opérateur algébrique entre chaque élément du signal. Mais une dimension supplémentaire nécessite d'être prise en compte : la *cohérence* des données. En effet lorsqu'un signal est compressé, la reconstruction d'un point nécessite des opérations algébriques sur des éléments pouvant être eux aussi des signaux compressés (par exemple des opérations entre objets Réflectance compressés pour une FDRB monochromatique). Une réponse directe au problème consisterait à décompresser les différents signaux incriminés dans les opérations, en donnant à chaque élément invalide une valeur nulle. Ensuite le calcul se déroulerait de manière simple entre signaux non compressés. Pourtant nous allons voir qu'il est directement possible de définir les opérateurs algébriques simples sur des tableaux creux compressés, ce qui est beaucoup plus efficace en terme de vitesse et de place mémoire.

La multiplication (de même que la division) ne souffre pas du problème de cohérence car il ne s'agit

que de mise à l'échelle. Or une mise à l'échelle n'affecte pas un coefficient nul. Que le signal soit compressé ou pas, seuls les coefficients non nuls sont affectés par ce type d'opération. Seule l'addition (ou de manière équivalente la soustraction) est problématique. Le simple algorithme suivant fournit une réponse au problème pour un tableau creux :

- Si une bande n'est présente dans aucun des deux tableaux, alors elle ne le sera pas dans le tableau final
- Si une bande est présente uniquement dans un des deux tableaux, alors elle sera présente dans le tableau résultat
- Si la bande est présente dans les deux tableaux, l'addition (ou la soustraction) est réalisée entre les deux bandes

Un exemple pour l'opérateur additif entre tableaux creux est présenté Figure 2.18. Pour effectuer l'addition entre deux bandes, le même algorithme est appliqué en se basant cette fois-ci non pas sur la présence ou l'absence d'une bande mais sur l'index de bits. C'est à dire :

- Si un élément n'est présent dans aucune des deux bandes, alors il ne le sera pas dans la bande finale
- Si un élément est présent uniquement dans une des deux bandes, alors il sera présent dans la bande résultat
- Si un élément est présent dans les deux bandes, l'addition (ou la soustraction) est réalisée entre les deux éléments

Il ne faut pas oublier que les éléments d'une bande peuvent être à leur tour des signaux complexes utilisant une structure de tableau creux pour stocker leurs échantillons. Auquel cas l'addition entre deux éléments fera appel au même algorithme. Une remarque importante doit être faite ici. Si la transfor-

<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.24</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.36</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.8</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td></tr> </table> Numéro de bande : 4	1	0	1	1	0	0	0	1	0.1	0.24	0.36	0.8					+	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.14</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.04</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.06</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td></tr> </table> Numéro de bande : 4	1	0	1	1	0	1	0	1	0.14	0.04	0.06	0.2	0.2				=	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.24</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.28</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.42</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0.2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td></tr> </table> Numéro de bande : 4	1	0	1	1	0	1	0	1	0.24	0.28	0.42	0.2	1.0			
1	0	1	1	0	0	0	1																																													
0.1	0.24	0.36	0.8																																																	
1	0	1	1	0	1	0	1																																													
0.14	0.04	0.06	0.2	0.2																																																
1	0	1	1	0	1	0	1																																													
0.24	0.28	0.42	0.2	1.0																																																

FIG. 2.18: Exemple d'opération algébrique entre deux tableaux creux (ici l'addition)

mée par ondelettes est une transformée linéaire il n'en est pas de même du processus de compression. L'opération de seuillage est *non-linéaire*. Un simple exemple pour s'en convaincre : considérons deux coefficients à la même position dans deux signaux différents, disons  $c_1$  et  $c_2$ . Après compression à un certain seuil  $\varepsilon$ , si  $c_1 < \varepsilon$  et  $c_2 < \varepsilon$ , ces deux valeurs seront considérées nulles. Donc l'addition des deux signaux *après* compression donnera un résultat nul aussi pour ce coefficient. Si maintenant on additionne

les deux signaux *avant* compression, le coefficient résultat sera  $c_3 = c_1 + c_2$ . Lors de la compression rien n'indique à priori que ce coefficient sera invalidé, car il se peut que  $c_3 > \varepsilon$ . Il faut donc garder présent à l'esprit qu'à chaque opération d'addition entre signaux compressés, l'erreur est elle aussi sommée. Néanmoins comme un grand nombre d'opérations est effectué lors de la reconstruction d'un signal, cette erreur peut à priori être considérée comme une variable aléatoire d'espérance mathématique nulle.

### Accès aux données

La nature générique de notre conception introduit, naturellement, une structure hiérarchique efficace pour l'accès aux données. Prenons le cas le plus complexe d'une FDRB anisotrope spectrale. L'objet de plus haut-niveau, la FDRB, stocke l'ensemble des réflectances, stockant elles-mêmes l'ensemble des spectres. On utilise donc 3 niveaux de tableaux creux pour stocker les données : directions d'incidence, directions de sortie et longueurs d'onde. Au premier niveau le triangle intersecté par la direction incidente est identifié grâce à une méthode récursive sur la subdivision nécessitant trois produits scalaires par triangle. Si la subdivision est constituée de  $n_t$  triangle, le nombre de produit scalaires est en  $O(\log_3 n_t)$ . Ce triangle fournit l'index pour l'accès au tableau du premier niveau. Ensuite le triangle de sortie est identifié de la même façon et fournit l'index de second niveau (avec la même complexité calculatoire). Pour finir, la recherche du troisième index (correspondant à la longueur d'onde) est effectué de manière dichotomique (les longueurs d'onde sont ordonnées à la construction), donc pour  $n_l$  longueurs d'onde le nombre de comparaisons est en  $O(\log_2 n_l)$ . A partir d'un index, la parcours de la structure de tableau est rapide car, à chaque niveau, le nombre d'éléments est faible après compression (typiquement quelques dizaines). Et comme nous l'avons vu tous les calculs d'index sont d'ordre logarithmique, donc très efficaces. Nous obtenons finalement, une structure hiérarchique de type arbre n-aire où la recherche de la bonne branche à un niveau donné s'effectue en temps logarithmique par rapport au nombre de données du niveau.

### Opérateurs génériques

Les opérateurs génériques sont des opérations applicables à un signal. Quelle différence avec une méthode classique en C++ ? En fait le problème provient de la genericité. Comme je l'ai déjà expliqué, un signal multidimensionnel est modélisé par un signal dont les éléments sont eux-mêmes des signaux. Cela signifie que lorsque par exemple on souhaite compresser un signal, il faut naturellement compresser celui-ci mais aussi compresser ses éléments, chacun avec un seuil qui lui est propre. Comme on le voit, nous avons une pile de seuils (un par espace) et les opérateurs vont être appelés en cascade (Figure 2.19).

Quand le processus se termine-t-il ? Lorsque les éléments du signal sont de types simples (au sens du langage C++) : réels, entiers, etc. Mais un tel code générique ne fonctionne pas car les types de base ne sont pas des signaux, donc n'ont aucune méthode *compression* que l'on puisse appeler. L'instanciation

```

template <class T>
void compression(stack threshold_stack)
{
    // Récupération du seuil pour la compression du signal
    Real threshold = threshold_stack.pop();
    // Compression du signal
    ...
    // Compression des éléments du signal
    // qui sont de type générique T
    Pour chaque élément e du signal faire
        e.compression(threshold_stack)
    ...
    // Restauration du seuil
    threshold_stack.push(threshold);
}

```

FIG. 2.19: Algorithme de compression d'un signal générique

du code précédent est donc impossible pour  $T = float$  par exemple. Une première solution aurait été de créer une classe encapsulant chaque type de base et contenant les méthodes adéquates, mais cette approche est trop lourde et complexe. De plus elle est contraire à l'esprit générique qui tente au maximum de factoriser les algorithmes et les classes pour une réutilisabilité maximale. La solution consiste à orienter le compilateur suivant le type de donnée (complexe ou simple) vers la version de code qui convient (Figure 2.20). Dans le cas d'objets complexes, elle se contente de l'appel à la méthode correspondante. Sa spécialisation pour les types simples permet de stopper le processus d'appel en cascade et de réaliser l'opération sur les échantillons du signal (rien pour cet exemple car la compression s'arrête). Cette stratégie permet d'implémenter toutes les opérations génériques sur des signaux, en effectuant en cascade les opérations pour chaque espace : analyse, synthèse, compression, etc. Pour les opérateurs algébriques (+,\*) ou d'entrée/sortie («,») ce tour de passe-passe n'est pas nécessaire car ils sont définis même pour les types simples.

#### 2.4.4 Diagramme UML

Pour résumer tout ce qui vient d'être dit, et parce que souvent un dessin vaut mieux qu'un long discours, le diagramme UML simplifié de mon architecture est résumé Figure 2.21.

#### 2.4.5 Adaptation de la transformée sphérique

La transformée par ondelettes sphériques standard utilisant la base de Bio-Haar (voir section 2.3.1) présente quelques inconvénients notamment au niveau topologique. En effet elle s'effectue entièrement

```

template <class T>
class SignalOperator<T>
{
    static void compression(T element, stack threshold_stack)
    {
        // Appel en cascade
        element.compression(threshold_stack);
    }
}

template <>
class SignalOperator<Real>
{
    static void compression(T element, stack threshold_stack)
    {
        // La compression s'arrête à ce niveau
    }
}

template <class T>
void compression(stack threshold_stack)
{
    ...
    Pour chaque élément e du signal faire
        SignalOperator<T>::compression(e, threshold_stack);
    ...
}

```

FIG. 2.20: La solution aux problèmes des opérateurs génériques

dans l'espace du triangle père. Pour le triangle fils central (rf3), il n'y a pas de problème, ce sont les valeurs de ses voisins directs (partageant une arête) qui sont utilisés lors de la transformée. Par contre les triangles limitrophes eux ne possèdent qu'un unique voisin direct à l'intérieur du triangle père. Or la transformée utilise pour le calcul de leur valeur celles des quatre fils du triangle père. Pourtant il paraît beaucoup plus logique d'utiliser toujours les valeurs des voisins directs lors de la transformée.

C'est pourquoi j'ai adapté la transformée pour opérer de cette façon, comme le suggère [Mul99] sans toutefois en apporter la preuve, en utilisant une structure topologique *logique* différente de la structure topologique réelle. A cette fin j'introduis le concept de triangle père *virtuel*. L'idée est de considérer tout triangle comme fils central d'un triangle père *virtuel*. Ce triangle père virtuel couvre le triangle considéré ainsi que ses voisins directs. Le problème étant de calculer la valeur de ce triangle père virtuel *à partir*

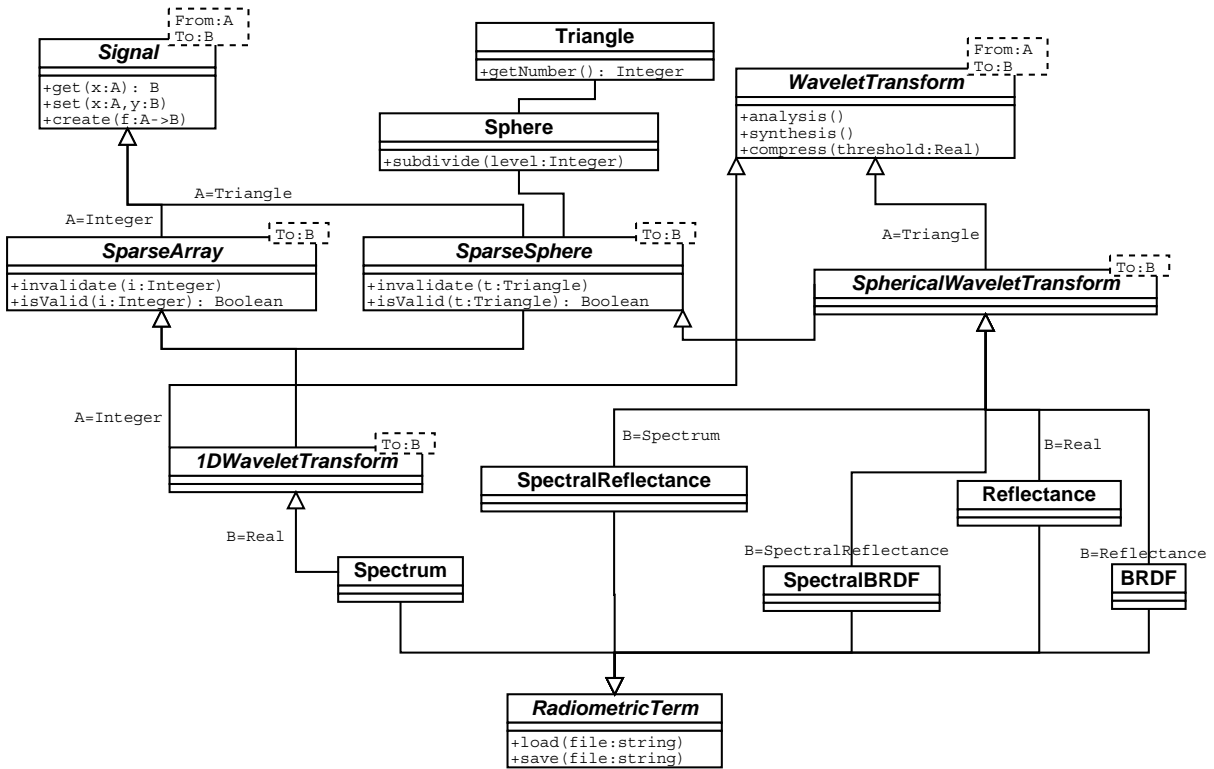


FIG. 2.21: Diagramme UML des différents termes radiométriques représentés par ondelettes

de la valeur des triangles pères réels. Celle-ci est évaluée sur la structure topologique réelle. Pour un triangle  $T_j^k$  elle se déduit de la valeur de ses fils (niveau  $j + 1$ ) par :

$$\lambda_j^k = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^{l=3} \lambda_{j+1}^l$$

Soit un fils numéroté  $l$ . Dans le cas du triangle central ( $l = 3$ ), le triangle virtuel coïncide avec le triangle père réel. Donc aucun calcul n'est nécessaire, la valeur du triangle père virtuel  $T_j^{k,l}$  est  $\mu_j^{k,l} = \lambda_j^k$ . Dans tous les autres cas le triangle père virtuel couvre deux des fils du triangle père réel  $T_j^k$  ainsi que deux fils des triangles  $T_j^u$  et  $T_j^v$  (qui sont les voisins de  $T_{j+1}^l$  hors de  $T_j^k$ ). Cette constatation fournit l'approximation nécessaire au calcul de  $\mu_j^{k,l}$ . Si l'on considère en effet que chaque triangle fils possède un poids de  $1/4$  dans la valeur du triangle père, on déduit que :

$$\mu_j^{k,l} = \frac{1}{2} \lambda_j^k + \frac{1}{4} \lambda_j^u + \frac{1}{4} \lambda_j^v$$

La Figure 2.22 résume la méthode. Un triangle père réel est tracé en rouge sur la subdivision originale en noir. Dans le cas du triangle fils central (point rouge) le triangle père virtuel correspond au triangle père réel. Pour un autre triangle fils (point vert), le triangle père virtuel recouvre deux fils du triangle père réel ainsi qu'un fils de chacun de ses voisins, ce qui explique les poids de  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{4}$ .



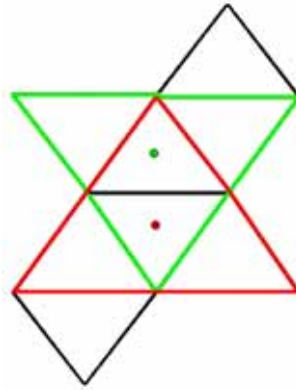


FIG. 2.22: Le concept de triangle père virtuel : le père réel est tracé en rouge, son fils central matérialisé par un point rouge, le triangle d'intérêt est localisé par un point vert, et le père virtuel correspondant est tracé en vert

En fait cette approche intuitive obtient sa validation théorique via le Lifting Scheme [Swe98]. Une base de Bio-Haar utilisant le lifting scheme calcule en effet le coefficient d'échelle du triangle père en fonction de celui des fils et éventuellement ceux des voisins du père. Son efficacité tant en terme de compression que d'erreur s'en trouve augmentée [SS95a]. Par contre elle nécessite plus de calculs car la valeur du triangle père fictif est *calculée à la volée* en utilisant les valeurs des triangles pères réels qui elles sont *stockées*. Cela implique que les coefficients d'ondelettes seront eux aussi calculés à la volée. En effet dans une base de type Haar, les coefficients d'ondelettes au niveau  $j + 1$  ne sont rien d'autre que la différence entre coefficients d'échelle de niveaux  $j + 1$  (valeurs des triangles fils) et ceux de niveau  $j$  (valeurs des triangles pères). Lors de la phase de compression il suffit donc de comparer la valeur du triangle père virtuel à celle du fils  $l$ . Si la différence est faible (au-dessous d'un certain seuil), alors cela signifie que le coefficient d'ondelettes peut être éliminé. C'est à dire que la valeur du père est une approximation correcte de la valeur du fils. Le coefficient du triangle fils sera donc supprimé. Dans le cas contraire elle sera conservée.

Il est important de noter qu'un effet de bord peut se produire avec cette méthode. En effet si l'on débute la compression par le niveau le plus élevé  $j + 1$  (comme dans la transformée standard), les coefficients d'ondelettes sont évalués en se basant sur la valeur exacte des triangles pères au niveau  $j$  (car la compression n'a pas encore eu lieu). Si en continuant la compression certains triangles pères au niveau  $j$  sont à leur tour supprimés, il s'ensuit que la valeur des triangles pères fictifs à ce niveau va s'en trouver modifiée. Donc il est possible que si l'on réévaluait les coefficients d'ondelettes au niveau  $j + 1$  à partir de ces nouvelles valeurs, des résultats différents soient obtenus. Si l'on compresse un coefficient qui a servi de base à la compression d'un coefficient de résolution plus faible, l'erreur sera systématiquement retransmise lors de la reconstruction. Une solution consiste à inverser le sens de compression en commençant par les niveaux de plus faible résolution.

Avec la base de Bio-Haar utilisant le lifting scheme, il y a une perte de localité de la transformée.

Celle-ci n'est plus exprimée dans le repère local du triangle père car elle nécessite aussi la reconstruction de la valeur des triangles voisins du père. Elle est donc moins rapide mais beaucoup plus performante que la transformée basique. Elle évite des problèmes topologiques importants entraînant des effets de *plaques*. En effet la transformée standard est en fait indépendante sur chaque face de la structure de base servant à la subdivision. Les triangles situés de part et d'autre des arêtes de niveau zéro, ne vont *jamais* interagir dans la transformée même s'ils partagent une arête ; ce qui est évidemment très pénalisant.

#### 2.4.6 Les différentes bases de la transformée unidimensionnelle

Pour la transformation spectrale j'utilise différentes bases d'ondelettes et non pas une base bien précise et statique. Le nombre de bases compactes et orthogonales ou biorthogonales connues dans le cas unidimensionnel est assez conséquent. Le *Wavelet Image Compression Kit* [Dav] m'a servi de base pour le code générique que j'ai développé et qui est assez général pour pouvoir implémenter facilement n'importe quelle base en connaissant simplement les coefficients des filtres d'analyse et de synthèse. Ainsi j'ai regroupé un ensemble de 52 bases à partir de diverses sources (articles, codes source, etc.). En fait la plupart appartiennent à une même famille (dérivées d'une même technique de construction) mais avec des propriétés différentes (moments, taille du support, etc.). La liste des différentes familles implémentées dans mon code avec les références originales de leur proposition (dans les limites de mes connaissances) est la suivante :

- Orthonormales : Daubechies [Dau88], Symmlet [Dau92], Coiflet [BCR91], Battle-Lemarié [Mal89], Beylkin [BCR91], Adelson [ASH87], FBI [BB93], Vaidyanathan [VH88]
- Biorthogonales : Antonini [ABMD92], Villasenor [VBL95] [TVC96] [SM], Burt-Adelson [Dau92], Brislawn [Bri96], Cohen-Daubechies-Feauveau (CDF) [CDF92], Spline [Dau92], Odegard [OB96], Pseudo-Coiflet [FJS96]

Le problème de la sélection de la base pour une FDRB particulière se pose donc le plus naturellement du monde. J'ai laissé à l'utilisateur le choix de la stratégie à employer. Soit une sélection par rapport au taux de compression pour le même critère d'erreur sur un spectre, soit une sélection par rapport au taux d'erreur obtenu pour un certain seuil de compression. Je n'avais pas d'idées a priori sur les bases optimales si ce n'est que certaines étaient certainement trop simples pour parvenir à de bons résultats (Haar par exemple pour le cas de spectres lisses). Par l'expérience il s'est avéré que dans le cas qui nous intéresse (FDRB ou termes radiométriques) certaines tirent mieux leur épingle du jeu. C'est notamment le cas des familles de : Villasenor, Brislawn, Daubechies (CDF incluse), et Symmlets, qui sont souvent très performantes. La famille de Burt-Adelson ou des Coiflets obtient des résultats toujours bons en moyenne mais sans apparaître souvent en tête de la sélection, au contraire de celle des Splines, de Haar ou de Odegard qui sont rarement performantes.

### 2.4.7 Interpolation

Mon approche permettant la modélisation de jeux de mesures de FDRB permet de fournir une représentation discrète. C'est à dire que le modèle reconstruit le jeu de mesure initial à partir d'une version compressée. Or dans de nombreuses applications, la FDRB nécessite d'être définie en tout point (direction ou longueur d'onde). C'est pourquoi j'ai utilisé et comparé différentes techniques d'interpolation permettant la reconstruction de la FDRB entre les points de mesures. Comme le modèle fait une distinction claire entre les différents espaces (directions d'incidence, de réflexion, et longueur d'onde), ces distinctions apparaissent naturellement pour les schémas d'interpolation. Je parlerai donc d'interpolation directionnelle ou sphérique et d'interpolation spectrale. De même je parlerai d'interpolation d'incidence ou entrante sur  $\mathcal{S}_i^2$  et d'interpolation de réflexion ou sortante sur  $\mathcal{S}_r^2$ .

Pour ces différentes interpolations, j'ai défini quatre schémas ou méthodes. La première, qui est aussi la plus naïve, est la méthode du plus proche voisin. Elle consiste à prendre pour valeur de FDRB la valeur mesurée la plus proche de la configuration donnée lors de l'interrogation du modèle. Elle conduit à une reconstruction constante par morceaux. Le choix est laissé libre pour la distance utilisée afin d'apprécier la proximité d'un point de mesure. La seconde méthode est une interpolation linéaire fournissant une représentation  $C^0$ . La troisième méthode est une interpolation cubique qui fournit quant à elle une représentation  $C^2$ . Pour finir, la quatrième méthode, dite interpolation de Monte Carlo, est un schéma stochastique simple à évaluer mais ne garantissant aucune propriété particulière. Elle consiste à générer un certain nombre d'échantillons aléatoires dans un sous-domaine précis, ou voisinage du point d'estimation, puis à calculer la valeur de la FDRB pour chacun grâce à la méthode du plus proche voisin. Leur moyenne fournit alors une estimation de la FDRB. Il s'agit là d'une interpolation non déterministe, ce qui peut surprendre ; néanmoins elle peut se révéler très efficace dans certaines circonstances si l'on est prêt à perdre le côté déterministe. De plus c'est la seule qui soit vraiment ajustable, i.e. dépendante de paramètres : le nombre d'échantillons et la taille du sous-domaine.

Après avoir détaillé les méthodes d'interpolation pour l'aspect directionnel et spectral je m'intéresserai au problème du *ré-échantillonnage*. En effet je pose comme hypothèse de départ pour la gestion de mon modèle que je dispose d'une mesure pour chaque triangle de la subdivision sphérique ainsi que pour chaque longueur d'onde, ce qui n'est pas toujours le cas pour des mesures réelles.

#### Reconstruction de la FDRB

**Interpolation directionnelle** Pour la dimension directionnelle, nous avons vu que la FDRB est en fait, par définition, constante sur chaque triangle de la subdivision sphérique utilisée. L'approche du plus proche voisin consiste donc ici à affecter à une direction donnée la valeur de FDRB correspondant au triangle de la subdivision qu'elle intersecte. Pour l'approche linéaire, il est possible d'utiliser une interpolation barycentrique [FvDFH90] sur les triangles. Celle-ci consiste à calculer la valeur de FDRB pour une direction donnée en fonction du poids de chacun des sommets du triangle d'intérêt. Ce poids est en

fait dans notre cas la valeur de la FDRB aux sommets. Celle-ci s'obtient simplement en effectuant une moyenne de la valeur de la FDRB pour tous les triangles adjacents à un sommet. Comme cela se produit souvent dans les schémas d'interpolation, il y a nécessité de recourir à la forme duale de la représentation (valeurs par sommets au lieu de valeurs par faces). Dans le cas cubique, j'ai utilisé un interpolant de Clough-Tocher [SLD92]. Il s'agit d'une méthode proche de celle de Bézier [FvDFH90], qui génère une surface paramétrique à partir d'un polygone de contrôle constitué par un maillage triangulaire 2D. La FDRB peut en effet être vue comme une surface paramétrique sur la sphère (2D). Là aussi les points de contrôle sont fournis par les sommets de la subdivision sphérique et nécessitent des calculs supplémentaires pour passer à la version duale. De plus dans ce cas, il faut calculer le gradient de la FDRB, ce qui est très coûteux. Pour l'approche Monte Carlo, l'utilisateur fournit le nombre de directions générées aléatoirement dans un angle solide de son choix autour de la direction d'interrogation. Il est à noter que ce type d'interpolation est naturellement faite lors de l'emploi d'algorithmes de type Monte Carlo pour le rendu, il est donc utile de s'y intéresser.

Les méthodes implémentées n'ont rien de spécifique à la FDRB par rapport au problème plus général de l'interpolation de données. La seule particularité est ici le maillage triangulaire sur lequel est effectuée l'interpolation. Le choix est un compromis entre les propriétés désirées pour la FDRB, notamment au niveau de la continuité, et le temps de calcul disponible. Il est évident que si une représentation  $C^0$  suffit, l'interpolation barycentrique va parfaitement convenir même si elle peut se montrer moins précise qu'une interpolation cubique. Mais cela sera compensé par un coût calculatoire négligeable qui est d'autant plus acceptable que l'un de nos objectifs principaux est la compacité. C'est pourquoi tout est recalculé à chaque interrogation du modèle car on ne peut se permettre de stocker de l'information intermédiaire à chaque point de mesure. D'un autre côté, l'on sait très bien que des interpolations d'ordre élevé ont tendance à lisser le signal, ce qui est pénalisant dans le cas de la FDRB dont l'aspect directionnel est plutôt discontinu. J'ai donc principalement utilisé l'interpolation barycentrique durant ma thèse pour cette raison, mais aussi à cause du coût prohibitif de la méthode cubique qui ne nécessite pas moins de 256 points de contrôle à évaluer pour une FDRB anisotrope. Généralement mieux vaut augmenter le niveau de subdivision avec une interpolation linéaire qu'utiliser un niveau plus grossier avec une interpolation cubique. De plus un lissage est déjà réalisé par la compression, il est donc bon de ne pas rajouter un niveau supplémentaire.

Je finirai par une petite remarque sur les FDRB isotropes. En effet dans ce cas une interpolation entrante basée sur les triangles est impossible car seuls ceux appartenant au plan  $\phi = 0$  sont valides. Une solution consiste à procéder à une simple interpolation linéaire dans ce plan entre les deux triangles les plus proches de la direction incidente. C'est le seul schéma d'interpolation utilisable pour ce type de FDRB.

**Interpolation spectrale** Pour la dimension spectrale de la FDRB (unidimensionnelle), l'approche du plus proche voisin consiste à sélectionner la valeur de FDRB dont la longueur d'onde est la plus proche

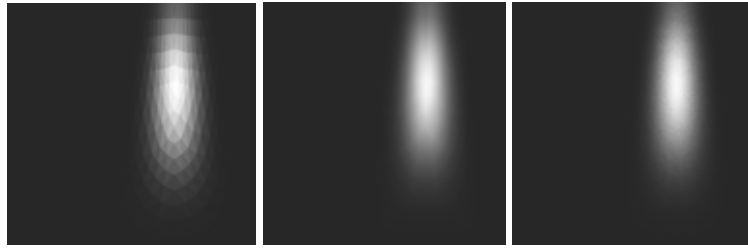


FIG. 2.23: Différents schémas d'interpolation dans le plan  $(\theta_r, \phi_r)$ , FDRB de Phong pour  $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\phi_i = 60^\circ$ , interpolation par plus proche voisin (à gauche), linéaire (au centre), de Monte Carlo (à droite)

de celle recherchée. L'interpolation linéaire est tout simplement l'interpolation 1D classique que je n'expliciterai donc pas. Pour une reconstruction d'ordre plus élevée, j'ai choisi une interpolation à base de B-Spline cubiques [PTVF92]. Leur efficacité a été démontrée et elles permettent notamment de tenir compte de la non-uniformité d'échantillonnage. L'approche Monte Carlo consiste à tirer au hasard plusieurs longueurs d'ondes dans une bande spectrale fixée par l'utilisateur autour de la longueur d'onde d'intérêt. Les FDRB que nous avons mesurées étant plus lisses spectralement que directionnellement, l'interpolation cubique est ici tout à fait pertinente si les contraintes de temps de calcul l'autorisent.

### Ré-échantillonnage

Le problème du ré-échantillonnage survient lorsque l'échantillonnage du jeu de mesure que l'on souhaite modéliser est différent de celui de mon modèle. En pratique cela se produit quasiment toujours, surtout pour l'aspect directionnel.

**Ré-échantillonnage directionnel** Un manque de données dans certaines zones peut laisser des triangles sans valeur, autrement dénommés *trous*. De même une trop grande précision peut fournir plusieurs points de mesure dans un même triangle. Il faut donc remédier à ce problème car la transformée par ondelettes suppose chaque triangle valide, i.e. contenant une valeur.

Dans le cas de trous le problème se résume à interpoler les valeurs manquantes. Néanmoins il y a une différence fondamentale avec l'interpolation au moment de l'évaluation du modèle : la première a lieu *entre* les triangles alors que la seconde a lieu *sur* un triangle. De plus la seconde nécessite aussi la validité de tous les triangles de la subdivision pour être applicable. La première méthode que j'ai implémentée consiste en une approche dérivée de la *croissance par régions*. C'est à dire qu'un triangle valide propage sa valeur aux éventuels triangles voisins invalides. Ainsi itérativement, de proche en proche, tous les trous seront comblés. On retrouve ici un schéma similaire au plus proche voisin. La seconde fut une interpolation bilinéaire. Je recherche les points de mesure les plus proches encadrant un triangle invalide en  $\theta$  et  $\phi$ . Ensuite j'interpole en tenant compte de la distance sphérique (angulaire) entre les échantillons.

**Ré-échantillonnage spectral** Pour la dimension spectrale j'ai choisi de prendre le plus grand dénominateur commun aux mesures, c'est à dire que la dimension spectrale contient à la fin toutes les longueurs d'onde rencontrées dans le jeu de mesure. Si pour une direction donnée l'échantillonnage est différent, i.e. ne contient pas une valeur pour chaque longueur d'onde, j'interpole les points manquants. Le cas spectral est particulier en ce sens que l'on peut utiliser les même schémas que ceux présentés lors de l'évaluation, il n'y a aucune différence fondamentale contrairement au cas directionnel, je ne m'étendrai donc pas sur ce point.

## 2.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre j'ai défini, développé, et présenté un nouveau modèle de FDRB à base d'ondelettes. La première partie a exposé la problématique et le choix de la méthode numérique. Ce choix est justifié par la levée des limitations inhérentes aux modèles analytiques : universalité (domaine de définition et type de surface), extension spectrale, et inversion simple de la FDRB. Les ondelettes ont été choisies à cause de leurs avantages par rapport à d'autres approches : transformée rapide, compression importante, débruitage, inversion fonctionnelle numérique rapide. Un état de l'art critique a ensuite permis de mettre en lumière les points positifs et les points durs des deux modélisations de la FDRB par ondelettes existantes. Premièrement le problème de l'extension à une FDRB anisotrope et/ou spectrale pour les ondelettes sphériques de Schröder [SS95a]. Et deuxièmement les problèmes intrinsèques au modèle de Lalonde [LF97a] : paramétrisation irrégulière du domaine sphérique, compression réalisée de manière globale, et non-efficacité de la reconstruction dans le cas d'une éventuelle modélisation spectrale.

A partir de ce constat j'ai essayé de conserver les avantages et de pallier aux inconvénients des méthodes existantes au sein de mon modèle. Le modèle développé repose sur la séparation structurelle des aspects directionnels et spectraux, puis l'utilisation de la transformée multi-dimensionnelle standard en lieu et place de la transformée non-standard. Le concept de transformée et compression générique a été également introduit pour permettre une gestion plus souple de la compression (de manière locale), et pour proposer une architecture extensible pouvant gérer tout type de FDRB. La reconstruction partielle du signal est aussi un des avantages d'une telle approche. Les structures informatiques nécessaires à la réalisation du modèle ont été détaillées ainsi que les bases d'ondelettes utilisées pour la transformée.

Le prochain chapitre va permettre d'étudier en détail les capacités réelles du modèle tant du point de vue modélisation physique que du point de vue informatique (mémoire et performances).

## Chapitre 3

# Performances du Modèle par Ondelettes

### 3.1 Introduction

Pour évaluer de manière objective les performances d'une modélisation numérique, trois critères peuvent être étudiés :

1. l'erreur de modélisation : l'information fournie par le modèle est-elle une représentation correcte de l'information originale ? Dans notre cas, le jeu de mesures reconstruit à partir d'une version compressée est-il proche du jeu de mesures initial non compressé ? Il s'agit simplement de comparer mesures et modélisation.
2. le coût mémoire : l'information est-elle stockée de manière optimale ? Dans notre cas, quelle place mémoire occupe le jeu de mesures et les structures informatiques nécessaires à sa manipulation ?
3. le coût calculatoire : l'information est-elle accessible de manière optimale ? Dans notre cas, principalement quelle est la vitesse de calcul d'une valeur de FDRB pour une configuration (directions et longueur d'onde) quelconque ?

L'on peut aussi y adjoindre un critère de robustesse, i.e. le modèle donne-t-il des résultats semblables pour des mesures différentes localement mais globalement très proches (typiquement est-il sensible au bruit ?), ainsi qu'un test de sa capacité à interpoler<sup>25</sup>.

Je vais dans ce chapitre m'attacher à détailler les réponses à ces questions. Dans une première partie je me consacrerai aux performances physiques caractérisées par l'erreur de modélisation et la sensibilité au bruit. Dans une deuxième partie je m'attacherai à l'évaluation des performances purement informatiques qui sont le coût mémoire et la vitesse d'interrogation et de construction du modèle.

---

<sup>25</sup>La capacité à interpoler ne présentant pas de spécificité (voir 2.4.7) aucune étude n'est présentée ici. De plus un important travail sur ce point a déjà été réalisé [LF97c] [Noe99].

## 3.2 Performances physiques

### 3.2.1 Estimation de l'erreur de modélisation

Dans une première passe, je m'attacherai à produire un test de *non-régression* du modèle. C'est à dire vérifier que :

- le modèle est aussi bon ou meilleur que celui de Lalonde (autre modèle numérique à base d'ondelettes)
- le modèle est aussi bon ou meilleur qu'une modélisation analytique

Il y aurait en effet peu d'intérêt à développer un nouveau modèle plus universel outrepassant les limitations des précédentes modélisations n'atteignant pas des performances voisines ou supérieures. Ensuite je présenterai les résultats obtenus pour chaque type de FDRB :

- FDRB isotrope à longueur d'onde fixée
- FDRB anisotrope à longueur d'onde fixée
- FDRB isotrope spectrale
- FDRB anisotrope spectrale

Pour certains types de FDRB, en raison de l'absence de jeux de mesures ou par commodité, des FDRB simulées (mesures "virtuelles") sont utilisées. Dans le cas des mesures réelles nous avons sélectionné une grande variété de cibles. Des cibles naturelles : de l'herbe (verte et sèche), du bois, et du sable de Narbonne. Mais aussi des cibles artificielles (plus utiles en rendu) : du spectralon (matériau quasi-lambertien servant à la confection de panneaux réflecteurs de référence), du plastique (du PVC ivoire), du mélaminé (bois recouvert d'une surface blanche brillante servant principalement à la construction des meubles), de la toile rouge, ainsi que du velours vert et mauve. Le goniomètre du DOTA fournit un ensemble de 485376 points de mesure (474 directions + 1024 longueurs d'onde) pour une mesure isotrope réalisée de façon *automatique*. Dans le cas isotrope j'ai aussi utilisé deux variantes du modèle de Phong pour la génération de mesures virtuelles : le modèle original [Pho75] et sa version physiquement plausible aussi connue sous le nom de modèle de Lewis [Lew93]. Les FDRB anisotropes sont plus lourdes à mesurer avec le goniomètre du DOTA qui est prévu pour des échantillons isotropes. Il faut émuler l'anisotropie en faisant tourner l'échantillon cible. Il est alors indispensable d'effectuer une mesure pour chaque position de la cible, et cela nécessite un temps important. Les erreurs sont donc évaluées sur un seul jeu de mesure réel pour du velours satiné. Les mesures effectuées l'ont été par rotation azimutale de la cible entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  tous les  $15^\circ$ , et avec une hypothèse de symétrie<sup>26</sup> :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, -\phi_i, \theta_r, -\phi_r) \quad (3.1)$$

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, \phi_i + \pi, \theta_r, \phi_r + \pi) \quad (3.2)$$

<sup>26</sup>Cette propriété est vérifiée pour la plupart des FDRB anisotropes, et notamment par le modèle de Ward et de Lafortune. De plus elle paraît relativement bien appropriée à l'échantillon de velours que nous avons choisi à cause de la trame du tissu.



Dans le cas monochromatique, nous avons aussi utilisé un jeu de mesure virtuel créé à partir du modèle anisotrope de Ward [War92].

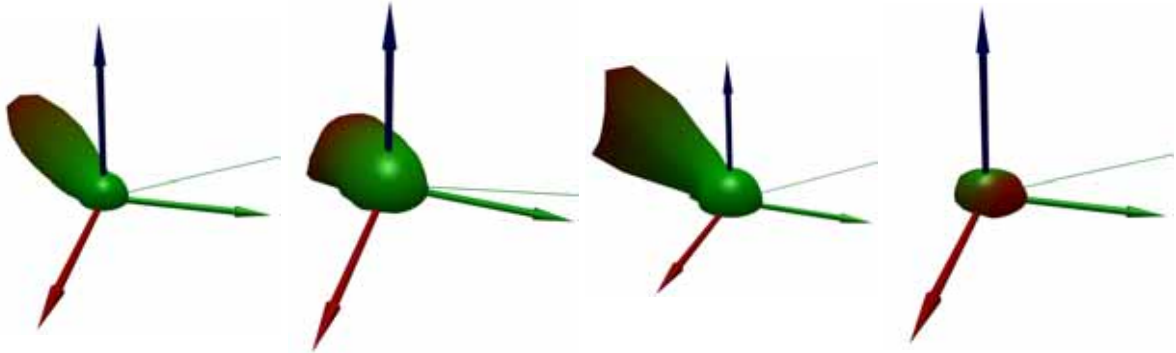


FIG. 3.1: Vues 3D à longueur d'onde fixée de quelques FDRB isotropes utilisées pour le test du modèle par ondelettes. La direction d'incidence ( $\theta_i = 50$ ) est repérée par un segment vert, la couleur de la FDRB dépend du niveau (vert=faible, rouge=élevé). Dans l'ordre FDRB de Lewis, de la toile, du mélaminé, de l'herbe

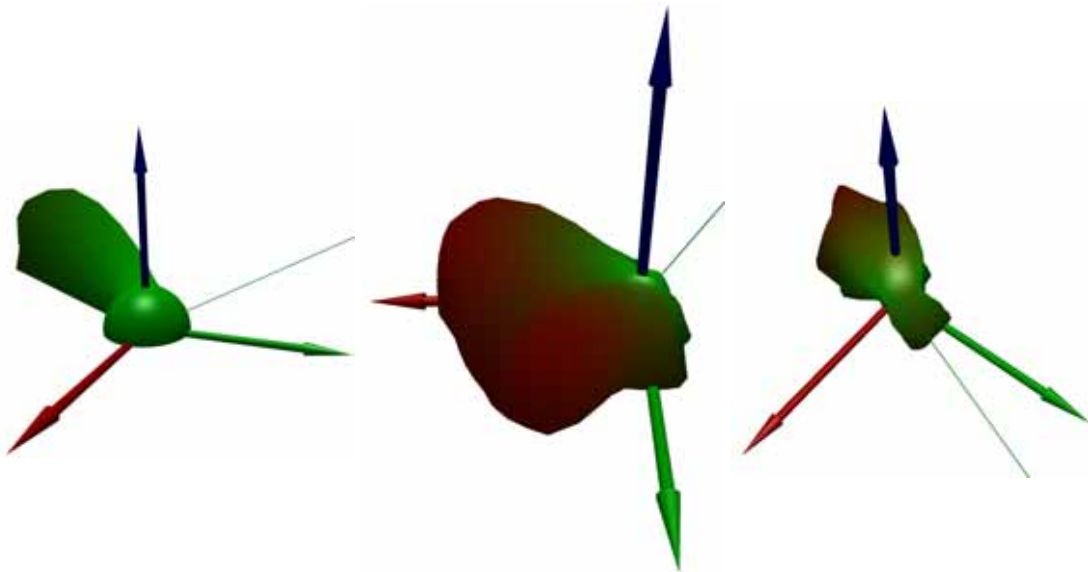


FIG. 3.2: Identique à la figure 3.1 pour les FDRB anisotropes.

Dans l'ordre FDRB de Ward et du velours pour deux directions d'éclairage

Tous les jeux de mesure sont projetés sur une subdivision sphérique de niveau 4. A cette précision, chaque triangle couvre un angle solide d'environ 0.006 stéradian, ce qui est assez fin pour nos données. Le *taux* de compression  $t_c$  est le pourcentage de données initiales supprimées par la compression. Le *rapport* de compression  $r_c$  représente quant à lui le rapport entre le nombre initial de données et le nombre de données après compression. En général on le note sous la forme  $x : 1$ , ce qui signifie qu'un seul coefficient est conservé dans la transformée finale pour  $x$  coefficients initiaux. On divise donc par  $x$

le nombre de coefficients.  $t_c$  et  $r_c$  sont reliés par la relation simple :

$$t_c = 100. \left(1 - \frac{1}{r_c}\right)$$

Les résultats fournis dans ce chapitre expriment, pour chaque FDRB, le taux ou le rapport de compression et l'erreur de modélisation associée. L'erreur est estimée entre le jeu de mesure original et la FDRB reconstruite à partir du jeu de mesure compressé.

Pour les jeux de mesures réels, une erreur initiale apparaît pour un rapport 1 : 1. Elle est produite par la projection du jeu de mesure sur la sphère géodésique. En effet, il se peut que deux points de mesure tombent dans le même triangle, car il couvre leurs deux configurations angulaires. Pour minimiser cette erreur, je stocke alors la moyenne des mesures multiples pour un triangle. Le problème est en fait plus général (même s'il est prépondérant au pôle), il s'agit de la différence entre l'échantillonnage du goniomètre qui est régulier en  $(\theta, \phi)$ , et celui de mon modèle qui est indépendant de la paramétrisation de la sphère. Peut-être qu'une idée intéressante serait de concevoir des appareils de mesure échantillonnant l'espace en suivant une subdivision sphérique géodésique (un point de mesure par triangle). Ainsi on éviterai les problèmes de distorsion au pôle et on obtiendrais une mesure régulière en angle solide, ce qui est plus adapté pour un terme radiométrique.

La procédure de test finale est résumée dans la Table 3.1. Les deux premiers tests constituent l'étude

Test	Objet	Données réelles (cibles)	Données simulées (modèles)
1	Comparaison travaux antérieurs	-	Phong
2	Comparaison modèles analytiques	sable, plastique	-
3	FDRB isotrope à longueur d'onde fixée	sable, plastique, spectralon, toile, herbe	Lewis
4	FDRB isotrope spectrale	sable, plastique, spectralon, toile, bois, mélaminé	-
5	FDRB anisotrope à longueur d'onde fixée	velours	Ward
6	FDRB anisotrope spectrale	velours	-
7	Compression générique	bois	Ward

TAB. 3.1: Énumération des différents cas de tests pour l'évaluation du modèle par ondelettes

de non-régression du modèle. Les tests 3 à 6 consistent à étudier la variation de l'erreur de modélisation en fonction du taux de compression imposée au jeu de mesure original. Ils permettent d'évaluer le nombre de coefficients d'ondelettes réellement nécessaires pour une caractérisation correcte de la FDRB de nombreuses surfaces. Le dernier test à pour but de démontrer l'apport de la compression générique dans deux cas bien ciblés, à savoir : FDRB isotrope spectrale et FDRB anisotrope à longueur d'onde fixée.

### Choix des estimateurs de l'erreur

Pour évaluer l'erreur entre une fonction réelle et un modèle, divers estimateurs ou *classes* d'erreurs sont disponibles. Ils se répartissent en deux grandes familles : les erreurs *absolues* et les erreurs *relatives* ou *normalisées*. Les secondes sont particulièrement intéressantes car elles fournissent un résultat

indépendant de l'importance ou de la valeur de la fonction, c'est à dire un pourcentage. J'utiliserai dans la suite du manuscrit, les erreurs  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_\infty$  dites erreurs  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_\infty$ , car basée sur les normes des espaces  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_\infty$  de  $\mathcal{R}^n$ . Noe [Noe99] a proposé une nouvelle classe d'erreur très intéressante pour le rendu mais trop spécifique dans le cas qui m'intéresse. Il postule en effet que la FDRB est toujours modulée par un facteur en cosinus (comme dans l'équation du rendu). Si cela est vrai pour l'illumination globale, ce n'est pas le cas pour d'autres applications. Les FDRB peuvent par exemple servir pour des tâches de reconnaissance ou d'identification de surfaces. On ne peut en ce cas fournir une représentation moins précise dans certaines directions. Voulant être le plus général possible, j'ai choisi d'écarter cette classe d'erreur. En fait je désire fournir une erreur globale moyenne sans à priori sur l'utilisation future de la FDRB. Ce que fournissent les erreurs  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$ . L'erreur  $\mathcal{L}_\infty$  est, quant à elle, une erreur locale qui donne une borne supérieure pour l'erreur de modélisation. Hélas, son caractère local ne permet pas de conclure précisément lorsqu'elle est importante. En effet il se peut très bien qu'il ne s'agisse que d'un seul ou de quelques points parasites, les autres étant très bien modélisés. Cela peut souvent être le cas avec des mesures bruitées. Il peut aussi s'agir d'un problème de modélisation spécifique (cas d'une bande d'absorption étroite mais forte). Néanmoins, les spectres de nos mesures étant relativement lisses, ce cas n'est pas pertinent dans nos travaux.

Soient  $f_i$  les valeurs de la fonction originale constituée de  $n$  échantillons. Soient  $f'_i$  les valeurs correspondantes de la fonction reconstruite par le modèle. Les définitions des trois erreurs absolues, ainsi que leurs pendants relatif sont les suivantes :

$$\epsilon_1^a = \frac{1}{n} \sum_i |f'_i - f_i| \quad (3.3)$$

$$\epsilon_2^a = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (f'_i - f_i)^2} \quad (3.4)$$

$$\epsilon_\infty^a = \max_i |f'_i - f_i| \quad (3.5)$$

$$\epsilon_1^r = \frac{1}{n} \sum_i \frac{|f'_i - f_i|}{f_i} \quad (3.6)$$

$$\epsilon_2^r = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i \frac{(f'_i - f_i)^2}{f_i^2}} \quad (3.7)$$

$$\epsilon_\infty^r = \max_i \frac{|f'_i - f_i|}{f_i} \quad (3.8)$$

A noter que chaque erreur possède un nom spécifique qui est couramment utilisé :

- $\epsilon_1^a$  : Écart moyen
- $\epsilon_2^a$  : Écart type ou erreur quadratique moyenne (EQM)
- $\epsilon_\infty^a$  : Maximum de l'écart absolu
- $\epsilon_1^r$  : Écart moyen relatif
- $\epsilon_2^r$  : Écart type relatif ou erreur quadratique moyenne relative (EQMR)
- $\epsilon_\infty^r$  : Maximum de l'écart relatif

A noter aussi que nous utiliserons, dans le cas spécifique des spectres, l'angle spectral [KLB<sup>+</sup>93]. Il s'agit d'un outil de base utilisé en imagerie hyperspectrale qui caractérise la proximité de *forme* entre deux spectres. Son principe consiste à mesurer les similarités spectrales en évaluant l'angle entre les spectres considérés comme des vecteurs dans un espace de dimension égale au nombre de bandes. Usuellement si la valeur de l'angle spectral est  $< 0.1$  on considère les spectres comme étant proches. Cette mesure d'erreur est très utilisée pour la reconnaissance par comparaison de signatures spectrales [KLB<sup>+</sup>93] (classification). L'angle spectral pour deux spectres  $s_1$  et  $s_2$  représentés par un vecteur de  $\mathcal{R}^n$  se définit par <sup>27</sup> :

$$as(\vec{s}_1, \vec{s}_2) = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{\|\vec{s}_1\| \cdot \|\vec{s}_2\|}\right) \quad (3.9)$$

Dans la suite de ce chapitre j'utiliserai principalement les erreurs relatives qui sont indépendantes de la fonction étudiée contrairement aux erreurs absolues qui nécessitent une connaissance de la fonction pour en évaluer la pertinence.

### Comparaison avec les travaux antérieurs (Test 1)

En fait, la seule approche existante et réellement aboutie est celle de Lalonde [LF97a] utilisant une transformée non-standard 4D, que j'ai déjà présenté en 2.3.2. Celle de Schröder à base d'ondelettes sphériques est en effet limitée à une représentation de la FDRB pour une direction incidente fixée, et donc non utilisable pour des comparaisons probantes.

Les seuls résultats obtenus par Lalonde, et reproductibles de façon simple, sont ceux concernant une FDRB créée à partir du modèle de Phong [Pho75]. J'ai donc utilisé un jeu de mesures virtuelles généré à partir du modèle de Phong avec un exposant spéculaire de trente, comme le fit Lalonde. Lalonde utilise  $2^5$  échantillons pour chacun des  $\kappa_i, \lambda_i, \kappa_r, \lambda_r$ . Ce qui donne  $2^5 \cdot 2^5 = 2^{10}$  échantillons pour chaque hémisphère. Ce découpage est équivalent à une subdivision sphérique de niveau 4, qui génère elle aussi  $2^{10}$  triangles pour l'hémisphère incident et l'hémisphère de sortie. La Figure 3.3 montre l'erreur quadratique moyenne relative en fonction du taux de compression pour le modèle de Lalonde ainsi que pour le mien. Lalonde n'exploitant pas une transformée partielle pour représenter la FDRB, j'utiliserai une combinaison de deux transformées. Une première sur les directions incidentes, suivie d'une transformée sur les directions de sortie. En fait je considère la FDRB de Phong comme une FDRB anisotrope. Comme l'on pouvait s'y attendre la compression générique est plus performante que l'approche non-standard dans ce cas. En effet comme la FDRB est en fait isotrope, i.e. la réponse du matériau pour deux directions incidentes  $\omega_{i_1}$  et  $\omega_{i_2}$  est identique à une rotation près. L'angle de rotation étant donné par l'angle azimutal relatif entre les directions :  $\phi = |\phi_{i_1} - \phi_{i_2}|$ . C'est pourquoi la compression "haut-niveau" réalisée dans le domaine sphérique d'incidence donne de très bons résultats et permet d'augmenter considérablement le taux de compression pour une erreur donnée par rapport à la modélisation de Lalonde. L'approche

<sup>27</sup>On remarquera que le produit scalaire utilisé lors de la compression générique entre spectres revient à utiliser en fait un angle spectral non normalisé.

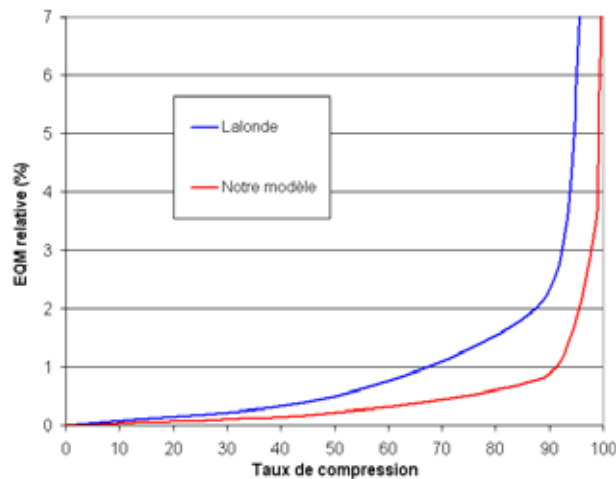


FIG. 3.3: Comparaison de ma méthode aux travaux précédents de Lalonde, FDRB de Phong avec un exposant spéculaire de 30

classique est moins performante que l'approche générique car la cohérence dans les connections inter-dimensionnelles est moins importante que la cohérence dans le domaine initial.

### Comparaison avec des modèles analytiques (Test 2)

Pour une comparaison avec des modèles analytiques, j'ai utilisé le code d'inversion disponible à l'ONERA et sur lequel j'ai travaillé durant mon D.E.A. [Cla00b]. Ce code permet d'ajuster les paramètres d'une vingtaine de modèles par un calage sur les données (FDRB mesurées) en utilisant la méthode non-linéaire du *simplexe* [PTVF92]. La meilleure modélisation en terme d'erreur relative globale sur le jeu de mesures initial est sélectionnée par le code. Pour cette étude j'ai choisi une cible naturelle (le sable) et une cible artificielle (le plastique). Les deux cibles ont été mesurées avec le goniomètre du DOTA. Pour la comparaison, les modèles analytiques ne prenant pas explicitement en compte la dépendance spectrale, les valeurs correspondant à  $\lambda = 800nm$  (sable) et  $\lambda = 650nm$  (plastique) sont utilisées.

La Figure 3.4 illustre la comparaison entre une modélisation par ondelettes (pour un taux de compression de 92%) et les deux meilleures modélisations analytiques qui sont : RPV [RPV93] et Snyder [SW98] dans le cas du sable, et Torrance [TS67b] et Cook-Torrance [CT82] dans le cas du plastique. Dans le cas de surfaces naturelles (comme le sable) elles sont relativement proches. Néanmoins la modélisation par ondelettes est généralement moins dispersée autour de la solution idéale. Bien sûr le nombre de coefficients d'ondelettes (quelques dizaines ou centaines suivant le taux de compression) est sans rapport avec les quelques coefficients nécessaires aux modèles analytiques pour caractériser la FDRB. Le modèle par ondelettes n'a pas d'intelligence physique capable d'appréhender la nature de la réflexion lumineuse, mais comme nous allons le voir il présente l'avantage d'une palette très large d'applicabilité contrairement aux modèles analytiques. En effet un modèle comme RPV développé pour des surfaces naturelles sera incapable de correctement appréhender la réflexion pour une surface industrielle comme

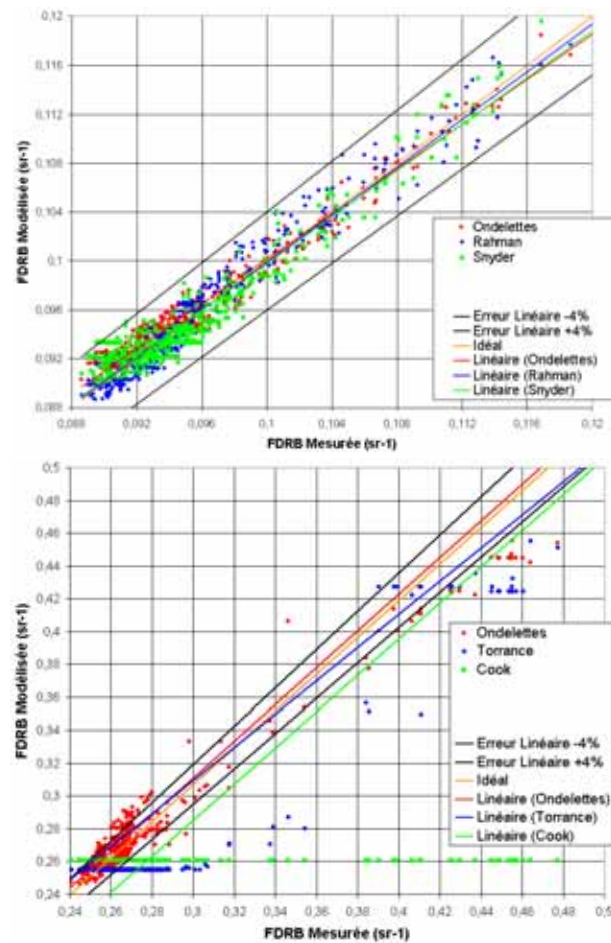


FIG. 3.4: Comparaison entre les deux meilleures modélisations analytiques et la modélisation par ondelettes : en haut FDRB du sable, en bas FDRB de plastique

du plastique.

L'avantage des ondelettes devient plus évident pour des matériaux spéculaires comme le PVC. Elles permettent de correctement appréhender le pic spéculaire tout en maintenant une modélisation précise de la partie diffuse, ce qui n'est pas le cas des modèles analytiques (voir Figure 3.5). Ceux-ci, de part l'utilisation d'une partie diffuse constante, la néglige et traitent notamment très mal la transition diffus-spéculaire.

Bien qu'aussi bon que les modèles analytiques en terme d'erreur de modélisation, le modèle par ondelettes peut avoir un comportement non réaliste, comme par exemple dans la zone de rétro-diffusion pour l'herbe (Figure 3.6). Le modèle oscille alors que les versions analytiques appréhendent correctement la *forme* de la FDRB.

En conclusion de ce test de non-régression, la modélisation par ondelettes obtient pour des jeux de mesures de FDRB isotropes à longueur d'onde fixée, des résultats comparables aux meilleurs modèles analytiques disponibles.

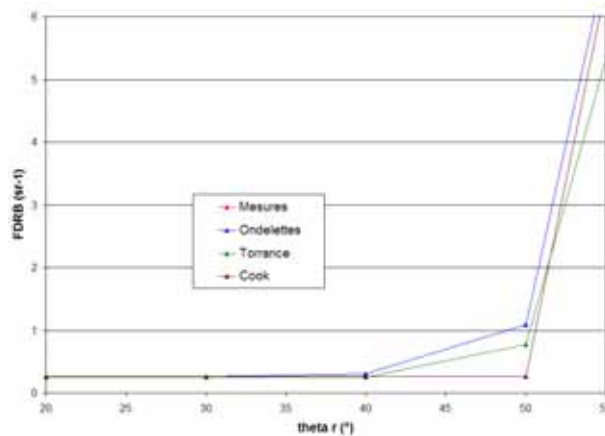


FIG. 3.5: La modélisation par ondelettes concorde bien avec le pic spéculaire du PVC contrairement aux meilleurs modèles analytiques ( $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ )

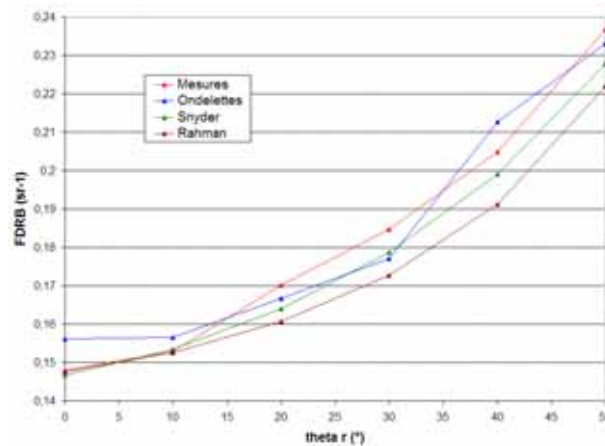


FIG. 3.6: La modélisation par ondelettes peut avoir un comportement local irréaliste bien que représentant globalement les données de façon correcte ( $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ )

### FDRB isotropes à longueur d'onde fixée (Test 3)

Ce test constitue le premier consacré à l'évaluation directe des performances du modèle par ondelettes. En effet, il ne s'agit plus dans la suite de comparer la modélisation par ondelettes à une autre, mais d'étudier l'évolution de l'erreur de modélisation en fonction du taux de compression.

Les résultats présentés Table 3.2 concernent donc des FDRB isotropes mesurées pour différentes longueurs d'onde. Sauf dans le cas du plastique, qui est très spéculaire, les taux d'erreurs sont très acceptables compte tenu des taux de compression correspondants. En général l'erreur relative est inférieure à 5% pour des rapports de compression de l'ordre de 16 :1, et inférieure à 10% pour des rapports de l'ordre de 64 :1. Seule la FDRB du plastique présente des erreurs importantes au-delà du rapport de 16 :1. Ceci s'explique par la très forte spécularité (facteur 100 entre les valeurs de la FDRB dans la zone diffuse et

la zone spéculaire), avec un pic relativement étendu.

FDRB		spectralon 800nm			toile 700nm			plastique 700nm		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$
1 : 1	16,384	0.014	0.06	0.41	0.054	0.27	2.1	0.091	0.65	8.6
2 : 1	8,192	0.091	0.15	0.55	0.53	0.77	3.6	0.24	0.7	8.6
8 : 1	2,048	0.52	0.65	1.9	1.4	1.9	7.1	1.1	1.6	8.6
16 : 1	1,024	0.85	1	2.7	2.3	3.1	10	9.3	14	69
64 : 1	256	1.6	2	5.5	3.8	5.2	18	54	113	1143
128 : 1	128	1.9	2.4	5.5	4.4	6	23	52	113	768
256 : 1	64	2.8	3.3	13	4.9	6.8	33	47	113	535

FDRB		herbe verte 800nm			herbe sèche 600nm			sable 800nm		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$
1 : 1	16,384	0.081	0.4	2.8	0.065	0.29	1.7	0.089	0.41	4.1
2 : 1	8,192	0.53	0.79	4	0.26	0.46	1.7	0.28	0.53	4.2
8 : 1	2,048	1.5	1.8	5.9	2.1	2.6	7	1.1	1.4	5
16 : 1	1,024	2.1	2.7	9.9	3.1	3.7	12	1.7	2.2	7.3
64 : 1	256	3.3	4.2	12	6.2	7.6	20	2.7	3.3	9.3
128 : 1	128	5.2	7	20	9.8	12	37	5.6	7.7	21
256 : 1	64	7.3	10	36	10	13	39	6.1	8	28

TAB. 3.2: Rapport de compression et erreurs relatives de modélisation correspondantes à longueur d'onde fixée (en pour cent)

Les résultats de la Table 3.3 montrent la différence entre une FDRB peu spéculaire et une FDRB très spéculaire. Les jeux de mesures virtuels utilisés ont été obtenus grâce au modèle de Lewis [Lew93]. A la différence du cas de comparaison avec Lalonde (voir page 76), la FDRB est considérée isotrope. Les paramètres sont respectivement  $k_d=0.75$ ,  $k_s=0.25$ ,  $n=20$ , pour le premier cas et  $k_d=0.5$ ,  $k_s=0.5$ ,  $n=50$  pour le deuxième cas. Pour un niveau de subdivision sphérique fixé, augmenter la spécularité réduit les possibilités de compression (plus de hautes fréquences localisées). Mais l'efficacité peut être recouvrée en poussant plus loin la subdivision sphérique. En effet le pic spéculaire est alors plus détaillé, ce qui entraîne moins de discontinuités. Évidemment en pratique, nous sommes limités par la précision de l'appareil de mesure (ce qui n'est pas le cas avec des jeux de mesures virtuels issus de modèles analytiques).

Les effets de la compression pour le premier cas sont visibles sur la Figure 3.7. On remarque comme l'on pouvait s'y attendre la persistance du pic spéculaire même pour des taux très élevés de compression. Néanmoins on observe conjointement un phénomène *d'élévation* autour de ce pic. C'est à dire que le



FDRB		Lewis (1)		Lewis (2)	
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
1 : 1	$2^{14}$	0	0	0	0
2 : 1	$2^{13}$	0.039	0.089	0.036	0.1
8 : 1	$2^{11}$	2	3.1	3.9	7.4
16 : 1	$2^{10}$	4	6.2	8.6	15.6
64 : 1	$2^8$	15	20	51	69
128 : 1	$2^7$	16	21	49	65
256 : 1	$2^6$	17	23	50	65

TAB. 3.3: Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour deux FDRB virtuelles de Lewis

niveau de la FDRB autour du pic augmente avec la compression. En fait cela se comprend car malgré tout, à de fort taux, même le pic spéculaire est affecté par la compression et subit donc un lissage, d'où un effet de moyenne localisée induit par la convolution avec le filtre d'ondelettes.

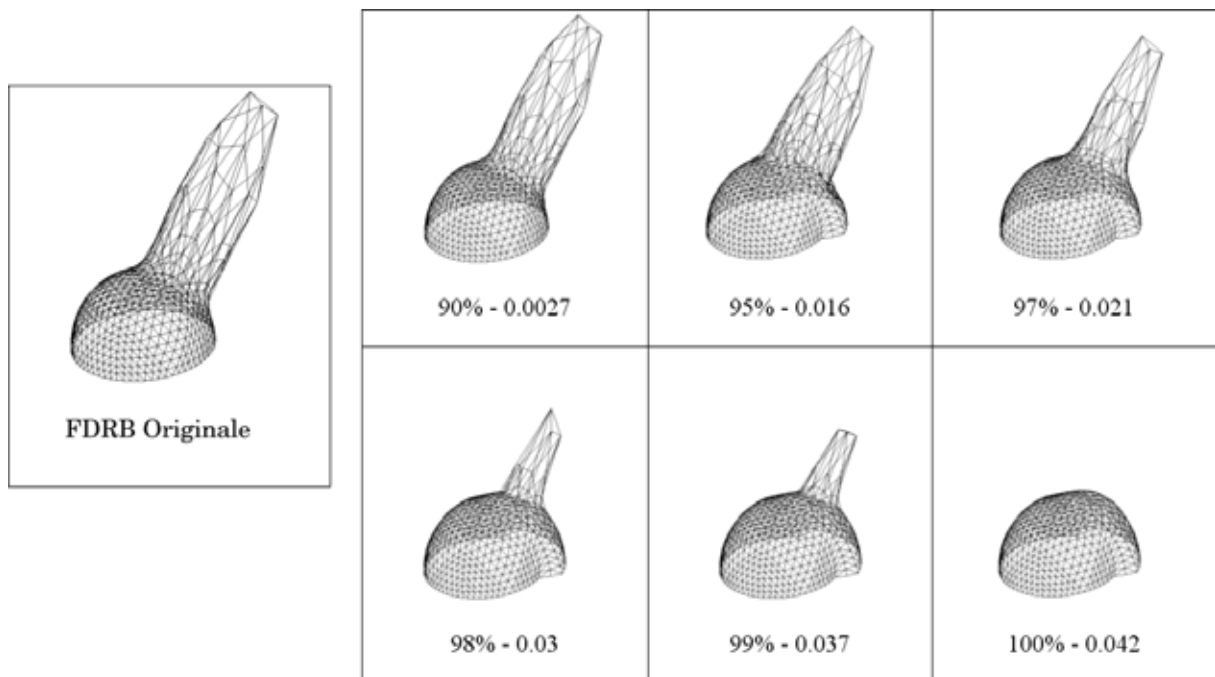


FIG. 3.7: Vue 3D d'une FDRB de Lewis pour une incidence de  $50^\circ$ . Taux de compression et erreurs quadratiques moyennes correspondantes

En perspective, une possibilité pour améliorer la prise en compte de la spécularité serait d'augmenter

le niveau de subdivision *localement*. Bien que je n'ai pas traité ce problème dans ma thèse, cela est tout à fait envisageable. Un certain angle solide (défini par un ensemble de triangle) peut être subdivisé sans subdiviser la zone extérieure. La transformée aurait lieu jusqu'au niveau maximum uniquement dans cette zone, alors qu'elle s'arrêterait à un niveau inférieur dans la zone externe à l'angle solide. Là encore on peut en déduire des recommandations pour la mesure de FDRB, qui consisteraient à sur-échantillonner le pic spéculaire et le pic de rétro-diffusion. En fait, et plus généralement, toute zone présentant des hautes fréquences.

Récemment Matusik utilisa cette idée pour définir une stratégie optimale pour la mesure de FDRB isotropes [MPBM03b]. A partir d'une large base de données de FDRB, et du modèle par ondelettes de Lalonde, il analyse puis repère les zones importantes pour la mesure grâce aux coefficients importants. Il nota lui aussi la nécessité de sur-échantillonner le pic spéculaire, mais ne s'est par contre pas intéressé à l'aspect spectral. Néanmoins cette démarche paraît riche d'enseignement et pourrait être aussi développée à partir de mon modèle. De plus il démontra que l'on pouvait déduire de très nombreuses FDRB simplement à partir d'une combinaison linéaire de quelques autres FDRB mesurées. Il réitéra cette stratégie avec une analyse en composantes principales [MPBM03a].

#### **FDRB isotropes spectrales (Test 4)**

Les résultats pour les FDRB spectrales ont été obtenus sur la plage 430-830nm, échantillonnée tous les 5 nanomètres. Ce qui correspond au spectre visible et aux recommandations de la CIE [Com71]. Les jeux de mesures ont été construits par décimation des mesures initiales de notre goniomètre. Les jeux de mesure originaux sont en effet échantillonnés spectralement avec un pas de 0.5 nm et une résolution de 3 nm. Ces valeurs sont trop faibles pour une utilisation telle quelle en rendu, et un ré-échantillonnage avec un pas de 5 nm constitue un bon compromis. Pour ne pas filtrer le bruit de mesure et vraiment utiliser des données "brutes", une simple décimation des données a été choisie. Comme nous le verrons par la suite les mesures spectrales présentent des zones très bruitées (en-deçà de 500 nm et au-delà de 900 nm). Néanmoins j'ai fait le choix de conserver ces zones car elles sont indispensables pour effectuer un rendu spectral réaliste (le spectre visible couvrant le domaine 380-830nm). C'est pourquoi dans ce cas l'erreur  $L_\infty$  n'est pas représentative et nous avons choisi de ne pas la présenter.

La Table 3.4 présente les résultats obtenus pour nos mesures de FDRB spectrales. Pour chaque taux de compression la meilleure base d'ondelettes dans le domaine spectral est sélectionnée (en terme d'erreur de reconstruction). Les erreurs sont meilleures que dans le cas d'une longueur d'onde fixée. Cela tient, à mon avis, à deux causes. Premièrement le choix de la base d'ondelettes qui n'est pas fixe comme dans le cas directionnel. Secondement les variations spectrales observées sont très lisses (pas de raies marquées). Généralement l'erreur relative reste sous la barre des 5% jusqu'à un rapport de compression de 128 :1. Comme dans le cas monochromatique, la FDRB du plastique présente un taux d'erreur supérieur aux autres, mais cette différence est moins marquée, effacée par l'aspect spectral.

FDRB		spectralon			mélaminé		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base
1 : 1	1,228,800	0.078	0.36	-	0.26	1.2	-
2 : 1	614,400	0.18	0.41	FBI	0.43	1.3	CDF3_5
8 : 1	153,600	0.27	0.46	Villasenor5	0.65	1.4	CDF3_5
16 : 1	76,800	0.36	0.54	Villasenor5	0.73	1.4	CDF2_8
64 : 1	19,200	0.5	0.74	Villasenor1	1.3	2.2	Villasenor2
128 : 1	9,600	0.63	0.92	CDF2_2	2	3	Villasenor1
256 : 1	4,800	0.92	1.1	Villasenor1	4.4	6.3	Villasenor1

FDRB		toile			sable		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base
1 : 1	1,228,800	0.53	2.8	-	0.25	1	-
2 : 1	614,400	1.3	3.2	Coiflet1	0.58	1.1	Villasenor6
8 : 1	153,600	6	10	CDF3_1	0.71	1.2	Symmlet4
16 : 1	76,800	7.1	12	CDF3_1	1.1	1.6	Symmlet6
64 : 1	19,200	7.4	12	Coiflet1	1.6	2.2	Villasenor3
128 : 1	9,600	9.5	16	BurtAdelson	2.4	3	Symmlet6
256 : 1	4,800	11	19	CDF2_4	2.8	3.5	Villasenor3

FDRB		plastique			bois		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base
1 : 1	1,228,800	0.42	2.9	-	0.14	1.2	-
2 : 1	614,400	0.75	3	Coiflet4	0.72	1.6	Daubechies3
8 : 1	153,600	1.7	4.9	Coiflet4	0.93	1.9	Daubechies3
16 : 1	76,800	2	5.1	Daubechies10	3.1	7.5	CDF4_4
64 : 1	19,200	8	13	Brislawn2	4.4	9.4	Villasenor2
128 : 1	9,600	8.8	20	CDF4_4	5.6	11	CDF4_4
256 : 1	4,800	15	30	Brislawn2	7.8	12	Villasenor6

TAB. 3.4: Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour des mesures spectrales (en pour cent)

Un des gros intérêts de la modélisation par ondelettes est de permettre la suppression du bruit de mesure, clairement visible sur un spectre (Figure 3.8). Une étude approfondie de ce phénomène sera réalisée dans la section 3.2.2.

Dans le cas de FDRB isotropes spectrales, la compression générique a vraiment lieu, alors que dans le cas monochromatique seule une compression sur les valeurs réelles stockées dans l'hémisphère de

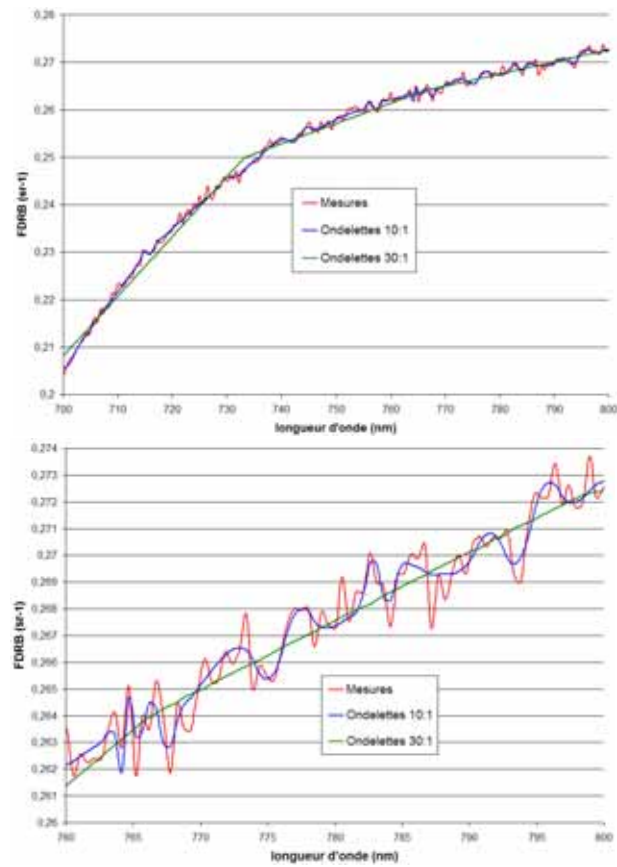


FIG. 3.8: FDRB de la toile pour  $\theta_i = 0^\circ$ ,  $\theta_r = 10^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$  et différents rapports de compression, échantillonnage spectral de 1 nm

sortie avait lieu. On peut donc remarquer l'influence de la compression générique en utilisant un taux de compression localement adapté au niveau du spectre (voir page 54). Cela afin d'éviter de plus dégrader des spectres dans une zone diffuse que dans une zone spéculaire lors de la compression. L'erreur la plus importante est obtenue sur la FDRB du plastique, qui est la plus brillante avec des différences de niveau de l'ordre d'un facteur 100. La Table 3.5 montre bien la meilleure performance du seuillage adaptatif.

	global		local	
	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
128 :1	20	37	8.8	20
256 :1	21	41	15	30

TAB. 3.5: Erreur relative de modélisation pour la FDRB du plastique avec un seuil de compression global puis local

**FDRB anisotropes à longueur d'onde fixée (Test 5)**

Pour le cas présent, une mesure réelle réalisée sur du velours avec le goniomètre du DOTA, ainsi qu'un jeu de mesures virtuel, pour être plus complet, seront utilisés. La Table 3.6 exprime les résultats de compression pour la FDRB réelle du velours à 700nm et pour une FDRB virtuelle obtenue via le modèle de Ward [War92] avec pour paramètres  $k_d=0.75$ ,  $k_s=0.25$ ,  $m=0.25$ ,  $n=0.05$ , ce qui donne un lobe spéculaire étalé en zénith mais fin en azimut.

FDRB		velours		Ward	
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
1 :1	$2^{20}$	0.05	1.2	0	0
2 :1	$2^{19}$	0.059	1.5	0.32	0.076
8 :1	$2^{17}$	4.8	11	3.1	5.4
16 :1	$2^{16}$	7.6	15	8.5	15
32 :1	$2^{14}$	9.6	62	13	22
64 :1	$2^{13}$	15	227	16	28
128 :1	$2^{12}$	19	236	17	30

TAB. 3.6: Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour des FDRB anisotropes à longueur d'onde fixée (650nm)

Pour la FDRB synthétique de Ward nous avons des résultats du même ordre que ceux obtenus pour le modèle de Lewis et une FDRB isotrope. La remarque concernant la spécularité est bien sûr valide dans ce cas aussi.

Pour la FDRB du velours, les résultats sont acceptables jusqu'à un rapport de 16 :1 puis deviennent très mauvais au-delà pour ce qui est de l'erreur dans  $\mathcal{L}_2$  alors que l'erreur dans  $\mathcal{L}_1$  reste raisonnable. L'explication tient à la présence de zones où la FDRB a une valeur très faible (d'ailleurs d'un point de vue visuel on observe des zones très sombres ou même quasiment noires). Dans ces zones, la limite de détection du goniomètre est atteinte et l'on obtient en fait plutôt le bruit de mesure de l'appareil qui devient prépondérant. L'erreur dans  $\mathcal{L}_2$  étant beaucoup plus sensible à des différences pour des points à faible valeur, elle augmente avec la compression qui lisse le bruit et gomme ses discontinuités. L'erreur par rapport au signal bruité original sera donc très importante même si le lissage est plutôt une bonne chose dans ce cas. D'un point de vue qualitatif la modélisation semble très correcte et ce fort taux d'erreur  $\mathcal{L}_2$  n'est pas significatif, d'autant plus que les indicateurs d'erreur absolue restent très acceptables et sont du même ordre que pour d'autres FDRB.

### FDRB anisotropes spectrales (Test 6)

Le jeu mesuré sur le velours avec le goniomètre du DOTA est utilisé ici. Dans le cas de cette FDRB anisotrope spectrale, le nombre de points de mesure est très conséquent. L'échantillonnage spectral utilisé est donc de 7 nm au lieu de 5 nm afin que le signal puissent être traité avant compression par un PC ayant 1Go de mémoire. Les erreurs de modélisation sont présentées Table 3.7.

L'augmentation de l'erreur  $\mathcal{L}_2$  pour les forts taux de compression, remarquée dans le test 6, est ici présente de façon plus marquée car le bruit spectral est important hors de la zone optimale de détection du goniomètre (en-deçà de 500 nm). En particulier, des valeurs bruitées négatives, physiquement irréalistes, ont dû être fixées à une valeur proche de zéro. Ce processus introduit néanmoins des discontinuités au niveau du signal spectral qui est généralement lisse en dehors des zones bruitées. Ceci se ressent ensuite au niveau de la compression en générant des oscillations autour de ces discontinuités<sup>28</sup> (voir Figure 3.9 aux alentours de 400nm) alors que la forme globale de la FDRB est pourtant bien respectée.

FDRB		velours		
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	base
1 : 1	67,108,864	1.3	4.5	-
2 : 1	33,554,432	2.9	7.1	CDF3_5
4 : 1	16,777,216	3.1	7.7	CDF3_5
8 : 1	8,388,608	6.3	25	Villasenor18_10
16 : 1	4,194,304	12	40	Brislawn2
32 : 1	2,097,152	17	52	Villasenor1

TAB. 3.7: Rapport de compression et erreurs relatives correspondantes pour la FDRB anisotrope spectrale du velours

### FDRB et compression générique (Test 7)

Afin de prouver l'intérêt de la compression générique, je vais présenter pour quelques taux de compression les erreurs de modélisation obtenues avec et sans compression générique. Dans le cas non générique je rappelle que le seuil de compression est global pour tout le jeu de mesure analysé. Alors que dans le cas générique, un seuil est fixé pour exploiter la cohérence dans chaque espace (directions d'incidence, de réflexion, longueur d'onde). De plus ce seuil est adapté au niveau local de l'objet concerné (réflectance directionnelle ou bien spectre).

Les jeux de mesures retenus sont constitués d'une FDRB isotrope spectrale et d'une FDRB anisotrope monochromatique, ceci afin d'observer les différences entre compression générique spectrale et directionnelle. Dans le premier cas, les résultats obtenus pour la FDRB du bois (mesure réelle) sont

<sup>28</sup>Effet connu sous le nom de Phénomène de Gibbs [JJ88].

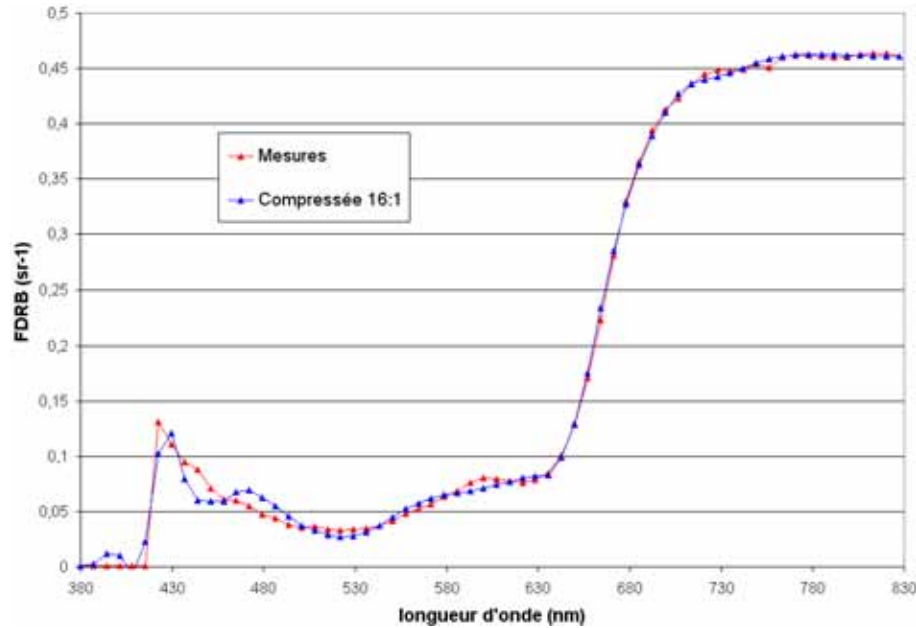


FIG. 3.9: FDRB spectrale du velours pour  $\theta_i = \theta_r = 60^\circ$ ,  $\phi_i = 60^\circ$  et  $\phi_r = 240^\circ$

synthétisés Table 3.8. Dans le second cas les résultats obtenus pour la FDRB de Ward [War92] (jeu de mesures virtuelles) sont rassemblés Table 3.9. Comme l'on pouvait s'y attendre, la compression générique est très intéressante ; et cela tant du point de vue directionnel que spectral. Par contre elle semble un peu plus avantageuse en spectral. Elle permet de conserver de très faibles taux d'erreur pour des taux de compression moyens. Ensuite, plus les taux de compression augmentent, moins la différence globale se fait sentir dans le cas directionnel car les erreurs deviennent très importantes quelle que soit la méthode. Néanmoins, localement, la compression générique est meilleure car elle permet de mieux conserver le signal. Du point de vue spectral elle est toujours intéressante quel que soit le taux de compression.

$r_c$	sans		avec		gain (%)	
	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
8 : 1	2	4.2	0.93	1.9	115	121
16 : 1	5.1	11	3.1	7.5	64	46
64 : 1	8.1	22	4.4	9.4	84	134

TAB. 3.8: Erreur de modélisation sans et avec compression générique, FDRB isotrope

Par contre le gros inconvénient de la compression générique, et donc du modèle, est la difficulté de trouver les bons seuils de compression à chaque niveau. Pour la dimension spectrale il est possible par exemple de choisir directement le taux de compression alors que pour le directionnel cela n'est pas possible de façon simple à cause du Lifting Scheme. De plus deux jeux de seuils différents peuvent

$r_c$	sans		avec		gain (%)	
	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
8 :1	4.5	7.8	3.1	5.4	45	44
16 :1	14	25	8.5	15	64	66
64 :1	18	35	16	28	13	25

TAB. 3.9: Erreur de modélisation sans et avec compression générique, FDRB anisotrope

fournir le même taux de compression global mais une des représentations est plus précise au niveau spectral et l'autre au niveau directionnel. Il n'est donc pas conseillé de se satisfaire uniquement du rapport de compression obtenu. Généralement il faut procéder par essais/erreurs jusqu'à l'obtention d'un résultat satisfaisant, en se basant sur les erreurs globales, mais aussi l'observation locale de la reconstruction. Une des pistes à explorer est donc le calcul *automatique* des seuils en fonction de critères généraux fournis par l'utilisateur. Par exemple une erreur relative globale de 10%, ou bien une erreur relative maximale de 20%, etc. Aucune solution satisfaisante permettant de relier ces critères aux seuils de compression de façon simple n'a été trouvée, et ce problème reste ouvert.

### 3.2.2 Sensibilité au bruit

Un critère important de qualité pour une modélisation de mesures réelles est la sensibilité au bruit. En effet toute donnée acquise par un système de mesure est bruitée à cause de la variation des conditions de mesure au fil du temps, ou de processus aléatoires liés au détecteur et à son électronique. Il s'agit d'un phénomène intrinsèque à *l'action de mesure* dont on ne peut ignorer les effets. Il est donc intéressant qu'un modèle soit assez robuste pour ne pas être perturbé par ces variations de la valeur mesurée autour de la valeur réelle de la grandeur physique. Pour un modèle physique, il est possible de s'intéresser au bruit à deux niveaux : bruit de mesure sur le jeu utilisé lors de l'inversion, bruit sur les paramètres physiques (variation dans les variables du modèle). Dans le cas qui nous concerne, seule la première possibilité est logique. En effet bien que l'on puisse considérer les coefficients d'ondelettes comme les paramètres de mon modèle, introduire directement du bruit sur ceux-ci n'aurait aucun sens, contrairement aux modèles physiques dont les paramètres représentent une réalité physique en principe mesurable.

Les ondelettes sont très connues pour leur capacité de "débruitage" ou de lissage d'un signal induit par la compression. J'ai naturellement remarqué cette propriété lors de la modélisation des mesures présentées auparavant. Il était néanmoins nécessaire de *quantifier* plus précisément ce phénomène, c'est pourquoi j'ai entrepris cette démarche sur la sensibilité au bruit. La méthode retenue pour l'estimation de la sensibilité du modèle au bruit se base sur l'utilisation d'un jeu de mesure virtuel exempt de bruit (généré par une modélisation analytique), puis dégradé par l'adjonction de bruit de niveau variable. La comparaison des performances du modèle par ondelettes sur les mesures bruitées à celles obtenues sur



le jeu original (sans bruit) indique son degré de sensibilité. Le modèle sera très peu sensible au bruit si des résultats quasi-identiques sont atteints.

Selon le type de goniomètre utilisé, les jeux de mesure présentent des bruits soit de type *additif* soit de type *multiplicatif*. Il a été démontré dans [BDA<sup>+</sup>00] que ce bruit additif pouvait suivre une loi en  $1/\cos\theta_r$  pour certains dispositifs. Dans le cas du goniomètre du DOTA, ce bruit est multiplicatif mais ne suit pas une telle loi (voir paragraphe suivant).

Par hypothèse le bruit sera considéré gaussien. En effet, les goniomètres utilisés pour les mesures de FDRB comportent une chaîne de détection, composée d'un détecteur (spectrométrie ou non), d'une électronique de lecture et/ou d'amplification du signal, et de numérisation. Ces dispositifs sont spécifiques à chaque instrument de mesure, et générateurs de bruit. Le processus de détection de la lumière comporte lui-même une part aléatoire suivant une loi poissonnienne souvent appelé *bruit de photon*. Évidemment, pour un dispositif donné, une modélisation précise du bruit est possible. Mais, au final lorsque l'on fait le bilan de tous les postes de bruits, une loi gaussienne constitue un modèle convenable dans la plupart des cas. Le processus de numérisation peut également par abus être considéré comme générateur de bruit, mais est le plus souvent négligeable. Dans le contexte de ces travaux où le modèle par ondelettes se veut applicable à tout type de mesure et relativement universel, la modélisation du bruit de mesure par une loi gaussienne reste le meilleur compromis : c'est le modèle de bruit qui sera généralement le moins éloigné de la réalité. Donc si  $f$  est le signal considéré, le signal bruité sera dans le cas additif de la forme  $f + G * n$  et dans le cas multiplicatif de la forme  $f + f * G * n$  ; où  $G$  représente la distribution gaussienne bornée sur  $[-1, 1]$  et  $n$  un facteur d'échelle permettant de définir le niveau de bruit. Par exemple  $n = 0.01$  pour un bruit multiplicatif signifie l'adjonction de un pour cent de bruit.

### Détermination du niveau de bruit de mesure

Une première étape a été de déterminer les niveaux de bruit réalistes. J'ai donc débuté par l'évaluation du bruit de mesure sur des données <sup>29</sup>. Pour le niveau du bruit additif, une mesure à vide (avec un échantillon parfaitement absorbant) faite par le dispositif instrumental suffit. En effet la valeur de la FDRB pour une mesure à vide en  $\theta_r = 0$  fournit le niveau nominal de bruit.

Pour déterminer un niveau de bruit multiplicatif conforme aux conditions expérimentales, j'ai étudié les jeux de mesures obtenus avec notre goniomètre. Pour cela je me suis particulièrement intéressé à deux surfaces : le spectralon et l'herbe, pour différentes configurations angulaires :

- configuration 1 :  $\theta_i = 0^\circ, \theta_r = 10^\circ, \phi = 180^\circ$
- configuration 2 :  $\theta_i = 0^\circ, \theta_r = 60^\circ, \phi = 180^\circ$
- configuration 3 :  $\theta_i = 60^\circ, \theta_r = 10^\circ, \phi = 180^\circ$
- configuration 4 :  $\theta_i = 60^\circ, \theta_r = 60^\circ, \phi = 180^\circ$

<sup>29</sup>Nous avons considéré le niveau de bruit indépendant de la longueur d'onde par souci de simplicité, mais il est clair qu'intégrer la signature spectrale du bruit serait un plus.

La dernière configuration possède toujours le niveau de FDRB le plus élevé car située dans une zone de "spécularité"<sup>30</sup>. Les autres niveaux sont relativement proches.

Pour cette analyse, l'écart type du signal a été calculé sur une fenêtre glissante de 20 points de mesure. On remarque Figure 3.10 et Figure 3.11 que l'écart type dépend du niveau de la FDRB, alors que l'écart type relatif Figure 3.12 et Figure 3.13 reste stable (les courbes se resserrent). Cela confirme donc bien que l'on a affaire à un bruit multiplicatif (plus le niveau de FDRB est élevé, plus le bruit l'est aussi). De plus le bruit ne suit pas ici de loi en  $1/\cos \theta_i$  ou  $1/\cos \theta_r$  comme dans le cas additif.

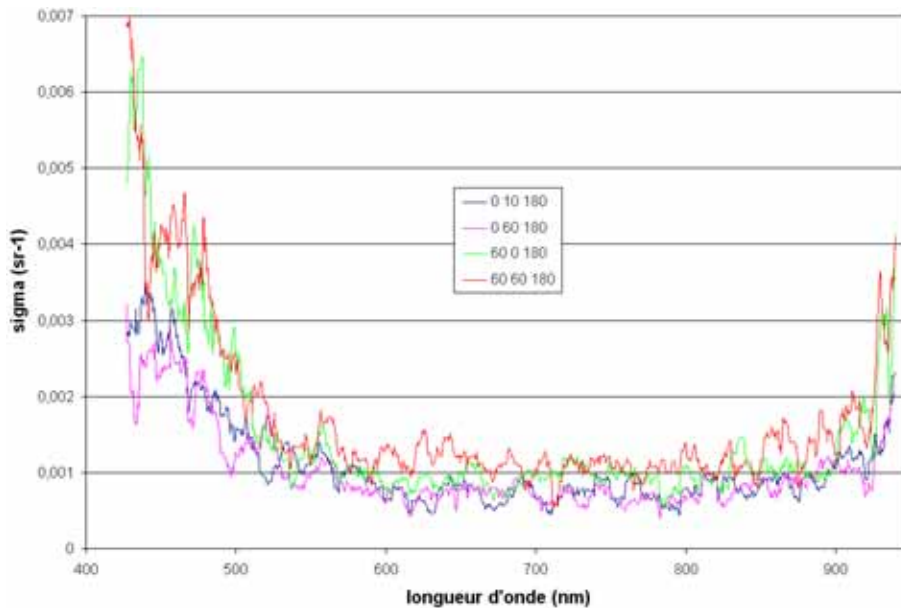


FIG. 3.10: Écart type des quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, spectralon

Pour estimer le niveau de bruit, on se base sur les données mesurées pour le spectralon car cette surface est la plus plate spectralement. En se plaçant dans la zone peu bruitée de l'instrument (500-900nm) on observe un niveau de l'ordre de 0.2 pour cent. Ce niveau de bruit sur l'herbe est par contre de l'ordre de un pour cent. Cette différence s'explique par le fait que l'écart type calculé pour estimer le bruit prend également en compte les variations spectrales réelles de la FDRB. Or il se trouve que la FDRB de l'herbe augmente régulièrement avec la longueur d'onde, présentant même une variation brutale autour de 700 nm, qui est nettement perceptible. L'augmentation de l'écart type est due pour l'herbe à la variation du signal et non pas au bruit. Cela est confirmé en travaillant avec une fenêtre glissante moins large pour l'estimation de l'écart type en fonction de la longueur d'onde. En prenant une fenêtre glissante sur 10 échantillons, on observe une chute de moitié du niveau de l'écart type pour l'herbe, alors que le niveau reste stable dans le cas du spectralon (Figure 3.15 et 3.14). Pour le spectralon, spectralement plat, l'écart type du signal sur une vingt points est un bon estimateur du bruit de mesure.

<sup>30</sup>Toute proportion gardée, car les surfaces en question ici sont relativement diffuses.

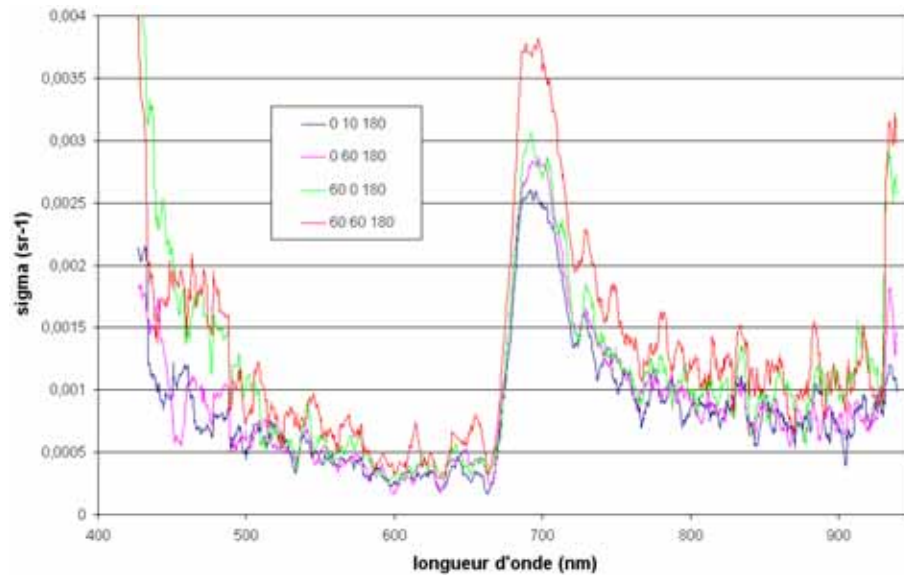


FIG. 3.11: Écart type des quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, herbe

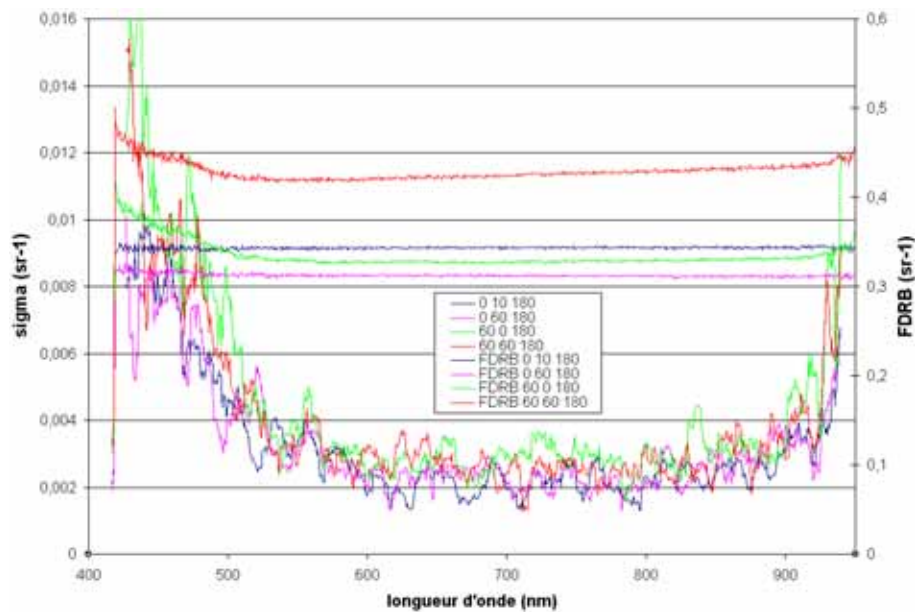


FIG. 3.12: Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, spectralon

### Construction d'un jeu de mesure adapté

La seconde étape de l'étude de sensibilité au bruit consiste à générer un jeu de mesures de référence. Les mesures issues de notre goniomètre étant par essence bruitées, nous ne pouvons les utiliser. J'ai donc choisi de générer un jeu de mesure virtuel exempt de bruit. L'inexistence de modèles analytiques

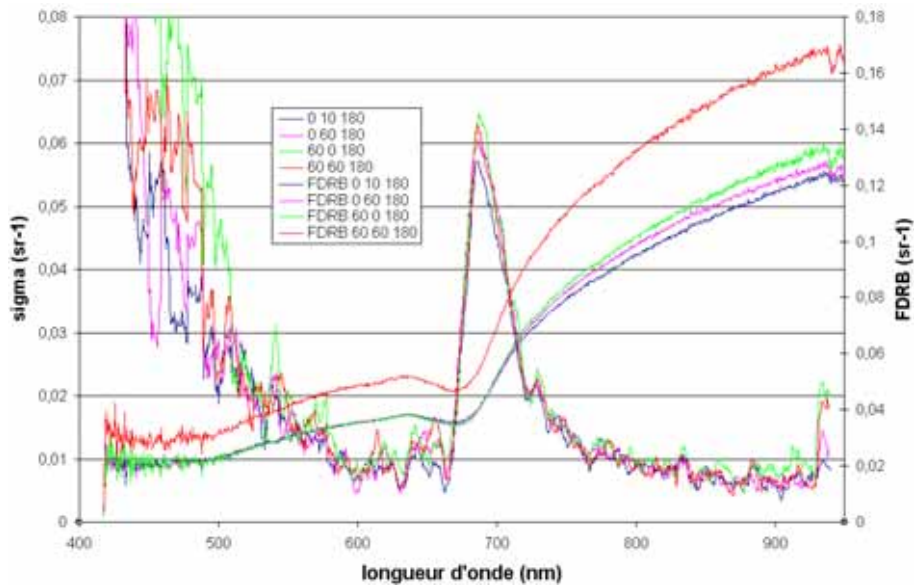


FIG. 3.13: Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 20 échantillons, herbe

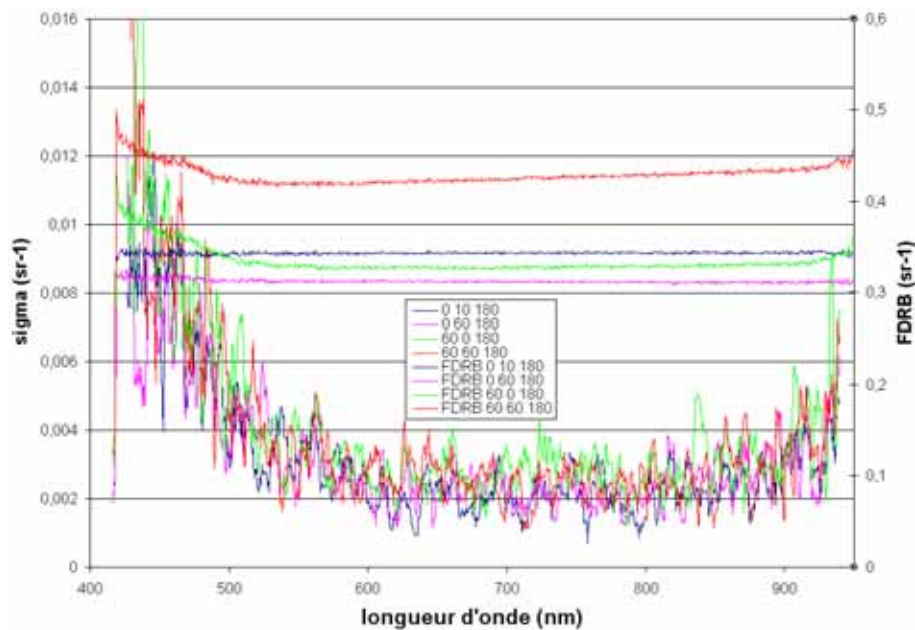


FIG. 3.14: Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 10 échantillons, spectralon

spectraux pose le problème de la génération d'un tel jeu de mesure de FDRB. J'ai donc décidé de partir du modèle de Lewis [Lew93], auquel j'ai adjoint un noyau spectral. Chaque direction utilise la même réponse spectrale modulée par le niveau de la FDRB de Lewis pour cette direction. D'une part, cette manipulation est relativement simple à mettre en place, et d'autre part cela correspond relativement bien à

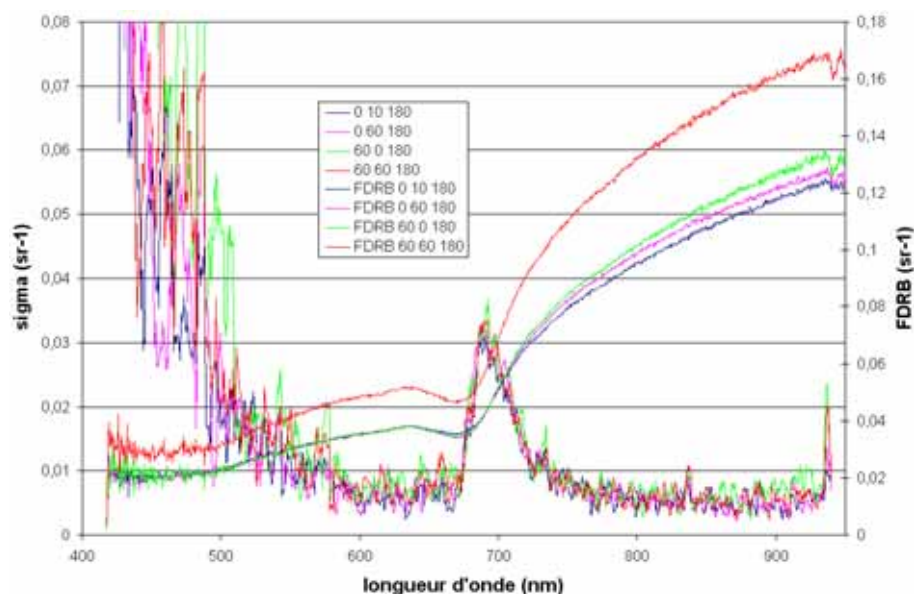


FIG. 3.15: Écart type relatif et FDRB correspondante pour les quatre configurations, évalué en utilisant une fenêtre glissante de 10 échantillons, herbe

ce que nous observons en réalité sur nos jeux de mesure. Pour le modèle spectral, j'ai opté pour une sinusoïde à fréquence variant linéairement pour la plage 0.5-1 micron-mètre. La période est importante pour les faibles longueurs d'onde (variations légères) et faibles pour les grandes longueurs d'onde (variations brusques). L'équation du noyau spectral est :

$$S(\lambda) = 1 + 0.2 \times \cos(2 \times \pi \times \lambda / \lambda_0) \text{ avec } \lambda_0 = -150/500 \times \lambda + 350$$

La fréquence variable permet d'étudier la réponse du modèle à toute une gamme de fréquences spectrales. Il s'agit d'une sinusoïde de moyenne égale à l'unité et dont l'amplitude varie de 20%. L'échantillonnage directionnel du modèle est fixé au niveau 3 sur la sphère (256 triangles) et tous les 2nm pour la composante spectrale. Soit un total de 449,792 points de mesure virtuels.

### Démarche de l'étude de sensibilité au bruit de mesure

L'étude de sensibilité au bruit est effectuée en utilisant un jeu de mesure bruité. Un cas de référence est constitué à partir d'un jeu de mesure exempt de bruit modélisé par ondelettes, et donc compressé. Pour ce cas de référence, j'ai sélectionné deux niveaux de compression différents des données originales (voir Table 3.10). Le premier utilise une base de Villasenor [VBL95] pour la compression spectrale, et un rapport de compression global de 8 :1 (cas I) ; et le second une base de Brislawn [Bri96] pour un rapport de compression de 16 :1 (cas II). Le modèle colle convenablement sur les données avec des taux d'erreurs très acceptables. Pour le niveau de compression le plus important on remarque cependant une "érosion" des pics entre 0.9 et 1 micron-mètre. Ceci est normal, car c'est ici que se situent les hautes fréquences du

spectre, qui sont les premières à être dégradées par la compression. Néanmoins, même pour un taux de 16 :1 le signal est relativement bien reproduit. L'ensemble de ces premiers résultats constitue l'étalon de comparaison ou les modélisations de référence pour la suite du test de sensibilité.

cas	initial	I	II
$\epsilon_1^a (\times 10)$	0	0.25	0.53
$\epsilon_2^a (\times 10)$	0	0.37	0.83
$\epsilon_\infty^a (\times 10)$	0	4.9	8.6
$\epsilon_1^r (\%)$	0	1.3	2.7
$\epsilon_2^r (\%)$	0	1.7	4
$\epsilon_\infty^r (\%)$	0	7	18
$as_1$	0	0.017	0.037
$as_2$	0	0.017	0.037
$as_3$	0	0.017	0.037

TAB. 3.10: Erreurs de modélisation pour le jeu de mesure original (exempt de bruit) et les deux cas choisis

Le graphique Figure 3.16 montre l'aspect de la FDRB spectrale pour une direction fixée, ainsi que la modélisation par ondelettes pour les taux cités plus haut.

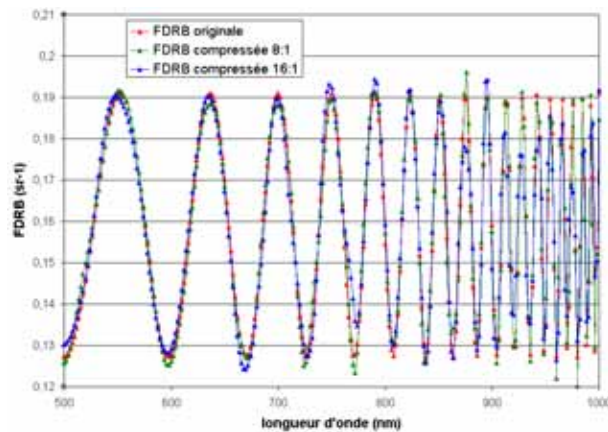


FIG. 3.16: FDRB spectrale de synthèse,  $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\theta_r = 60^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$

L'étude de sensibilité au bruit consistera premièrement à introduire par simulation le bruit d'un type déterminé (additif ou multiplicatif) et d'un niveau précis au jeu de mesure initial, produisant ainsi un nouveau jeu de mesure plus ou moins bruité. Une comparaison entre le jeu initial et le nouveau jeu obtenu sera réalisée pour évaluer l'impact réel du bruit de mesure. Cette comparaison est appelée comparaison *initiale*. Deuxièmement, on procédera à l'analyse et à la compression du nouveau jeu en respectant les mêmes niveaux de compression sélectionnés pour les cas de référence (I et II). Enfin troisièmement,

après synthèse de la FDRB à partir des coefficients d'ondelettes qui sont conservés par la compression du jeu bruité, l'erreur de modélisation sera évaluée par comparaison au jeu de mesures original exempt de bruit. La référence reste le jeu de mesure initial non bruité pour l'évaluation des erreurs globales ainsi que la valeur de l'angle spectral pour les différentes configurations sélectionnées.

La démarche est résumée sur la Figure 3.17,

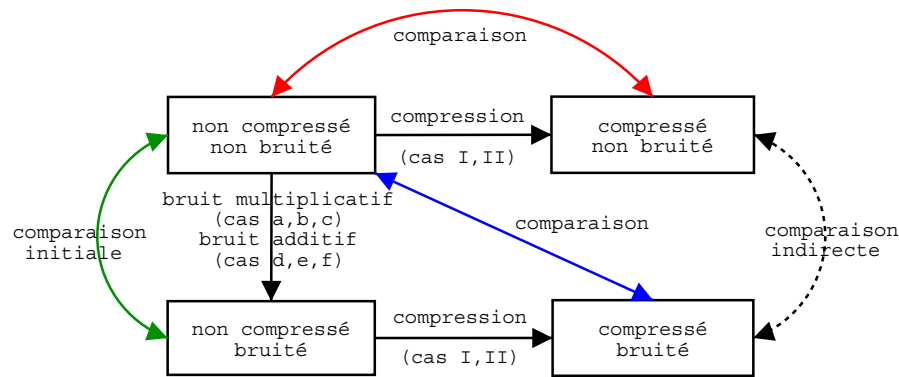


FIG. 3.17: Stratégie pour l'étude de sensibilité

Les erreurs absolues étant souvent faibles lors des comparaisons, elles seront multipliées par un facteur 10 dans la suite de cette partie afin d'améliorer la lisibilité des résultats. Le niveau de bruit est déterminé en fonction des caractéristiques propres de notre goniomètre. Néanmoins dans chaque cas, des niveaux un peu supérieurs à ceux trouvés par nos calculs sont également évalués pour permettre un balayage plus large des capacités de débruitage du modèle par ondelettes.

Pour finir, j'ai pris en considération trois configurations angulaires différentes pour lesquelles j'observe les variations du spectre. Comme le modèle de base est celui de Lewis qui décompose la FDRB en une partie diffuse et une partie spéculaire, il paraît judicieux de choisir une direction dans la zone spéculaire :  $\theta_i = \theta_r = 60^\circ, \phi = 180^\circ$ , une dans la zone diffuse :  $\theta_i = \theta_r = 60^\circ, \phi = 0^\circ$ , et une dans la zone de transition diffus-spéculaire :  $\theta_i = 60^\circ, \theta_r = 30^\circ, \phi = 180^\circ$ . Je serai amené à calculer des angles spectraux entre les spectres du modèle original et ceux du modèle compressé et/ou bruité pour ces différentes directions. Nommons les respectivement  $as_1, as_2, as_3$ . J'effectuerai aussi des coupes de la FDRB dans le plan principal pour une longueur d'onde fixée. Cela permet d'observer les variations directionnelles de la FDRB.

## Résultats

**Bruit multiplicatif** Dans le cas du bruit multiplicatif, je suis parti du niveau de 0.2 % trouvé lors de la détermination des niveaux, et je me suis aussi intéressé à des niveaux supérieurs pour éprouver le modèle : 1 et 5 %. La table 3.11 fournit les comparaisons entre les différents jeux bruités (compressés ou non) et le jeu original non bruité.



niveau	0.2% (a)			1% (b)			5% (c)		
cas	initial	I	II	initial	I	II	initial	I	II
$\epsilon_1^a (\times 10)$	0.049	0.36	0.53	0.24	0.37	0.54	1.2	0.65	0.69
$\epsilon_2^a (\times 10)$	0.061	0.52	0.83	0.3	0.54	0.83	1.5	1	1
$\epsilon_\infty^a (\times 10)$	0.5	5.2	8.7	2.8	8.1	9.3	14	14	15
$\epsilon_1^r (\%)$	0.25	1.8	2.7	1.2	1.9	2.8	6.2	3.2	3.4
$\epsilon_2^r (\%)$	0.28	2.5	4	1.4	2.5	4	7	4.4	4.7
$\epsilon_\infty^r (\%)$	0.94	11	18	4.7	15	20	23	32	35
$as_1$	0.0028	0.024	0.037	0.013	0.024	0.037	0.068	0.048	0.049
$as_2$	0.0029	0.024	0.037	0.013	0.024	0.037	0.069	0.024	0.037
$as_3$	0.0026	0.024	0.037	0.013	0.025	0.037	0.067	0.025	0.033

TAB. 3.11: Erreurs de modélisation pour le bruit multiplicatif

Dans les cas IIa et IIb on remarque que la compression est assez importante pour supprimer tout le bruit et ramener l'ensemble à un niveau semblable à celui de la FDRB initiale compressée. Le taux de compression le plus faible, quant à lui, n'y suffit pas. Néanmoins la compression tend toujours à ramener le spectre de la FDRB vers sa forme initiale, c'est à dire un angle spectral constant. La seule exception se situe dans le pic spéculaire pour le niveau de bruit le plus élevé. Cela illustre ici le seuillage relatif présenté au chapitre 2. Il permet d'ajuster correctement un seuil donné au niveau local de la FDRB. Il permet ainsi d'équilibrer la compression sur tout l'hémisphère, chaque direction étant compressée de la même manière. L'amélioration est très sensible par rapport à un seuillage global, non flexible. Dans le cas du seuil global, on observe une bonne élimination du bruit mais au prix d'une compression trop importante pour les faibles niveaux de FDRB. Le spectre dans la partie diffuse se retrouve même amputé de certaines zones (voir Figure 3.18). En utilisant le seuil local, ce n'est pas le cas. Chaque spectre possède le même niveau de détail. Par contre on observe quelques traces de bruit non éliminées (voir Figure 3.19) pour les hauts niveaux de la FDRB (pic spéculaire par exemple). Néanmoins l'angle spectral est généralement indépendant de la direction, il reste quasi-constant. De plus il est bien meilleur et plus proche du modèle que dans le cas du seuil global. Conjointement on note aussi une amélioration générale de la modélisation à la vue des taux d'erreurs.

Ces observations sont résumées dans le Tableau 3.12, qui présente les différentes erreurs obtenues dans le cas d'un bruit multiplicatif de 5% en utilisant un seuil global et un seuil local pour une compression de 92% avec la base de Villasenor2. On y remarque nettement l'amélioration en terme d'erreur globale, mais aussi en terme de proximité de forme spectrale via la convergence des angles spectraux.

Pour observer l'amélioration de la FDRB bruitée via la compression, j'étudie la variation directionnelle et spectrale pour un bruit de 5% respectivement sur les Figures 3.20 et 3.21. On observe que pour le



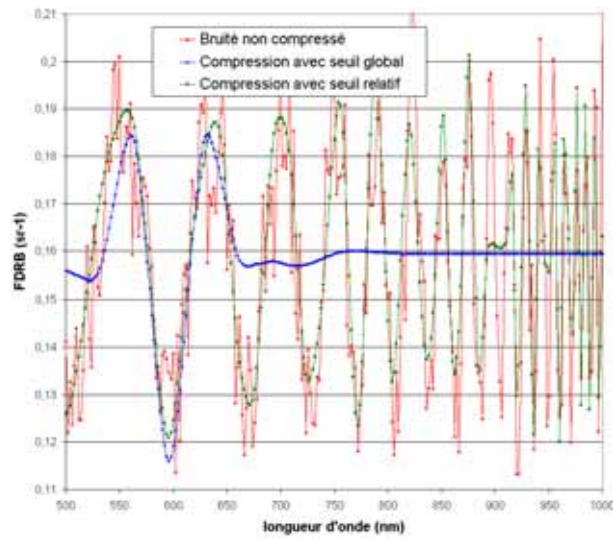


FIG. 3.18: Comparaison entre une compression utilisant un seuillage global et adaptatif

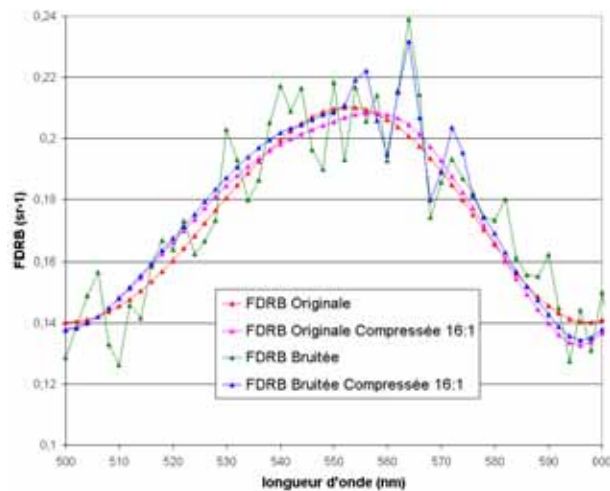


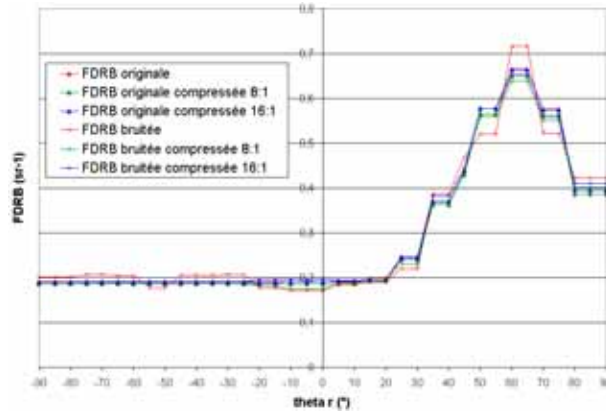
FIG. 3.19: Bruit localisé dans les niveaux élevés de la FDRB, typiquement le pic spéculaire

taux de compression le plus faible, du bruit subsiste, tant en directionnel (partie diffuse) qu'en spectral. Cela n'est plus le cas avec un rapport de 16 :1. Autre fait important, même pour des longueurs d'onde élevées (hautes fréquences du signal), le bruit n'est pas confondu avec les variations rapides de la FDRB.

**Bruit additif** Dans le cas du bruit additif j'ai également distingué trois cas. Nous avons vu que ce bruit suivait une loi en  $1/\cos \theta_r$  (fonction de l'angle de réflexion). Cela implique que la FDRB est beaucoup plus bruitée pour des angles rasants que pour des angles proches de la normale. Des niveaux faible, moyen et important de bruit ont été choisis pour les angles rasants, soit respectivement  $2.5 \times 10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ , et  $5 \times 10^{-3} sr^{-1}$ . La table 3.13 fournit les comparaisons entre les différents jeux bruités (compressés ou

erreur	seuil global	seuil local
$\epsilon_1^a (\times 10)$	1.3	0.97
$\epsilon_2^a (\times 10)$	1.7	1.3
$\epsilon_\infty^a (\times 10)$	14	12
$\epsilon_1^r (\%)$	7.8	5
$\epsilon_2^r (\%)$	10	6.7
$\epsilon_\infty^r (\%)$	40	37
$as_1$	0.076	0.051
$as_2$	0.081	0.049
$as_3$	0.12	0.052

TAB. 3.12: Erreurs de modélisation pour un seuil global et local

FIG. 3.20: FDRB spectrale de synthèse et bruit multiplicatif de 5%, plan principal  $\theta_i = 60^\circ$ ,  
 $\lambda = 550nm$ 

non) et le jeu original non bruité.

Globalement on déduit le même comportement que dans le cas multiplicatif. Cependant ici le rapport de compression le plus faible suffit lui aussi dans les deux premier cas (d et e) à supprimer la majeure partie du bruit. On observe la même amélioration sensible des données bruitées via la compression, ainsi que la même tendance à rapprocher la FDRB bruitée compressée de la FDRB originale compressée. Les Figures 3.22 et 3.23 illustrent ceci pour un niveau de bruit égal à  $5 \times 10^{-3}$ .

Le seul bruit persistant, non éliminé par le processus de compression-décompression, se situe aux angles rasants. Malgré tout, la compression "améliore" tout de même la FDRB dans ce domaine angulaire. Ceci s'observe par exemple sur la variation des angles spectraux pour  $\theta_i = 85^\circ$  (voir Table 3.14). Plus la compression est importante, meilleure est la modélisation. La Figure 3.24 démontre en effet que, pour par exemple  $\theta_r = 90^\circ$  et un niveau de  $5 * 10^{-3}$ , même le taux de compression le plus élevé ne par-

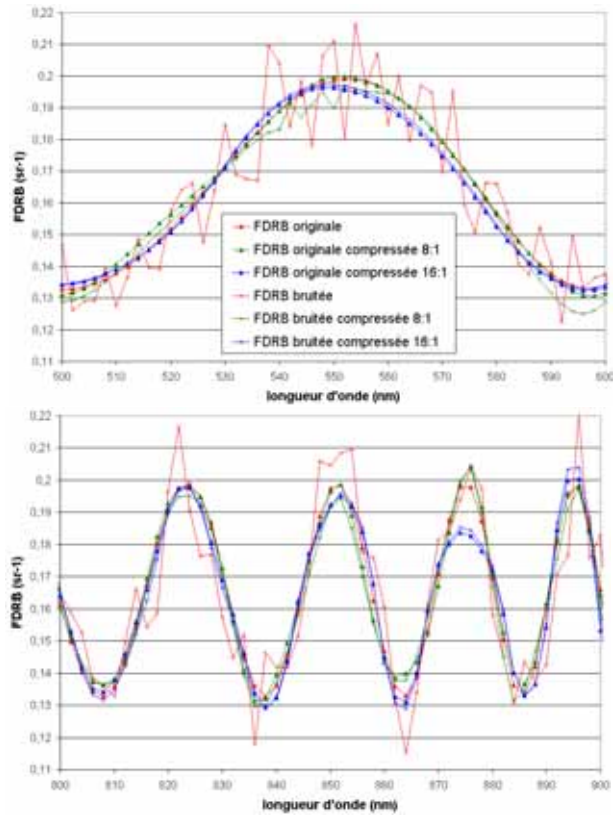


FIG. 3.21: FDRB spectrale de synthèse et bruit multiplicatif de 5%,  $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\theta_r = 30^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$

niveau	$2.5 \times 10^{-4}$ (d)			$10^{-3}$ (e)			$5 \times 10^{-3}$ (f)		
	initial	I	II	initial	I	II	initial	I	II
$\epsilon_1^a (\times 10)$	0.12	0.26	0.54	0.51	0.45	0.67	2.5	1.8	1.8
$\epsilon_2^a (\times 10)$	0.21	0.39	0.84	0.85	0.73	0.98	4.2	3.3	3
$\epsilon_\infty^a (\times 10)$	1.7	4.9	8.9	7	6.9	9.4	35	34	31
$\epsilon_1^r$ (%)	0.76	1.4	2.8	3	2.5	3.6	15	10	10
$\epsilon_2^r$ (%)	1.3	1.9	4	5.2	4.3	5.1	26	20	18
$\epsilon_\infty^r$ (%)	12	15	21	50	48	48	254	262	224
$as_1$	0.0039	0.017	0.038	0.015	0.018	0.037	0.079	0.057	0.052
$as_2$	0.0042	0.017	0.037	0.017	0.017	0.037	0.086	0.027	0.036
$as_3$	0.0024	0.017	0.037	0.0096	0.016	0.035	0.048	0.016	0.033

TAB. 3.13: Erreurs de modélisation pour le bruit additif

vient pas à éliminer tout le bruit. Quelques pics localisés persistent. Cela n'était pas le cas pour  $\theta_i = 60^\circ$ .

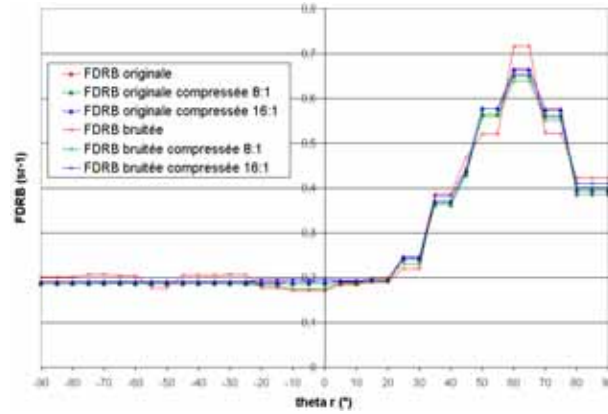


FIG. 3.22: FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau  $5 \times 10^{-3}$ , plan principal  $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\lambda = 550nm$

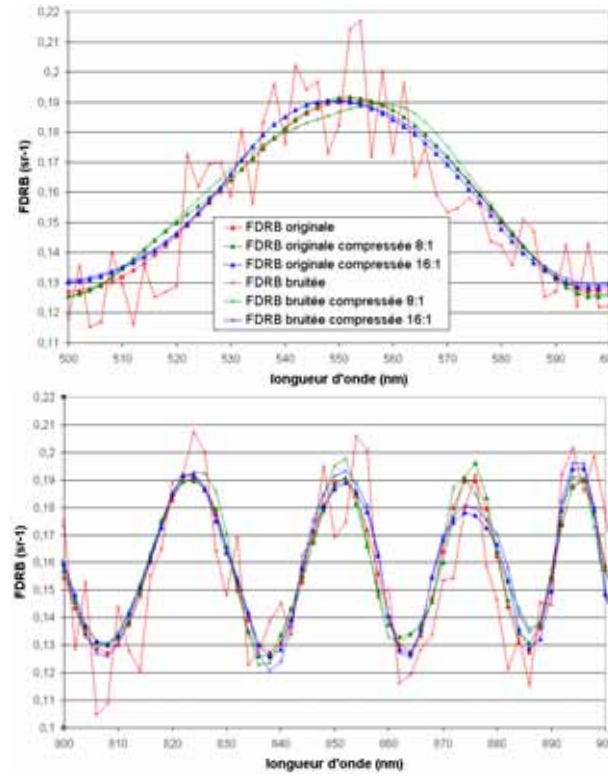


FIG. 3.23: FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau  $5 \times 10^{-3}$ ,  $\theta_i = \theta_r = 60^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$

non bruité			bruité ( $10^{-3}$ )		
initial	I	II	initial	I	II
0	0.017	0.037	0.12	0.1	0.08

TAB. 3.14: Angle spectral pour  $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\theta_r = 85^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$

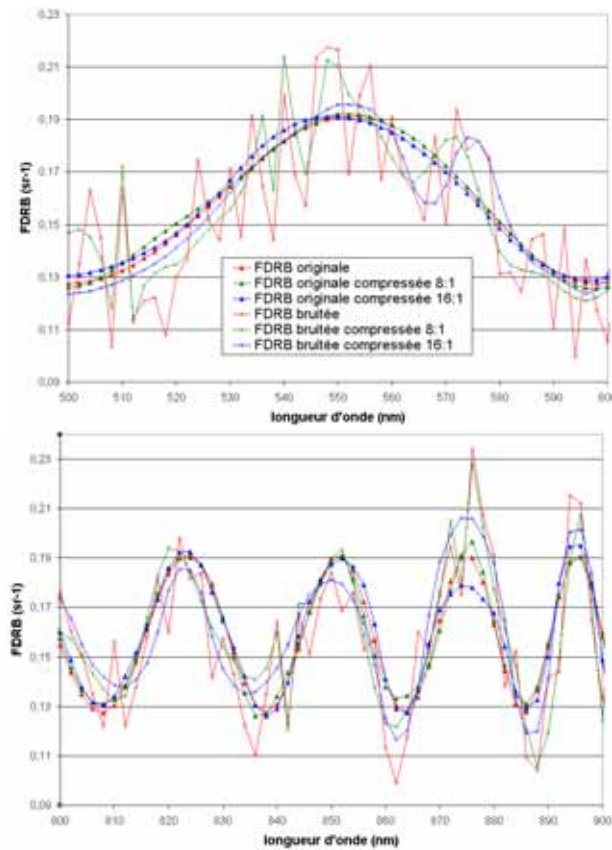


FIG. 3.24: FDRB spectrale de synthèse avec bruit additif de niveau  $5 \times 10^{-3}$ ,  
 $\theta_i = 60^\circ$ ,  $\theta_r = 90^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$

### 3.2.3 Conclusion sur les performances physiques

En conclusion, le modèle par ondelettes a obtenu dans l'ensemble des résultats plus que corrects. L'étude de non-regression a été positive, et le modèle améliore sensiblement l'approche précédente de Lalonde ainsi que la modélisation de surfaces spéculaires, modélisation délicates avec une approche inverse classique et un modèle analytique. La modélisation d'une large variété de surfaces présentant différents types de FDRB a le plus souvent été possible avec moins de 5% des coefficients initiaux et une erreur de modélisation relative globale elle aussi inférieure à 5%. Des pistes pour l'amélioration de la modélisation des surfaces spéculaires ont été proposées, notamment grâce au seuillage adaptatif local (permis par l'approche générique de la transformée). De plus l'amélioration apportée par la compression générique a été clairement démontrée.

Une étude de sensibilité au bruit de mesure a permis de compléter l'évaluation du modèle. Ce dernier a obtenu globalement de bons résultats au niveau de la stabilité vis à vis du facteur bruit. La compression par ondelettes tend toujours à rapprocher les données bruitées compressées-décompressées des données originales non bruitées compressées. La compression réduit même l'erreur due au bruit avant compres-

sion, c'est à dire en quelque sorte "améliore" le jeu de mesure. J'ai souligné à nouveau l'amélioration sensible de la modélisation par l'utilisation d'un seuil de compression relatif adapté au niveau local de la FDRB. On peut donc en conclure que le modèle est quasi-insensible aux bruits multiplicatifs ou additifs en deçà d'un seuil de 5% de bruit et qu'il permet une amélioration des mesures physiques bruitées au-delà de ce seuil.

### 3.3 Performances informatiques

#### 3.3.1 Mémoire

La structure de base de mon modèle pour le stockage des données est le tableau creux présenté au chapitre 2. Pour l'instant je n'ai montré des résultats de compression qu'en terme de nombre de points de mesure (éléments valides du tableaux). Mais comme cela a déjà été expliqué, les données en elles-mêmes ne représentent qu'une partie du modèle. L'autre partie est la localisation de ces données (la structure de tableau). L'unique paramètre d'un tableau creux est la taille des bandes. J'ai tout naturellement débuté par le choix de cette taille  $\mathcal{T}_b$ .

Pour ce faire j'ai réalisé une étude *empirique* sur une FDRB spectrale isotrope (celle de la toile). Ce choix paraît optimal car combine une transformée unidimensionnelle et sphérique. Les résultats sont présentés Table 3.15, où l'espace mémoire uniquement occupé par les bandes pour un rapport de compression de 16 :1 est donné. Le nombre de points de mesure initial est 1, 228, 800 (soit 9, 600 Ko). Le nombre de points après compression est 91, 966 (soit 718 Ko). Ces données sont indépendantes du paramètre  $\mathcal{T}_b$ , celui-ci modifie seulement le nombre de bandes nécessaires pour stocker ces points dans un tableau creux. Cela a, en plus du coût mémoire, une influence sur les performances : temps d'accès aux éléments du tableau. Le temps fourni est le temps moyen de reconstruction d'un spectre complet évalué sur un AthlonXP 1800+, en utilisant un million de directions prises au hasard.

$\mathcal{T}_b$	# bandes	mémoire (Ko)	reconstruction ( $\mu s$ )
8	27,615	1,105	84.1
16	14,716	604	74.3
32	12,411	533	69.8
64	12,074	566	72.8

TAB. 3.15: Étude de l'influence de la taille des bandes sur l'occupation mémoire et les temps d'accès aux données

D'après ces résultats, et pour mes travaux, j'ai donc estimé que  $\mathcal{T}_b = 32$  représente un bon compromis. En effet, pour des valeurs inférieures, le découpage est trop fin et la mémoire occupée par les pointeurs gérant la structure de liste en devient trop importante. Pour des valeurs supérieures, la structure

n'est plus assez flexible car les bandes gèrent individuellement un nombre trop important de données. Ainsi, après compression, elles contiennent toujours quelques données valides et ne peuvent donc être entièrement supprimées. Dans ce cas un index de bits important est conservé inutilement. Les résultats de modélisation fournis auparavant, ainsi que le seront les suivants, utilisent donc implicitement  $\mathcal{T} = 32$ . Cette configuration constitue le meilleur ajustement entre la localisation des données et les données elles-mêmes.

A partir de cette valeur de  $\mathcal{T}_b$  je vais étudier la taille mémoire réelle du modèle pour les divers cas de FDRB. J'analyserai l'évolution de la mémoire totale pour un rapport de 16 :1 puis de 64 :1, et cela pour des FDRB isotropes/anisotropes monochromatiques/spectrales au sein des Tables 3.16 et 3.17. Le choix du matériau importe peu ici, car nous désirons observer le comportement global du modèle. La première colonne de chaque table fournit le nombre de points de mesure, alors que la seconde fournit le nombre de bandes nécessaires pour leur stockage dans les tableaux creux. Le coût mémoire total se calcule en sommant ces deux éléments et en comptabilisant un surplus dû à l'implémentation actuelle<sup>31</sup> et à l'alignement des données en mémoire. La première ligne indique l'état initial avant compression, et la seconde (respectivement troisième) après compression pour un rapport de 16 :1 (respectivement 64 :1). Le phénomène qui apparaît est le suivant : au départ, les données utilisent environ 75% des ressources,

Cas	Monochromatique			Spectral		
État	Données	Bandes	Total	Données	Bandes	Total
Initial						
(#)	16,384	548	-	1,228,800	49,700	-
(Ko)	128	21	171	9,384	1,917	13,456
(%)	75	12	100	70	14	100
Compressé 16 :1						
(#)	1,024	321	-	76,800	17,775	-
(Ko)	8	13	24	614	763	2,217
(%)	33	54	100	28	34	100
Compressé 64 :1						
(#)	256	89	-	19,200	7,213	-
(Ko)	2	4	7	154	310	865
(%)	27	57	100	18	36	100

TAB. 3.16: Le coût mémoire réel du modèle pour les FDRB isotropes

contre seulement 15% pour la localisation (bandes). Ensuite la tendance s'inverse de plus en plus avec la compression. Ainsi au final, pour un rapport de 64 :1, les bandes utilisent généralement environ deux

<sup>31</sup>Celui-ci serait naturellement supprimé dans un système non expérimental.

Cas État	Monochromatique			Spectral		
	Données	Bandes	Total	Données	Bandes	Total
1 : 1						
(#)	1,048,576	34,850	-	67,108,864	2,132,002	-
(Ko)	8,192	1,473	10,674	524,288	89,476	740,764
(%)	76	14	100	71	13	100
16 : 1						
(#)	65,536	9,393	-	4,194,304	782,600	-
(Ko)	512	404	1,006	32,768	32,859	111,627
(%)	50	40	100	29	29	100
64 : 1						
(#)	16,384	5,272	-	1,048,576	216,175	-
(Ko)	128	227	441	8,192	9,073	28,265
(%)	29	51	100	29	32	100

TAB. 3.17: Le coût mémoire réel du modèle pour les FDRB anisotropes

fois plus de mémoire que les données elles-mêmes. C'est pourquoi la flexibilité de cette structure est très importante, car elle représente le poids prépondérant après compression. Le cas anisotrope spectral est un peu particulier car cette tendance est beaucoup moins marquée, vu le grand nombre de données il faudrait pousser encore plus loin la compression pour observer le même comportement.

Pour terminer, les tailles mémoire présentées ci-dessus sont le coût de la structure en mémoire centrale de l'ordinateur. Mais pour des raisons de commodité et pour éviter de refaire la phase de compression à chaque utilisation, j'ai implémenté la possibilité de stocker les FDRB compressées sous forme de fichiers binaires qui peuvent ensuite être rechargés afin de reconstruire la structure. La taille d'un fichier sur disque dur est environ deux fois inférieure à la taille en mémoire centrale. La raison principale est que la stratégie de localisation des données est différente et plus simple. En mémoire un index de bits est utilisé, mais sur disque je me contente de sauvegarder chaque indice valide avec la valeur associée. A partir de ces données il est facile de reconstituer le tableaux creux initial. De plus, la structure de liste (pointeurs, etc.) n'est alors plus nécessaire, d'où une nouvelle économie.

### 3.3.2 Vitesse

#### Reconstruction

Dans ce paragraphe j'étudierai la vitesse de reconstruction moyenne  $t_m$  d'un point de mesure (cas monochromatique) ou d'un spectre complet (cas spectral) pour des FDRB isotropes/anisotropes monochromatiques/spectrales et des taux de compression de 16 : 1 et de 64 : 1. Les chiffres donnés Tables 3.18



et 3.19 furent obtenus sur un AthlonXP 1800+, en utilisant un million de directions prises au hasard.

$r_c$	Monochromatique		Spectral	
	# coef.	$t_m(\mu s)$	# coef.	$t_m(\mu s)$
1 :1	16,384	3.58	1,228,800	52.16
16 :1	1,024	6.38	76,800	48.56
64 :1	256	7.47	19,200	51.88

TAB. 3.18: Temps moyen de reconstruction d'une valeur pour les FDRB isotropes

$r_c$	Monochromatique		Spectral	
	# coef.	$t_m(\mu s)$	# coef.	$t_m(\mu s)$
1 :1	1,048,576	3.91	67,108,864	55.76
16 :1	65,536	8.52	4,194,304	70.25
64 :1	16,384	81.22	1,048,576	111.13

TAB. 3.19: Temps moyen de reconstruction d'une valeur pour les FDRB anisotropes

Ces mesures de temps amènent plusieurs commentaires. Premièrement, selon le type de FDRB, la reconstruction calcule en fait plus qu'un simple point de mesure ou spectre. En effet il ne faut pas oublier l'aspect générique du modèle. Le seul cas aussi simple est la FDRB isotrope monochromatique. Sinon la reconstruction d'un objet compressé entier a lieu. Pour une FDRB anisotrope monochromatique une réflectance sera reconstruite, de laquelle on déduira le point d'intérêt. Pour une FDRB anisotrope spectrale ce sera une réflectance spectrale, etc. Si pour une simple évaluation ma méthode est plutôt pénalisante, elle est beaucoup plus intéressante dans les cas où l'on pourra tirer partie de cette reconstruction partielle d'objets intermédiaires (voir au prochain chapitre). Deuxièmement, la compression n'accélère pas le temps de reconstruction à part dans le cas spectral isotrope. En fait cela s'explique par l'utilisation du lifting scheme pour l'aspect directionnel (sphérique). Cette technique permet d'améliorer sensiblement la précision de la modélisation mais au détriment d'un coût calculatoire plus important, induit par la perte du caractère strictement local de la base d'ondelettes (voir Paragraphe 2.4.5). Ce phénomène est net pour une FDRB anisotrope et un fort taux de compression. Dans ce cas là de nombreux objets réflectances sont éliminés via compression, et donc la reconstruction générique d'un objet réflectance devient particulièrement coûteuse. Le cas isotrope spectral, qui utilise une transformée sphérique et unidimensionnelle, arrive à compenser l'augmentation du temps de calcul dû au lifting scheme par l'accélération de la reconstruction 1D classique avec la compression. A titre de comparaison voici les temps moyens de reconstruction en utilisant un modèle analytique isotrope (Lewis) et anisotrope (Ward) : 10  $\mu s$  et 19  $\mu s$ . On remarque que notre modèle fournit une reconstruction de la FDRB du même ordre de grandeur que

des modèles analytiques simples. Il peut même être plus rapide dans certains cas (faible compression), et est au pire 4 fois plus lent que le modèle de Ward. Si l'on considère des modèles physiquement réalistes (HTSG par exemple), qui sont nettement plus complexes, on peut envisager que notre modèle obtient dans tous les cas un meilleur résultat.

Pour finir, je vais comparer mon modèle à un modèle à base d'harmoniques sphériques. J'ai essayé de créer un test valide à partir des données de Noe [Noe99], en tenant compte des différences entre les processeurs utilisés. Pour cela j'ai simplement créé une règle de trois basée sur leurs résultats SPEC95 [Sta] qui permettent de caractériser leur puissance pour les calculs en virgule flottante. Le processeur R10000 cadencé à 195Mhz de Noe présente une SPEC95 de 17, alors que l'Athlon XP1800+ cadencé à 1,53Ghz en présente une de 72. Bien que généralement une relation linéaire ne soit pas conseillée entre valeurs SPEC95 cela fournit une bonne approximation qualitative. Dans le cas qui nous concerne, le facteur de proportionnalité est d'environ quatre. J'ai aussi essayé de minimiser la différence entre le nombre de coefficients non nuls dans les deux représentations après compression. Bien sûr nous sommes restreints au cas monochromatique car l'approche harmoniques sphériques ne peut pas gérer le cas de FDRB spectrales. A la vue du faible nombre de coefficients utilisés par Noe, la subdivision sphérique de niveau trois m'a semblé la plus appropriée (alors qu'auparavant il s'agissait du niveau quatre). Les résultats de la Table 3.20 montrent que les ondelettes sont beaucoup plus intéressantes pour la reconstruction. Le gain en vitesse pure est d'environ un facteur 10. Même si comme je l'ai déjà expliqué, le lifting scheme ralentit notablement le processus par rapport aux ondelettes sphériques standards pour un gain en précision.

FDRB	Isotrope		Anisotrope	
Modèle	# coef.	$t_m(\mu s)$	# coef.	$t_m(\mu s)$
Harmoniques Sphériques	285	55	3033	115
Ondelettes	287	4	3024	9

TAB. 3.20: Temps moyen de reconstruction d'une valeur de FDRB comparés entre harmoniques sphériques et ondelettes

### Projection

Maintenant j'étudierai le temps  $t_c$  nécessaire pour construire un jeu de mesure compressé. C'est à dire le calcul des coefficients dans l'espace des ondelettes (analyse) ainsi que l'élimination des plus faibles (compression). Les temps obtenus en comparaison avec la méthode des harmoniques sphériques [Noe99], comme vu précédemment, sont fournis Table 3.21.

Dans le cas spectral, avec un niveau de subdivision égal à 3, et 75 échantillons spectraux, le temps de projection/compression est égal à 840ms (respectivement 86s) pour le cas isotrope (respectivement

FDRB	Isotrope		Anisotrope	
	# coef.	$t_c$	# coef.	$t_c$
Harmoniques Sphériques	287	92.57 <i>ms</i>	3024	16950 <i>s</i>
Ondelettes	285	3.12 <i>ms</i>	3033	56 <i>s</i>

TAB. 3.21: Temps de construction du jeu compressé comparés entre harmoniques sphériques et ondelettes

anisotrope).

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a permis d'évaluer, de manière approfondie, les performances du modèle par ondelettes défini au chapitre précédent.

Une étude des performances du modèle en termes physiques a tout d'abord été effectuée. Le modèle a été appliqué pour la modélisation sur différents types de mesures de FDRB : mesures réelles ou données simulées, isotropes ou anisotropes et à longueur d'onde fixée ou spectrales. Dans chaque cas, des estimateurs de l'erreur de modélisation ont été calculés. Ils ont été comparés à ceux obtenus pour des modèles existants au cours d'un test de non-régression, possible pour des FDRB non spectrales à longueur d'onde fixée : le modèle par ondelettes obtient des performances supérieures au modèle de Lalonde [LF97a], du même ordre que celles des meilleurs modèles phénoménologiques pour les surfaces diffuses, et supérieures pour les surfaces spéculaires. Pour les autres types de FDRB, de bonnes performances ont été obtenues même pour des taux de compression importants (en particulier dans le cas spectral). Quelques types de surfaces comme le plastique ont néanmoins posé plus de problèmes, surtout à fort taux de compression. Quelques pistes ont été proposées pour améliorer les performances de la modélisation dans ces cas plus difficiles.

La robustesse du modèle au bruit de mesure a été étudiée de façon approfondie. Une première étape a consisté à déterminer des types et niveaux de bruit réalistes, à partir de jeux de mesures réels. Une seconde étape a consisté à modéliser un jeu de mesures synthétique bruité. Pour des bruits additifs et multiplicatifs jusqu'à 5%, la FDRB modélisée se rapproche de la FDRB originale non bruitée, au moins en partie. Mais au-delà de 5% une nette amélioration des mesures est aussi réalisée. Toute la difficulté consiste néanmoins à fixer un taux de compression éliminant le bruit mais ne lissant pas le signal, et cette étape manuelle peut se révéler délicate pour des mesures réelles.

Les performances informatiques ont également été étudiées. Le coût calculatoire et en terme mémoire a été examiné pour chaque type de FDRB. Les comparaisons ont porté sur la place mémoire occupée par les mesures et la structure interne du modèle avant et après compression. La réduction substantielle du coût mémoire permet d'envisager l'utilisation de nombreuses FDRB de façon simultanée ou bien

l'emploi de FDRB complexes (anisotropes et spectrales) dans des algorithmes de rendu.

Pour finir, les temps de projection (analyse) et de reconstruction (synthèse) ont été mesurés, et comparés à ceux obtenus par un modèle basé sur les harmoniques sphériques. Les résultats montrent aussi que le modèle par ondelettes est peu pénalisé du point de vue calcul par rapport à des modèles phénoménologiques à quelques paramètres, et plus efficace que l'approche à base d'harmoniques sphériques. Il est clair que la lenteur des harmoniques sphériques s'explique par leur support spatial global, alors que les ondelettes sont elles définies de façon locale.

En conclusion, les performances du modèle par ondelettes sont très satisfaisantes, tant du point de vue physique qu'informatique, et le rendent apte à être incorporé dans un algorithme de rendu physiquement réaliste.

# Chapitre 4

## Application au Rendu Physiquement Réaliste

### 4.1 Introduction

La synthèse d'images réalistes est une branche de la synthèse d'images qui historiquement se détacha de l'infographie traditionnelle autour des années 80. Le but affiché était de générer sur ordinateur des images d'un monde virtuel telles qu'un observateur humain ne puisse discerner s'il s'agissait de photographies d'une scène réelle ou bien d'une simulation. Il était clairement énoncé par Hall et Greenberg en 1983 :

*"Notre but dans la synthèse d'images réalistes est de générer une image qui provoque sur le système visuel la même réponse que l'environnement réel"*

Aujourd'hui le problème central est devenu celui de l'*illumination globale* d'une scène et le but est de transformer l'outil de simulation en un radiomètre ou un photomètre virtuel extrêmement précis. Le rendu physiquement réaliste simule le comportement physique de la lumière, aussi rigoureusement que possible, dans un effort de prédiction de l'apparence visuelle finale de la scène. Les données en entrée sont le modèle 3D décrivant la géométrie de la scène, le modèle du capteur (souvent une caméra sténopé), ainsi que les propriétés physiques des matériaux. La sortie est la luminance mesurée par le capteur. La formulation du problème des interactions lumineuses au sein d'une scène a été formalisée par Kajiya sous la forme de l'*équation du rendu* (EQR) [Kaj86]. Je pense qu'il s'agit de l'avancée la plus importante effectuée en rendu réaliste car elle a permis l'unification de tous les algorithmes existants, et l'émergence même du domaine. De plus elle a établi le lien avec le domaine physique car cette équation est en fait une simplification de l'équation plus générale du transfert radiatif (EQTR) [Cha50] obtenue en négligeant certains phénomènes et en posant certaines hypothèses restrictives [Gla95] : pas d'atmosphère, invariance en fonction du temps, lumière incohérente, pas de fluorescence. Le résultat est une équation intégrale de Fredholm du second type, particulièrement délicate à résoudre car par définition récursive. De très

nombreuses techniques sont apparues pour résoudre cette équation, on peut citer principalement deux approches :

1. les méthodes *orientées image*
2. les méthodes *orientées scène*

La première catégorie se propose d'évaluer ce que "voit" le capteur en résolvant le problème pour une position fixe de celui-ci. Il s'agit de méthodes inverses dans le sens où l'on part du capteur pour rechercher l'information dont on a besoin (la luminance pour chaque pixel par exemple). Alors que pour une scène réelle, l'énergie s'y propage depuis les sources pour finir sur le capteur. Donc, le mouvement du capteur implique une nouvelle solution à calculer. Le *lancer de rayons* [Whi80] [CPC84] est l'ancêtre commun à la plupart de ces méthodes. La seconde catégorie est plus ambitieuse. Le but est ici d'évaluer *tous* les transferts énergétiques possibles dans la scène indépendamment de la position du capteur. Ensuite une phase de calcul *simple* permet de reconstruire l'information en entrée de capteur pour une position donnée. L'intérêt ici est la rapidité de la seconde phase qui peut souvent être réalisée en temps réel ou du moins en temps très court par rapport à la phase de calcul de la solution d'éclairage proprement dite. La méthode de *radiosité* [GTGB84] [ICG86] [HSA91] est sans aucun doute la plus connue appartenant à cette famille. Dans l'approche scène, l'erreur est appréciée de manière globale, elle peut donc être très importante pour un point de vue donné. La solution idéale consiste généralement à combiner ces deux techniques. Ward fut le premier à stocker les inter-réflexions diffuses dans une structure scène [WRC88], puis Chen combina la radiosité et le tracer de chemins [CW91]. Plus récemment, Jensen proposa dans une même lignée l'algorithme de la *carte de photons* [Jen96].

L'apport du modèle par ondelettes dans ce contexte du rendu réaliste n'est pas négligeable. Les propriétés physiques des matériaux d'une scène sont principalement caractérisées en synthèse d'images par des *fonctions de distribution* comportant toujours un aspect spectral et/ou directionnel. Il peut s'agir de caractériser l'émission des sources de lumière (fonctions de distribution ou plus simplement spectres d'émission : FDE et DPS), la réflexion/transmission (FDRB/FDTB), ou la diffusion d'un milieu (fonctions de phase). Comme nous l'avons vu au chapitre 2, notre approche générique va plus loin que la simple modélisation de la FDRB. Elle permet de représenter toute fonction à valeur réelle dont l'espace support est un produit cartésien de  $\mathcal{S}^2$  et de  $\mathcal{R}$ , i.e. n'importe quel terme radiométrique. Elle permet donc une abstraction générale du concept de fonction de distribution en fournissant une interface unifiée.

La première partie du chapitre est consacrée à une présentation critique des différentes méthodes et algorithmes de rendu réaliste existants. Les avantages de la méthode de Monte Carlo utilisée pour mes travaux y sont notamment étudiés, et le choix de cette stratégie justifié. Je présenterai ma plate-forme de rendu basée sur cette représentation générique des termes radiométriques utilisés en illumination globale. Puis nous étudierons la pertinence de cette modélisation dans les divers contextes d'utilisation possibles : DPS, FDE, FDRB, fonctions de phase. Les ondelettes sont les seules à offrir à l'heure actuelle une représentation unifiée pour l'aspect spectral *et* directionnel. Généralement ces deux dimensions sont

traitées de manière séparée et indépendante par des méthodes différentes. Ensuite l'algorithme que j'ai développé pour permettre un échantillonnage d'importance de la FDRB, très utile lors d'une simulation de type Monte Carlo afin d'en réduire la variance est présenté. L'apport quantitatif et qualitatif sera étudié en détail, la technique comparée à une modélisation analytique classique et évaluée pour diverses scènes à partir de mesures de FDRB ou de fonctions d'émission. Enfin, je présenterai l'intérêt de la représentation spectrale creuse induite par la compression par ondelettes pour l'accélération de calculs spectraux.

## 4.2 Illumination globale

Le but de l'illumination globale consiste formellement à résoudre l'EQR [Kaj86]<sup>32</sup> :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = L_e(x, \omega_r, \lambda) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) L_i(\omega_i, \lambda) \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.1)$$

L'EQR explique que la luminance incidente à une surface sur l'hémisphère supérieur à un point  $x$  est

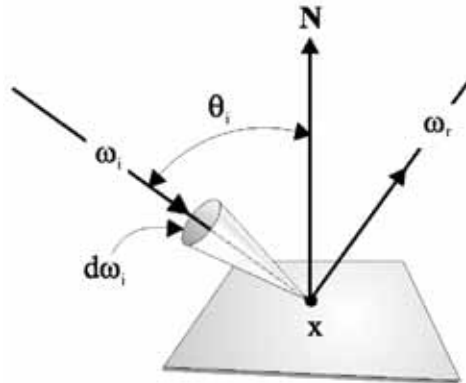


FIG. 4.1: Géométrie associée à la formulation directionnelle de l'EQR

réfléchié selon la FDRB<sup>33</sup>. On a  $\Omega_i = \mathcal{H}_+^2$  (domaine de la FDRB). A cette énergie peut éventuellement s'ajouter l'émission propre du matériau. Le problème est de tenir compte de tous les transferts lumineux au sein d'une géométrie complexe. A cette formulation que je qualifierai de "directionnelle" est apparue une formulation alternative que je qualifierai de "surfaccique". En effet la luminance incidente à une surface en un point  $x$  est en fait la luminance émise ou réfléchiée vers  $x$  par les autres surfaces de la scène

<sup>32</sup>Cette équation n'est pas la plus générale possible, elle suppose la lumière réfléchiée ponctuellement par les surfaces, théoriquement il faudrait utiliser la FDRSSB pour être plus général (diffusion interne), et intégrer sur la sphère [Vea97].

<sup>33</sup>On suppose ici des surfaces opaques, mais la même formulation peut être obtenue avec des surfaces transparentes en remplaçant la FDRB par la FDTB et l'hémisphère supérieur d'intégration par l'hémisphère inférieur. Dans toute la suite du discours je ne reviendrai pas sur ce point, mais il faut savoir que tout ce qui sera dit pour les surfaces opaques fonctionne de la même manière pour les surfaces transparentes.

visibles depuis  $x$ . On évalue donc l'énergie totale provenant de tous les points  $x'$  formant les surfaces de la scène. D'où la formulation équivalente de l'EQR :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = L_e(x, \omega_r, \lambda) + \int_{x'} f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) L_i(x', \omega_i, \lambda) \cos \theta_i \frac{\cos \theta_r}{\|x - x'\|^2} dA' \quad (4.2)$$

Généralement on fait apparaître un terme purement géométrique évalué entre les deux points  $x$  et  $x'$ , en fonction de l'angle solide sustenté par  $dA'$  en  $x$  :

$$g(x, x') = d\omega_i \cos \theta_i = \frac{\cos \theta_r \cos \theta_i}{\|x - x'\|^2} \quad (4.3)$$

On introduit aussi la fonction de visibilité  $v$  entre les points  $x$  et  $x'$ , valant un s'ils sont directement visibles et zéro sinon. Finalement on obtient :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = L_e(x, \omega_r, \lambda) + \int_{x'} f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) L_i(x', \omega_i, \lambda) g(x, x') v(x, x') dA' \quad (4.4)$$

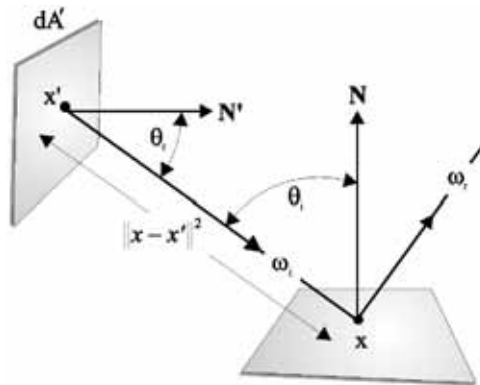


FIG. 4.2: Géométrie associée à la formulation surfacique de l'EQR

Ces deux versions sont équivalentes mais la première est plus adaptée à une approche orientée image car on connaît les directions intéressantes grâce à la position du capteur. La seconde quant à elle s'adapte naturellement à l'approche scène car il faut passer en revue toutes les possibilités existantes de recevoir de l'énergie, c'est à dire toutes les surfaces de la scène.

#### 4.2.1 Radiosité

Historiquement la méthode de radiosité est la première approche physiquement réaliste pour tenter une résolution de l'équation du rendu [GTGB84]. Des hypothèses fortes ont été nécessaires pour simplifier considérablement le problème :

- sources lumineuses isotropes et homogènes
- surfaces parfaitement diffuses



Ainsi la composante directionnelle de l'équation du rendu est supprimée :

$$L_r(x) = L_e(x) + \int_{x'} f_r(x) L_i(x') g(x, x') v(x, x') dA'$$

De plus on remarque que pour une surface diffuse, la luminance est en fait égale à la radiosité divisée par un facteur  $\pi$  (dû à l'intégration sur toutes les directions). Par convention on rappelle que l'énergie émise par unité d'aire est appelée exitance et non pas radiosité (on notera  $E$ ). De même la FDRB est égale à la réflectance divisée par un facteur  $\pi$ , donc constante elle peut être sortie de l'intégrale, d'où pour une longueur d'onde fixée :

$$B(x) = E(x) + \frac{\rho(x)}{\pi} \int_{x'} B(x') g(x, x') v(x, x') dA' \quad (4.5)$$

En regroupant  $g, v$  et le facteur  $\pi$  on obtient le *noyau géométrique* :

$$K(x, x') = \frac{g(x, x') v(x, x')}{\pi} \quad (4.6)$$

puis l'équation de la radiosité :

$$B(x) = E(x) + \rho(x) \int_{x'} B(x') K(x, x') dA' \quad (4.7)$$

Généralement la méthode des éléments finis et plus particulièrement de Galerkin (base de fonctions orthogonales) sert à la résolution de cette équation. La méthode des éléments finis [Zie89] représente une fonction complexe  $f$  en subdivisant son domaine en  $n$  éléments  $e_i$  sur lesquels elle est approchée par une somme linéaire (projection sur une base de fonctions  $\{\gamma_j\}$ ) :

$$f(x) \approx \tilde{f}(x) = \sum_i \sum_j f_j^i \gamma_j^i(x)$$

Cette technique a été appliquée pour projeter la fonction de radiosité [Hec93] [BW96], en substituant l'approximation à  $B$  dans l'équation 4.7 on obtient un système d'équations linéaires :

$$B_j^i = E_j^i + \sum_{i', j'} K_{j, j'}^{i, i'} B_{j'}^{i'} \quad (4.8)$$

Les  $E_j^i$  étant les coefficients de projection de  $E(x)$  :

$$E_j^i = \int_x \gamma_j^i(x) E(x) dA \quad (4.9)$$

Et  $K_{j, j'}^{i, i'}$  le *facteur de forme généralisé* :

$$K_{j, j'}^{i, i'} = \int_x \gamma_j^i(x) \int_{x'} \rho(x) K(x, x') \gamma_{j'}^{i'}(x') dA dA' \quad (4.10)$$

Les étapes de formulation et de résolution d'un problème de radiosité générique consistent donc à :

- subdiviser les surfaces de la scène en éléments  $A_i$
- choisir une base de fonctions  $\gamma$  pour la projection
- calculer le facteur de forme généralisé  $K$  entre chaque élément de la scène
- résoudre le système d'équations linéaires (inconnus = coefficients de projection)
- reconstruire la fonction de radiosité  $B$  grâce aux coefficients obtenus
- déduire une image à partir de la fonction de radiosité dans la scène

Le problème principal de la radiosité par éléments finis est sa complexité en temps et en mémoire. Pour  $n_e$  éléments et des fonctions d'ordre  $n_o$ , la résolution par inversion matricielle directe a une complexité en  $O(n^3)$  avec  $n = n_e n_o$ . En fait cette matrice est creuse et des méthodes plus performantes peuvent être utilisées [GCS93] : méthode de Gauss-Seidel ou relaxation de Southwell par exemple. Leur complexité calculatoire est  $O(n^2)$ , et  $O(n^2)$  (respectivement  $O(n)$ ) en mémoire. A cause des nombreuses discontinuités de la radiosité (dues notamment aux ombres), des fonctions d'ordre supérieur sont rarement utilisées. Mieux vaut généralement discrétiser plus finement les surfaces et réduire l'ordre des fonctions utilisées. C'est pourquoi on a privilégié des fonctions constantes sur les éléments [GTGB84], simplifiant encore plus l'équation de radiosité :

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_j^i B_j \quad (4.11)$$

avec le facteur de forme simple :

$$F_j^i = \frac{1}{A} \int_x \int_{x'} K(x, x') dA dA' = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} K(x, x') dA_i dA_j \quad (4.12)$$

La méthode de radiosité a connu de nombreuses améliorations depuis son introduction dans le domaine. La résolution hiérarchique [HSA91] diminue la complexité en effectuant une résolution à différents niveaux, ce qui revient à une approche multirésolution utilisant des fonctions d'ondelettes pour la projection de la radiosité [GSCH93]. En effet lorsque les surfaces sont lointaines, une subdivision grossière suffit pour obtenir de bons résultats, alors que pour des surfaces proches une subdivision plus fine sera nécessaire. Smits [SAG94] et Sillion [Sil94] proposèrent une extension de ce travail en rassemblant les surfaces par groupes (cluster). Selon la précision nécessaire on calculera directement les transferts énergétiques entre groupes ou entre groupes et surfaces. Reste toujours en suspens la question de la constitution des groupes de surfaces ou d'objets de façon efficace. La méthode de Monte Carlo a aussi été employée pour résoudre différemment l'équation de radiosité [Bek99]. Pour finir, l'intégration de modèles de FDRB plus complexes [ICG86] [SAWG91] [GSCH93] [CSSD96] [SSS98] est possible mais de simples surfaces courbes brillantes ne sont pas gérées de façon correcte. Un panorama complet et détaillé des méthodes de radiosité se trouve dans [CW93] [SP94] [Sta00].

Les algorithmes de radiosité sont très efficaces sur des scènes simples composées de surfaces diffuses mais deviennent très coûteux pour un modèle complexe et des matériaux quelconques. Principalement car on cherche à calculer la solution pour chaque élément de surface. La complexité est très dépendante

des propriétés intrinsèques de la scène. De plus la discrétisation des surfaces est un problème non encore résolu de façon correcte. Le maillage de discontinuité [LTG92] est une solution possible mais très coûteuse qui augmente généralement de manière conséquente la complexité du modèle. Cette discrétisation (accompagnée du calcul de l'erreur commise) dans l'espace scène s'effectue indépendamment de l'observateur. Elle n'est donc pas toujours adaptée à la position locale de celui-ci (par exemple s'il se trouve trop près des surfaces). Tous ces problèmes rendent la radiosité non adaptée au traitement de scènes complexes.

### 4.2.2 Lancer de rayons

Le lancer de rayons [Whi80], extension de la méthode d'élimination des parties cachées de Appel [App68], apparu dans les années 80 est certainement la méthode la plus populaire du rendu réaliste. Basée sur l'optique géométrique, consistant à suivre la propagation de la lumière en ligne droite le long de *rayons*, elle a été très tôt utilisée dans les logiciels professionnels et même grand public. Ce qui n'est pas le cas de la radiosité qui même aujourd'hui a encore du mal à s'imposer. L'explication est certainement sa simplicité de mise en œuvre *et* de compréhension, ce qui permet aux utilisateurs de prédire l'effet d'un paramètre sur le rendu final. La méthode de radiosité, en plus de sa complexité, présente un caractère beaucoup moins intuitif et ses paramètres apparaissent souvent obscurs. Nous nous concentrerons ici, plus précisément, sur la technique de lancer de rayons dite *stochastique* [AK90] qui propose une solution de l'EQR en utilisant la méthode de Monte Carlo et formalise rigoureusement tous les algorithmes de type lancer de rayons. L'utilisation de cette méthode pour résoudre le problème de l'illumination globale a été traité de façon intensive dans [Shi90] [Hut93] [Dut96] [Laf96] [Col96] [Vea97] [Jen01b].

La méthode de Monte Carlo appliquée à l'EQR consiste à prendre  $N$  *échantillons* (directions) selon une *fonction de densité de probabilité* (fdp)  $p$  dans l'hémisphère supérieur et à approcher l'intégrale par un *estimateur* :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = L_e(x, \omega_r, \lambda) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{f_r(x, \omega_i^j, \omega_r, \lambda)}{p(\omega_i^j)} L_i(\omega_i^j, \lambda) \cos \theta_i^j \quad (4.13)$$

Cette procédure basée sur un échantillonnage *aléatoire guidé* ne converge vers la solution exacte que lorsque  $n \rightarrow \infty$ . En tronquant l'estimation à un nombre fini  $N$  d'échantillons, on introduit de la *variance* (on parle aussi de bruit), c'est à dire un écart par rapport à la solution réelle. Théoriquement on montre que celle-ci est proportionnelle à  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ . Pour obtenir par exemple deux fois moins d'erreur, il faut quadrupler le nombre d'échantillons. L'estimation de la luminance se fait de façon récursive, c'est à dire en utilisant la même équation pour évaluer  $L_i$ . Le processus récursif est stoppé après un nombre fixe d'itérations ou quand la contribution de la luminance calculée est très faible par rapport à l'énergie totale dans le cas du lancer de rayon déterministe. Théoriquement ce procédé introduit un *biais* dans la solution, i.e. on ne converge pas vers la solution exacte. C'est pourquoi généralement on utilise la méthode stochastique de la

*roulette Russe* [SG69][AK90] pour l'arrêt du processus, basée sur la valeur de la réflectance de la surface (intégration de la FDRB). En effet la réflectance donne le ratio d'énergie réfléchi par la surface, donc de manière équivalente, et comme d'après le principe de conservation  $0 < \rho < 1$ , la probabilité qu'un rayon soit réfléchi ( $\rho$ ) ou absorbé ( $1 - \rho$ ). La roulette Russe permet d'éliminer les chemins lumineux qui ne sont pas importants pour se concentrer sur ceux qui apportent plus d'information, elle en permet une répartition équitable. Le fait notable est qu'avec un nombre fini de réflexions, on obtient quand même la solution exacte qui aurait théoriquement nécessité une infinité de réflexions. Le problème étant l'augmentation de la variance sur l'estimateur initial.

Pour une résolution optimale il faut que la densité de probabilité  $p$  suive parfaitement la répartition de notre fonction intégrée :  $p \propto f_r L_i \cos$ . En effet intuitivement on comprend que l'intégrale sera importante aux endroits où la fonction elle-même l'est. Il est donc intéressant d'obtenir une plus grande précision (donc plus d'échantillons) dans ces zones. Mais  $L_i$  étant inconnue (c'est ce que nous cherchons à évaluer !), nous ne pouvons nous baser au mieux que sur  $f_r \cos$ . On appelle *échantillonnage d'importance* l'utilisation d'une telle fdp pour la génération des échantillons qui permet d'abaisser considérablement la variance. Rigoureusement  $p$  peut s'obtenir par une inversion mathématique de la fonction  $f_r \cos$ , c'est pourquoi elle a déjà été calculée et utilisée dans le cas de modèles de FDRB simples (Lambert, Phong, Ward, Lafortune). Par contre elle devient impossible à calculer pour des modèles complexes ou numériques, la méthode de *réjection* est alors exploitée au prix d'une convergence déplorable, i.e. une variance élevée [Gla95].

L'intégration brute est un processus très lent à converger, pour améliorer sensiblement la résolution on découpe généralement le domaine d'intégration en deux : la luminance provenant des sources (appelé éclairage *direct*) et celle provenant du reste de la scène (appelés éclairage *indirect*). En effet dans le visible et la plupart des scènes, la plus grande partie de l'éclairage est direct (c'est pourquoi les modèles d'illumination locale suffisent pour un réalisme précaire). Cette méthode est appelée échantillonnage *explicite* des sources en opposition à un échantillonnage *implicite*. Une telle optimisation n'est par exemple pas possible dans l'infrarouge thermique où toutes les surfaces sont émissives. A part le cas spécifique des sources lumineuses (où l'on utilise simplement  $L_e$ ), on obtient pour une surface quelconque :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} \frac{f_r(x, \omega_i^j, \omega_r, \lambda)}{p(\omega_i^j)} L_e(-\omega_i^j, \lambda) \cos \theta_i^j + \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{f_r(x, \omega_i^j, \omega_r, \lambda)}{p(\omega_i^j)} L_i(\omega_i^j, \lambda) \cos \theta_i^j, \quad (4.14)$$

où  $N_d$  est le nombre de directions générées dans l'angle solide sustenté par les diverses sources de la scène et  $N_i$  est le nombre de directions générées dans le domaine angulaire restant. Générer une direction  $\omega_i^j$  vers une source lumineuse est équivalent à choisir un point  $x_j^i$  sur cette source (intersection entre la direction et la surface représentant la source). Néanmoins on préfère habituellement la seconde méthode (car générer une direction pointant vers une surface est généralement plus complexe), et intégrer sur la

surface des sources :

$$L_r(x, \omega_r, \lambda) = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} \frac{f_r(x, \omega_i^j, \omega_r, \lambda)}{p(x_j')} L_e(x_j', -\omega_i^j, \lambda) \cos \theta_i \frac{\cos \theta_r}{\|x - x_j'\|^2} + \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{f_r(x, \omega_i^j, \omega_r, \lambda)}{p(\omega_i^j)} L_i(\omega_i^j, \lambda) \cos \theta_i^j, \quad (4.15)$$

Dans l'algorithme de lancer de rayons *direct*<sup>34</sup>, le but est d'évaluer directement depuis le capteur le flux énergétique  $\Phi$  reçu. Un capteur reçoit la lumière sur toute son aire  $A_c$  et son domaine angulaire  $\Omega_c$  (ce qu'il voit) :

$$\Phi = \int_{A_c} \int_{\Omega_c} L(x, \omega) \cos \theta d\omega dx, \quad (4.16)$$

où  $L$  est la luminance incidente au point  $x$  de sa surface depuis la direction  $\omega$  et  $\theta$  l'angle entre  $\omega$  et la normale à la surface du capteur en  $x$ . La surface du capteur, ainsi que son domaine angulaire, sont échantillonnés et le flux estimé grâce à une intégration de Monte Carlo. Généralement on emploie un modèle de caméra sténopé représentant l'oeil comme ponctuel, donc comme un capteur non surfacique. Le plan image (discrétisé en pixels) fournit le domaine angulaire visible. A partir de  $N_p$  échantillons (positions dans le pixel), dont chacun définit une direction unique et donc un rayon *primaire*, la luminance en entrée du capteur est évaluée grâce à l'équation 4.15. Pour cela il faut donc à chaque surface rencontrée le long du rayon, générer un ensemble de rayons vers les sources lumineuses (rayons *d'ombre*), puis un ensemble de rayons pour estimer l'éclairage indirect (rayons *secondaires*). Les contributions des rayons secondaires étant évaluées récursivement. L'intégration sur les pixels peut aussi être optimisée grâce à un schéma d'échantillonnage particulier (*stratifié* par exemple).

L'algorithme de lancer de rayons *inverse*<sup>35</sup> consiste à fonctionner en sens contraire (mais dans le sens naturel emprunté par la lumière), i.e. depuis les sources. Pour cela Pattanaik introduit une équation similaire à celle du rendu de Kajiya dans laquelle l'inconnue n'est plus la luminance mais la fonction *potentiel*  $W$  décrivant la réponse du capteur, c'est l'équation du potentiel (EQP) [PM93] :

$$W(x, \omega_r, \lambda) = W_e(x, \omega_r, \lambda) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) W(\omega_i, \lambda) \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.17)$$

Pour une présentation formelle et rigoureuse voir [Dut96]. Expliquons simplement ici que le domaine du capteur est un sous-ensemble de l'ensemble des surfaces et des directions de la scène :  $A_c \times \Omega_c \subset A \times \Omega$ .

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_A \int_{\Omega} L(x, \omega) W_e(x, \omega) \cos \theta d\omega dx \\ W_e &= \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A_c \text{ et } \omega \in \Omega_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.18)$$

<sup>34</sup>Cette technique conserve malheureusement ce nom pour des raisons historiques dans le domaine de la synthèse d'images, néanmoins les physiciens y préfèrent logiquement le terme de lancer de rayons inverse car consistant à suivre le chemin inverse emprunté naturellement par la lumière

<sup>35</sup>On comprendra que les physiciens préfèrent à juste titre le terme de lancer de rayons direct dans ce cas

$W_e$  est appelé *potentiel initial*. Pattanaik montre que la fonction potentiel obéit aux mêmes règles que la luminance (invariance le long d'un rayon dans le vide, etc.) et en appliquant une formulation duale il obtient :

$$\Phi = \int_A \int_{\Omega} L_e(x, -\omega) W(x, \omega) \cos \theta d\omega dx, \quad (4.19)$$

avec le potentiel  $W$  défini par l'équation réursive 4.17. Par inversion on peut définir la fonction potentiel par :

$$W(x, \omega_r) = \frac{d^2 \Phi}{L(x, \omega_i) dA d\omega_i} \quad (4.20)$$

l'EQP, qui est la version duale de l'EQR, permet de résoudre le problème de l'illumination globale non pas à partir du capteur mais depuis les sources. Des rayons sont lancés depuis celles-ci et subissent plusieurs réflexions suivant les principes exposés auparavant (fdp, roulette Russe, etc.).

Il est à noter que c'est le principe de réciprocité qui permet d'utiliser indifféremment la FDRB dans le sens observateur  $\rightarrow$  lumière ou lumière  $\rightarrow$  observateur. Couramment admis en synthèse d'images, ce principe n'est souvent pas valide dans d'autres contextes comme cela est notamment le cas en télédétection pour les raisons que j'ai précisé au chapitre 1. Voilà pourquoi les physiciens sont souvent réticents à utiliser des approches de lancer de rayons inverses et emploient plutôt des approches directes, même si elles sont souvent beaucoup moins performantes, car elles ne supposent pas cette propriété vérifiée.

### Lancer de rayons distribué

Le lancer de rayons distribué [CPC84], qui étend les possibilités du lancer de rayon déterministe classique [Whi80] pour éviter la limitation aux sources ponctuelles, aux surfaces purement spéculaires, et le crénelage sur les images, est l'ancêtre des algorithmes stochastiques. Apparu avant la formalisation rigoureuse des méthodes de rendu il proposait une approche intuitive justifiée à posteriori grâce à une intégration de Monte Carlo. La technique consiste à lancer, de façon stochastique, plusieurs rayons par pixel au lieu d'un seul (anti-crénelage), plusieurs rayons d'ombre vers les sources lumineuses (gestion des sources étendues), et enfin plusieurs rayons réfléchis ou transmis (réflexions non spéculaires pures), puis à effectuer une moyenne des valeurs obtenues dans chacun des cas pour fournir la solution. L'algorithme est résumé Figure 4.3 où les rayons primaires sont en rouges, les rayons réfléchis en bleu, les rayons transmis en vert, et les rayons d'ombre en pointillés.

### Tracer de chemins

Kajiya proposa en même temps que l'EQR une méthode de résolution [Kaj86]. Intuitivement la solution est la même que pour le lancer de rayons traditionnel mais avec un guidage stochastique des rayons. Donc en utilisant un seul rayon pour estimer l'éclairage direct et indirect. C'est à dire que pour chaque rayon primaire on génère un rayon d'ombre et un rayon réfléchi ou transmis à chaque point d'intersection  $x_i$ . Cela de façon stochastique, guidé ou non par une fdp. Dans ce cas le rayon primaire

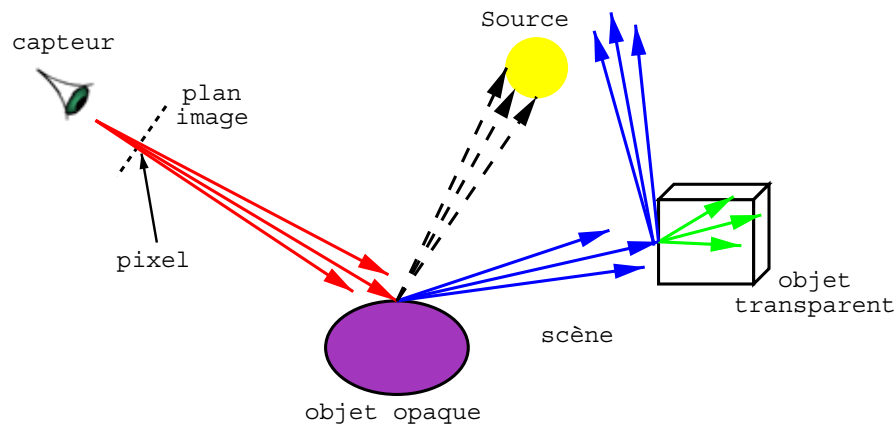


FIG. 4.3: Illustration de l'algorithme du lancer de rayons distribué

avec l'ensemble des réflexions/transmissions forme un *chemin* lumineux  $x_0 \dots x_n$  dans la scène, on parle donc de *tracer de chemins*. La résolution de l'équation 4.15 s'effectue pour  $N_q = N_i = 1$ . L'algorithme est résumé Figure 4.4.

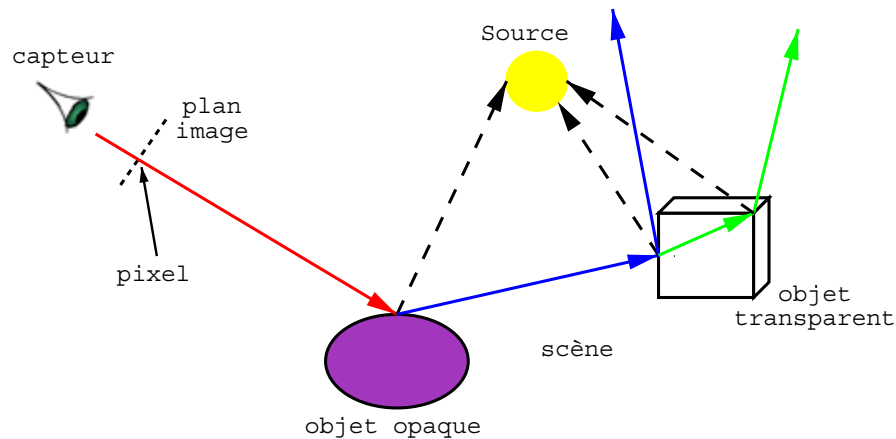


FIG. 4.4: Illustration de l'algorithme du tracer de chemins

Évidemment il est nécessaire de suivre un très grand nombre de chemins pour chaque pixel (dépendant de la complexité de la scène, de la FDRB/FDTB des surfaces, et de l'émission des sources) afin d'obtenir une solution précise et peu bruitée ( $N_p$  valant souvent plusieurs milliers). L'intérêt par rapport au lancer de rayons distribué est qu'il n'y a pas une explosion exponentielle du nombre de rayons à traiter. En effet dans le premier cas chaque rayon primaire génère une gerbe de rayons secondaires qui vont chacun à leur tour générer une gerbe de rayons, etc. Pour le tracer de chemin la complexité est constante. De plus pour des raisons de cohérence il est plus performant de suivre un chemin de nombreuses fois par pixel que plusieurs en une seule opération.

Mathématiquement parlant, l'EQR est une équation de Fredholm du second type dont le noyau est  $f_r \cos$ , le terme constant  $g$  la luminance propre émise par la surface, et l'inconnue la luminance réflé-

chie. De ce point de vue, le tracer de chemin revient simplement à employer une résolution par marche aléatoire.

### Lancer de photons

Le *lancer de photons* formalisé de façon correcte par Pattanaik [PM92], mais initié par Arvo [Arv86] sous le titre de "lancer de rayons inverse", est l'approche duale du tracer de chemins, utilisant des chemins depuis les sources plutôt que depuis le capteur. C'est pourquoi on introduit le concept de *photon* car cela revient à suivre le trajet direct d'une particule de lumière au lieu du trajet inverse de la lumière depuis le capteur<sup>36</sup>. Formellement la méthode de Monte Carlo est appliquée à l'EQP en lieu et place de l'EQR avec  $N_d = N_i = 1$ , et  $N_p$  qui désigne maintenant le nombre de photons émis. Pour l'estimateur primaire de l'équation 4.19, on obtient en échantillonnant la position  $x_0$  d'émission du photon puis la direction  $\omega_0$  dans l'espace des directions possibles sur la source selon une certaine fdp  $p$  :

$$\Phi_0 = W_e(x_0, \omega_0) \frac{L_e(x_0, -\omega_0) \cos \theta_0}{p(x_0)p(\omega_0|x_0)} \quad (4.21)$$

Généralement le terme :

$$\phi_0 = \frac{L_e(x_0, -\omega_0) \cos \theta_0}{p(x_0)p(\omega_0|x_0)}, \quad (4.22)$$

est appelé *puissance initiale* transportée par le photon. Bien sûr le choix de la fdp est crucial et elle doit couvrir au mieux la surface de la source et la répartition de l'énergie émise.

Le problème est que le capteur est une surface souvent infime par rapport à la taille de la scène (quand ce n'est tout simplement pas un seul point !). Donc la probabilité qu'un photon finisse sa course sur le capteur est très faible. En conséquence il faudrait générer un nombre immense de photons pour obtenir la formation d'une image correcte. Dutré [DLW93] résout ce problème grâce à un échantillonnage *explicite* du capteur. Il considère en fait que chaque pixel est un capteur indépendant, mais il est tout à fait possible de supposer un capteur simple. Comme dans le cas des sources lumineuses et de l'approche directe, par dualité, le capteur est le récepteur qui nous intéresse plus que toutes les autres surfaces, donc à chaque réflexion il suffit de le viser explicitement pour accélérer la convergence vers la solution. C'est à dire qu'à chaque point d'impact du photon, Dutré trace un rayon vers le(s) capteur(s) et y ajoute la contribution du photon modulée par sa réponse avec un poids égal à la probabilité d'occurrence du phénomène. L'algorithme est résumé Figure 4.5.

De son côté Pattanaik a plutôt une approche scène car il considère que chaque surface est en fait un capteur virtuel [PM92] captant les photons qui l'intersectent. Lors de la visualisation proprement dite le flux incident reçu par une surface (le capteur virtuel) peut être estimé par la somme des photons qui ont

<sup>36</sup>Bien sûr un tel "photon" est encore un abus de langage propre au domaine de la synthèse d'images, il n'est en effet pas question de résoudre les équations de la mécanique quantique régissant le comportement des photons réels. Il s'agit en général du nom donné aux sommets du chemin lumineux (représentant les interactions lumière-matière) créée par un rayon et ses réflexions/transmissions propagé depuis une lumière.



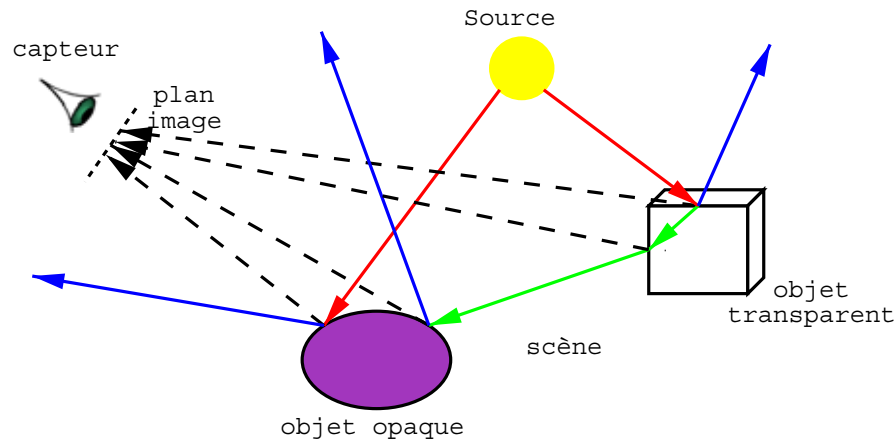


FIG. 4.5: Illustration de l'algorithme du lancer de photons

intersecté cette surface. Arvo [Arv86] utilisait lui des surfaces texturées dont chaque texel était un capteur virtuel pouvant recevoir l'énergie transportée par les photons. L'approche du lancer de photons est de fait très générale et toute sorte de "mesures" peuvent être envisagées selon le type de capteur utilisé.

### Tracer de chemins bidirectionnel

Le *tracer de chemins bidirectionnel* [LW93] [VG94] combine un chemin  $x_0 \dots x_n$  depuis le capteur avec un chemin  $y_0 \dots y_{n'}$  depuis les sources de lumière. L'ensemble des chemins possibles entre chacun des points  $x_i$  et  $y_j$  et dont la longueur est comprise entre 1 et  $n + n'$  est construit. La valeur calculée pour chacun des chemins est ensuite ajoutée à l'estimation finale avec un poids égal à la probabilité de génération du chemin. L'algorithme est résumé Figure 4.5.

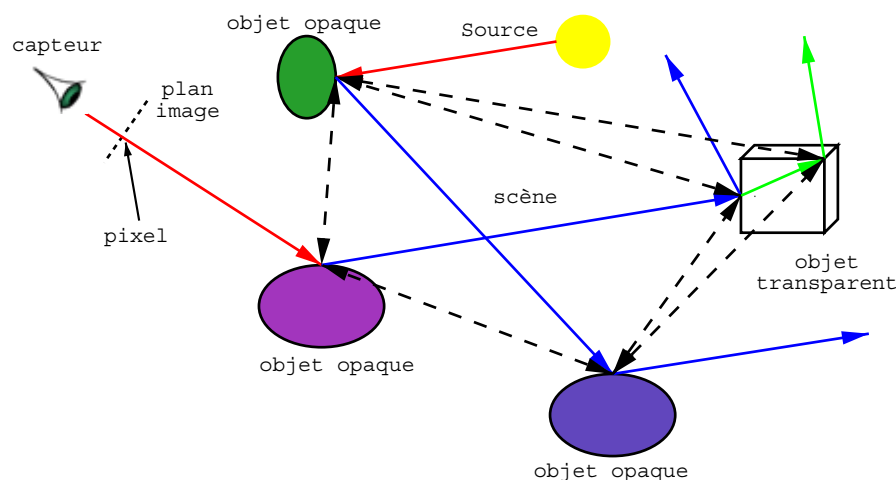


FIG. 4.6: Illustration de l'algorithme du tracer de chemins bidirectionnel

La mise en œuvre de l'algorithme est lourde, complexe et délicate, notamment sur la notion du

poids des chemins [Vea97]. Le tracer de chemins bidirectionnel a été développé originellement pour améliorer l'échantillonnage des chemins lumineux, néanmoins Veach prouva que l'approche classique d'échantillonnage local devait être remise en cause. Il proposa la nouvelle méthode du *Metropolis Light Transport* [VG97] qui au lieu de choisir un nouveau sommet pour un chemin à partir des informations locales à la surface (FDRB, FDTB, etc.), effectue des perturbations globales sur des chemins générés de façon locale. Il s'agit probablement de la stratégie la plus rigoureuse existant aujourd'hui pour calculer l'illumination globale d'une scène, mais sa complexité et son coût calculatoire la rendent difficilement utilisable.

### Carte de photons

Le principe de la *carte de photons* [Jen96] est d'utiliser un lancer de photons classique pour le calcul de l'éclairage mais en se positionnant dans l'espace scène pour se détacher d'un éventuel capteur. A chaque impact entre un photon et une surface, plutôt que de viser explicitement le capteur, l'interaction (énergie du photon, point d'intersection, normale, etc.) est mémorisée dans une structure adaptée nommée carte de photons. Jensen propose d'utiliser un arbre binaire balancé [Ben79] [Ben75] qui est un bon compromis vitesse/stockage. C'est notamment préférable à une structure de type *diagramme de Voronoi* [Aur91], aussi avantageuse pour une recherche mais trop coûteuse en mémoire (en  $O(r^2)$ ).

Ensuite lors de la visualisation, ne reste à réaliser qu'une phase de *collecte* des photons autour du point d'intersection  $x$  de chaque rayon primaire afin de reconstruire la luminance incidente au pixel. La reconstruction est basée sur la méthode de l'*estimation de densité par noyau* [Sil86], utilisée en statistique pour estimer la densité de probabilité d'un ensemble de données observées suivant un processus stochastique. Jensen sélectionne les  $k$  plus proches photons de  $x$  contenus dans une sphère de rayon  $r$ , qui est le paramètre de lissage de l'estimation, pour reconstruire le flux incident reçu par  $x$ . La localisation dans l'arbre est en  $O(k + \log n)$ , avec  $n$  le nombre total de photons stockés.

Cette méthode utilise une localisation des photons dans l'espace 3D sans tenir compte de leur appartenance à telle ou telle surface. Donc des photons appartenant à des surfaces très différentes peuvent être "mélangés" lors de l'estimation en un point. Ceci provoque un biais de la solution, apparaissant sous la forme d'artefacts visuels, notamment sur les bords des surfaces. Des heuristiques permettent de les diminuer. Volevich [VMKK00] utilise d'autres informations comme l'angle entre la normale à la position d'interaction du photon et celle du point d'estimation pour sélectionner ses photons. Shirley [SWH<sup>+</sup>95] duplique par symétrie les photons le long des bords des surfaces. Néanmoins certains [Wal98] [Mys97] préfèrent utiliser une localisation basée sur les surfaces de la scène : pour l'estimation de l'éclairage en un point d'une surface, seuls les photons appartenant à celle-ci sont considérés. Un problème apparaît alors pour les petites surfaces, sur lesquelles peu ou aucun de photons ont été réceptionnés, impliquant une variance importante.

Le principal intérêt de la méthode de la carte de photons est sa rapidité. Une très bonne estimation

de l'illumination globale peut même être obtenue sur des scènes complexes en temps interactifs [Lav03]. De plus elle permet de modéliser correctement des chemins lumineux complexes comme les caustiques [Jen96], difficilement obtenues avec d'autres techniques.

## Conclusion

La méthode de Monte Carlo et tous les algorithmes en découlant possèdent de nombreux avantages sur la radiosité. Premièrement, aucune tessellation des surfaces n'est nécessaire (géométrie procédurale). Deuxièmement, tout type de FDRB est naturellement pris en compte (pas d'hypothèses restrictives). Troisièmement, la précision est contrôlée au niveau image et non pas au niveau scène, elle est donc toujours correctement gérée pour un observateur donné. Quatrièmement, la consommation mémoire est négligeable devant la taille des problèmes. Et cinquièmement, la complexité calculatoire est moins dépendante de la complexité intrinsèque de la scène. Elle a été trouvée empiriquement en  $O(\log n)$  si l'on utilise des techniques de subdivision spatiale [SB87] [KS97] [Gla84], alors que pour la radiosité elle est au mieux en  $O(n \log n)$  [CW93]. C'est pourquoi je me suis naturellement tourné vers ces algorithmes pour mes recherches bien que de nombreux travaux aient été préalablement réalisés sur la radiosité au sein même de notre équipe [JPC94] [PJ94] [PC96] [KPJC97] [DPC01a] [DPC01b]. Par contre le principal problème de la méthode est sa variance, clairement les images obtenues sont bruitées tant que le nombre d'échantillons n'est pas très important (plusieurs centaines). Je montrerai comment il est possible d'utiliser mon modèle de FDRB pour réduire la variance inhérente à la méthode de Monte Carlo tout en accélérant sa mise en œuvre.

### 4.2.3 Grammaire des chemins lumineux

Du fait de leur imperfection (hypothèses restrictives ou limitations théoriques), les algorithmes d'éclaircissement ne peuvent pas calculer correctement tous les transferts énergétiques possibles dans une scène. Il est néanmoins intéressant de les classer en fonction de leurs possibilités. Ainsi Heckbert [Hec90] puis Schlick [Sch92] proposèrent un formalisme des types d'interactions pouvant être modélisées par une technique de rendu spécifique, basé sur les expressions régulières [LP81]. Leur *grammaire* repose sur le concept de *chemin lumineux* qui est le parcours possible de l'énergie lumineuse depuis une source jusqu'à la caméra ou le capteur. Les symboles utilisés et la définition correspondante sont les suivants :

- $C_0$  est une caméra ponctuelle
- $C$  est une caméra réelle
- $L_0$  est une source lumineuse ponctuelle
- $L$  est une source lumineuse réelle
- $D_0$  est une surface parfaitement diffuse
- $D$  est une surface imparfaitement diffuse
- $S_0$  est une surface parfaitement spéculaire

- $S$  est une surface imparfaitement spéculaire
- $|$  signifie ou
- $.$  signifie et
- $+$  signifie une occurrence au plus
- $-$  signifie une occurrence au moins
- $*$  signifie aucune occurrence ou plus
- $\#$  désigne la limite de stockage de la méthode étudiée

La lumière quitte une source ( $L_0$  ou  $L$ ), est réfléchi sur une ou plusieurs surfaces ( $D_0, D, S_0, S$ ) avant de parvenir au capteur ( $C_0$  ou  $C$ ). Comme souvent en mathématiques, par convention d'écriture, le symbole "." est omis. Un chemin lumineux situé à gauche du symbole  $\#$  est calculé indépendamment de l'observateur puis stocké (approche scène), tandis qu'un chemin situé à droite est calculé à la volée en fonction du capteur (approche image). On lit l'expression partielle à gauche du symbole  $\#$  de gauche à droite, et celle à droite de droite à gauche. L'ensemble des chemins possibles dans le monde réel s'exprime simplement par  $L(S|D)^*C$ .

Le Tableau 4.1 résume les capacités des algorithmes de rendu réaliste les plus connus. L'information est bien sûr purement qualitative, elle ne donne aucun renseignement sur la précision ni la complexité de l'algorithme, mais elle permet néanmoins de connaître ses capacités à priori.

Algorithme	Type	Chemins
Modèle de Phong [Pho75]	image	$L_0\#(D_0 D S)^-C_0$
Lancer de rayons [Whi80]	image	$L_0\#(D_0 D S)^-S_0^*C_0$
Lancer de rayons distribué [CPC84]	image	$L\#(D_0 D)^-(S_0 S)^*C$
Tracer de chemins [Kaj86]	image	$L\#(D_0 D S_0 S)^*C$
Tracer de chemins bidirectionnel [LW93]	image	$L\#(D_0 D S_0 S)^*C$
Lancer de photons [DLW93]	image	$L\#(D_0 D S_0 S)^*C$
Carte de photons [Jen96]	mixte	$L(D_0 D S_0 S)^*D_0\#(S_0 S)^*C$
Radiosité classique [GTGB84]	scène	$LD_0^*\#C_0$
Radiosité généralisée [ICG86]	scène	$L(D_0 D S_0 S)^*\#C_0$
Méthode en deux passes [SAWG91]	mixte	$L((S_0^*D_0)(D_0 D))^*\#(S_0 S)^*C$

TAB. 4.1: Comparaison des algorithmes d'illumination globale les plus connus en se basant sur la grammaire des chemins lumineux

#### 4.2.4 Milieux participants

L'illumination globale classique considère simplement les surfaces d'une scène et calcule les échanges d'énergie entre celles-ci. Cette approche est bonne lorsque les objets sont délimitables par une *frontière*

bien définie et placés dans le vide. Par contre la prise en considération d'objets naturels de type nuages, sans frontière apparente ; ou bien de milieux gazeux, composés de vapeur ou de fumée, oblige à repenser l'EQR car la lumière interagit avec les particules du composé volumique tout le long de son parcours et non plus à l'intersection avec une surface. Les photons peuvent être soit absorbés par le milieu, soit diffusés (on parle de *diffusion sortante*). Les probabilités d'absorption et de diffusion sont des propriétés physiques caractéristiques du milieu considéré, définies par le *coefficient de diffusion*  $\sigma_s$  et le *coefficient d'absorption*  $\sigma_a$ . Si l'on considère un segment de longueur  $s$  sur un rayon lumineux de direction  $\omega_r$ , la luminance change continûment en tout point  $x$  de celui-ci. Par absorption et diffusion on a une diminution de la luminance :

$$- \nabla (x, \omega_r, \lambda) = \sigma_a(x, \lambda)L(x, \omega_r, \lambda) + \sigma_s(x, \lambda)L(x, \omega_r, \lambda) = \sigma_t(x, \lambda)L(x, \omega_r, \lambda)$$

$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$  est le *coefficient d'extinction* caractérisant la perte en luminance. Mais la luminance augmente également grâce à l'apport des photons provenant du milieu lui-même (on parle de *diffusion entrante*) :

$$+ \nabla (x, \omega_r, \lambda) = \sigma_s(x, \lambda) \int_{\Omega_i} p(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) L_i(x, \omega_i, \lambda) d\omega_i$$

Comme pour la FDRB la luminance incidente est intégrée sur tout le domaine angulaire (ici  $\Omega_i = \mathcal{S}^2$ ), puis modulée par la fonction de phase  $p$ . La *Fonction de Phase* caractérise, comme la FDRB, la réflexion lumineuse mais pour les composés non-surfaciques (gaz, vapeur, etc.), appelés couramment *milieux participants* dans le domaine du rendu réaliste.

L'augmentation dépend aussi d'une éventuelle émission propre :

$$+ \nabla (x, \omega_r, \lambda) = \sigma_a(x, \lambda)L_e(x, \omega_r, \lambda)$$

Cet ensemble de relations fournit la modification de luminance par unité de distance, en intégrant sur le segment il vient :

$$\begin{aligned} L_r(x, \omega_r, \lambda) &= \int_0^s e^{-\tau(x, x')} \sigma_a(x', \lambda) L_e(x', \omega_r, \lambda) dx' \\ &+ \int_0^s e^{-\tau(x, x')} \sigma_s(x', \lambda) \int_{\Omega_i} p(x', \omega_i, \omega_r, \lambda) L_i(x', \omega_i, \lambda) d\omega_i dx' \\ &+ e^{-\tau(x, x+s\omega_r)} L_r(x + s\omega_r, \omega_r), \end{aligned} \quad (4.23)$$

avec l'*épaisseur optique*  $\tau$  définie par :

$$\tau(x, x') = \int_x^{x'} \sigma_t(s) ds$$

L'équation 4.23 est appelée équation du rendu *volumique*, elle est beaucoup plus complexe que l'EQR. En effet la luminance y dépend d'une dimension nouvelle (position dans l'espace) car la lumière subit

des modifications en tout point et pas seulement sur les surfaces, elle se rapproche ainsi plus de l'EQTR [Cha50].

Comme pour l'EQR des méthodes d'éléments finis sont utilisables (*méthode zonale* [RT87]), ou bien de type lancer de rayons (*Ray Marching* [Jen01a], carte de photons [JC98]).

## 4.3 Rendu physiquement réaliste et ondelettes

### 4.3.1 Ray Of Light : une architecture pour le rendu réaliste

#### Présentation

J'ai développé et utilisé tout au long de ma thèse un logiciel de rendu réaliste que j'ai nommé *Ray Of Light* (ROL). Le but est la définition d'une architecture modulaire qui soit extensible facilement, dans laquelle mon modèle par ondelettes prendrait place naturellement. Il fallait non seulement pouvoir réaliser du rendu RVB (Rouge-Vert-Bleu) mais aussi du rendu spectral (qui exploiterai notamment ma modélisation spectrale de la FDRB). De plus une condition du cahier des charges indiquait qu'il serait possible d'utiliser ma modélisation au sein de divers algorithmes de rendu réaliste utilisant la méthode de Monte-Carlo.

C'est pourquoi, dans *Ray Of Light*, les propriétés physiques des matériaux, la géométrie des objets ainsi que les méthodes de rendu sont toutes abstraites, pour assurer une indépendance à l'implémentation. Il est ainsi possible d'utiliser aussi bien une FDRB analytique simple (par exemple le modèle de Phong) qu'une FDRB mesurée ou modélisée numériquement par ondelettes. Idem pour décrire les fonctions de distribution caractérisant les sources lumineuses, le milieu participant ou les propriétés spectrales. Les divers schémas d'échantillonnage, courants dans une approche de type Monte Carlo, utilisent le même principe. Manier conjointement une FDRB analytique pour le calcul précis de la FDRB, et une structure par ondelettes chargée d'effectuer un échantillonnage par importance efficace, ne pose donc pas de problème.

Les différentes méthodes de rendu que j'ai implémenté sous forme de modules indépendants sont : le lancer de rayons, le lancer de rayons distribué, le tracer de chemins, le lancer de photons, la carte de photons, et un lancer de rayon multi-passes pouvant combiner plusieurs des modules précédents (puisqu'ils sont intégrables de manière dynamique). Deux images calculées avec ROL sont présentées Figure 4.7, la première utilise le tracer de chemins et la seconde un lancer de rayons standard combiné à une carte de photons (ce qui est 10 fois plus rapide à calculer pour un résultat visuel très bon). Bien sûr les techniques standards d'accélération de lancer de rayons sont implémentées au sein de ROL (grilles adaptatives récursives, hiérarchie d'englobants). Le code source sous licence GPL [Fre] est accessible en ligne à l'adresse : <http://www.realistic-rendering.org>.

Le module chargé de la transformée par ondelettes générique proprement dite, ainsi que de la représentation des termes radiométriques, ont été séparés du cœur du programme pour en faire une librairie

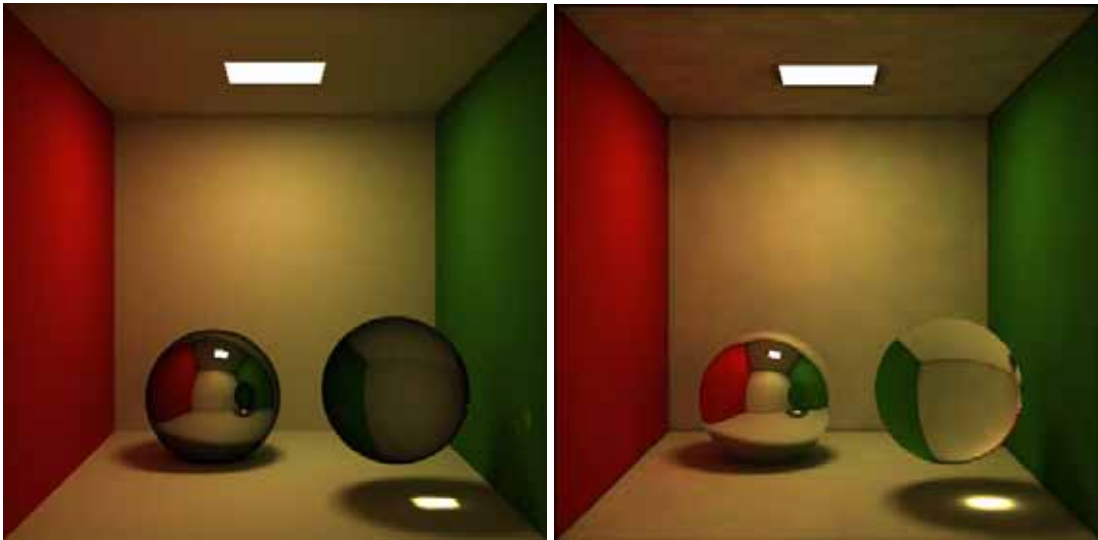


FIG. 4.7: Deux simulations sous ROL utilisant deux modules de rendu différents

à part entière : la *Discrete Wavelet Transform Library* (DWTL). De plus j'ai développé un logiciel de modélisation de FDRB permettant de charger un jeu de mesure et de le modéliser par ondelettes pour ensuite l'exploiter lors du rendu (Figure 4.8). L'utilisateur est aidé par différentes possibilités de visualisation (vue 3D, plan de coupes, vue spectrale), et par de nombreuses fonctionnalités : évaluation de l'erreur, de la vitesse, de la charge mémoire. De nombreux choix sont laissés à la charge de l'utilisateur : seuils de compression, technique d'interpolation, niveau de subdivision, sélection automatique ou non de la base d'ondelettes, etc. Du travail reste à réaliser pour automatiser au maximum ces tâches en fonction du jeu de mesure. En plus de la FDRB ce logiciel permet aussi d'extraire et de modéliser par ondelettes des données annexes (albédos hémisphériques, réflectance, etc.) utilisables lors du rendu.

### Format d'entrée

Le format de description de scènes choisi en natif pour *Ray Of Light* est le format VRML97 [Web97]. En fait il s'agit d'une extension de VRML97 intégrant principalement la description physique des surfaces. Cette extension est réalisée grâce à la librairie VML [Cla99] que j'ai développée pour permettre d'étendre simplement la grammaire du standard VRML (c'est à dire de rajouter de nouveaux nœuds). A titre d'exemple je présente ici les trois nœuds centraux, qui gèrent la description physique des surfaces. C'est à dire définissant la notion de spectre et les différentes fonctions de distribution que sont les FDRB, FDTB, et FDE nécessaires en rendu réaliste (Figure 4.9). Un nœud pour la gestion de milieux participants a aussi été intégré (Figure 4.10). J'ai réalisé aussi de nombreux autres ajouts comme la gestion des textures 2D/3D procédurales, le déplacement de normale, de nouvelles primitives (quadrique, tore, surface implicite).

Un effort avait déjà été fait dans le sens physique par le *Physically Based Rendering Modeling Lan-*

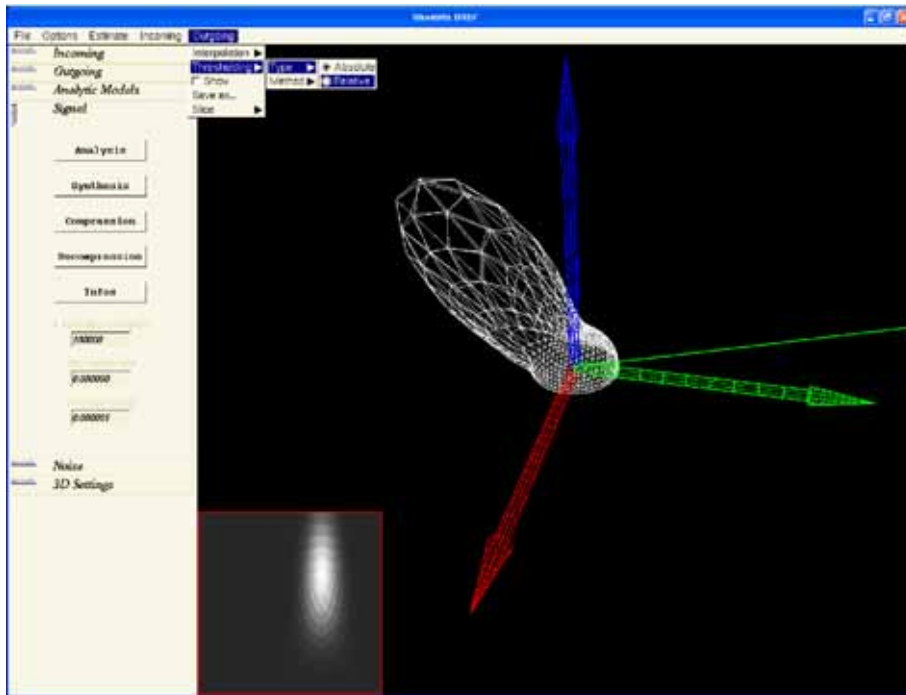


FIG. 4.8: Le logiciel de modélisation de FDRB

*guage* (PhBRML) [Phia]. Cette extension du VRML, plus complète que la mienne, est basée sur la librairie XRML [Phib] qui est similaire à ma librairie de gestion du format VRML et utilisée dans le logiciel *RenderPark* [Phic]. J'ai fait un choix indépendant car d'une part une solution pour l'extension de VRML était disponible et maîtrisée au sein de notre équipe de recherche, et d'autre part je pouvais ainsi sélectionner et me focaliser sur les parties intéressantes pour mon travail. De même le format MGF [Gre] fournit une base pour la description physique des surfaces. Néanmoins il est trop restreint car il ne supporte pas la définition de FDRB ou FDTB, seule la réflectance/transmittance diffuse et spéculaire est donnée. ROL peut lire les scènes MGF en plus du format natif via un module que j'ai écrit dans ce but.

### Contributions

En plus de mes travaux de recherche, Ray Of Light a été utilisé à d'autres fins. cela m'a permis de collaborer avec d'autres chercheurs et m'a été très bénéfique tant sur le plan personnel qu'académique.

Patrice Perez a notamment proposé une extension permettant le calcul d'un bilan radiatif thermique dans l'infrarouge [Per03]. Le but étant d'évaluer les échanges thermiques dans un four à combustion pour limiter la constitution de polluants. Les propriétés radiatives des gaz sont calculées et décrites de manière très fine par un modèle statistique à bandes étroites [TS99] basé sur un modèle de Malkmus [Mal67]. Cette nouvelle représentation spectrale est nécessaire car la précision requise nécessiterait un nombre trop important d'échantillons spectraux uniformes (modèle dit *raie par raie* dans la communauté physique).



```

Material
{
    DistributionFunction brdf : FDRB de la surface
    DistributionFunction btdf : FDTB de la surface
    DistributionFunction edf : FDE de la surface
    Spectrum n : partie réelle de l'indice de réfraction
    Spectrum k : partie imaginaire de l'indice de réfraction
    Spectrum Kr : réflectance spéculaire
    Spectrum Kt : transmittance spéculaire
    Noeud bump : déplacement de normale appliqué à la surface
}

Spectrum
{
    SFFloat start : longueur d'onde inférieure
    SFFloat end : longueur d'onde supérieure
    SFFloat step : pas d'échantillonnage spectral
    MFFloat values : échantillons spectraux
    SFString model : nom du modèle de spectre à utiliser
    SFString data : données externes nécessaires au modèle (jeu de mesures)
}

DistributionFunction
{
    SFString function : type de la fonction de distribution
    SFString model : nom du modèle de fonction à utiliser
    MFFloat realParameters : paramètres réels du modèles
    MFNode spectralParameters : paramètres spectraux du modèle
    MFString data : données externes nécessaires au modèle (jeu de mesures)
    SFBool wavelets : échantillonnage par ondelettes ?
    SFString unit : unité radiométrique pour les FDE
}

```

FIG. 4.9: Les nœuds gérant les matériaux dans ROL

```

Medium
{
    DistributionFunction phase : Fonction de phase
    Spectrum Ks : coefficient de diffusion
    Spectrum Ka : coefficient d'absorption
}

```

FIG. 4.10: Le nœud gérant un milieu participant dans ROL

L'ONERA utilise aussi le noyau pour la représentation des termes radiométriques par ondelettes (DWTL) au sein de son projet COMANCHE [PML<sup>+</sup>02]. Il s'agit d'un code de transfert radiatif spectral calculant la luminance d'une cible sur un fond en tenant compte de façon rigoureuse des effets atmosphériques. Comme aucun modèle physique ne permet une modélisation spectrale de la FDRB de la surface cible, un jeu de mesure allié à mon modèle numérique fut préconisé.

Pour finir, les travaux de Gaston [Gas03] consistant à évaluer l'impact des hypothèses simplificatrices posées par les modèles à base de micro-facettes utilise la DWTL pour le stockage de FDRB simulées par une méthode de Monte-Carlo.

### 4.3.2 Fonctions de distribution

#### Spectre modélisé par ondelettes

Le spectre est un terme radiométrique de base qui recouvre beaucoup de grandeurs différentes. Un spectre peut représenter indifféremment une réflectance, une transmittance ou une luminance par exemple. En fait un spectre est simplement une propriété physique variant avec la longueur d'onde. On parlera aussi souvent de *Distribution de Puissance Spectrale* (DPS), qui représente la puissance d'un rayon lumineux par unité de longueur d'onde sur une aire unitaire perpendiculaire à la direction de propagation. Les DPS décrivent les transferts énergétiques sur les chemins lumineux ( $L_t$  et  $L_r$  dans l'EQR), et déterminent aussi la luminance incidente à un capteur (et donc les couleurs d'une image). Les DPS caractérisent aussi les spectres d'émission des sources lumineuses, dont certains sont standardisés par la *Commission Internationale de l'Eclairage* (CIE) [Com71].

De nombreuses approches ont été proposées tant pour la représentation des spectres que pour le choix de longueurs d'onde pertinentes en rendu réaliste [Mey86] [ZCB97]. Des projections autres que les ondelettes ont été étudiées : Raso utilise des fonctions polynomiales [RF91], Sun une méthode hybride [SFDC01] basée notamment sur une décomposition de Fourier, et Percy construit des fonctions orthonormales sur mesure [Pee93] [GHJ96]. Une méthode similaire aux ondelettes (basée sur la décomposition de Haar) a permis à Iehl d'obtenir une représentation adaptative avec un contrôle de l'erreur perceptuelle commise [RP97] [IP00]. Mais l'utilité de toutes ces approches dans le contexte d'un système de rendu réaliste général, sans connaissances à priori sur les propriétés du capteur, des surfaces, et des sources lumineuses, nécessite d'être étudiée de façon plus approfondie [WTP01]. De plus leur mise en œuvre implique souvent un travail considérable qui n'est pas récompensé par une simplification de la complexité calculatoire en proportion. A l'heure actuelle, un calcul spectral précis est toujours coûteux quelle que soit la stratégie employée.

Je présente ici la projection sur une base d'ondelettes de différentes propriétés spectrales mesurées. Tout d'abord sur une sélection de réflectances issues du Macbeth Color Checker [MMD76], qui est un nuancier utilisé dans le domaine de l'art et de la photographie. Il s'agit d'un ensemble de 24 couleurs représentatives de classes de couleurs rencontrées dans la vie quotidienne et dont le spectre de réflectance

a été mesuré en laboratoire. J'ai choisi les couleurs dénommées Light Skin, Blue Sky, Foliage, Red, Neutral.35 dont les spectres sont assez différents. Ensuite j'utilise des spectres d'émission standards de la CIE caractérisants l'émission de diverses sources lumineuses typiques [WS82] [Com71] : illuminants A, B, C et D65. Ceux-ci contiennent 80 échantillons spectraux dans le visible. La Table 4.2 montre les résultats obtenus en terme d'erreur relative après compression, en ne gardant qu'un certain nombre des plus grands coefficients d'ondelettes dans la représentation. Les niveaux globaux sont relativement satisfaisants et démontrent la versatilité des ondelettes. Comme dans le cas de la FDRB, pour chaque modélisation la meilleure base est sélectionnée. Quelques données physiques mesurées par les soins

# coef.	16			8			4		
Nom	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$
Light Skin	1.1	1.6	5.4	2.9	3.8	12	7.6	10	22
Blue Sky	0.47	0.68	1.7	2	3	8.2	9.1	12	27
Foliage	3.9	5.9	17	10	14	47	26	33	65
Red	4.5	6.8	16	8	13	49	17	26	91
Neutral.35	0.15	0.23	0.68	0.39	0.58	1.5	1.7	3.2	10
A	0.23	0.36	1.3	2.6	4.8	14	9.6	15	37
B	1	1.3	4.2	3	3.8	8.8	5.2	6.4	13
C	1.1	1.5	4.6	4.1	5.6	15	7.7	10	20
D65	1.2	1.6	5.5	2	3	16	3.4	5.3	19

TAB. 4.2: Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des spectres standards en synthèse d'images en utilisant les 16, 8, et 4 plus importants coefficients d'ondelettes

de l'ONERA ont été adjointes à ce panel usuel en synthèse d'images. Elles permettent d'étendre les tests à des données peu usuelles en rendu et en dehors du domaine visible. Les deux réflectances furent mesurées sur de l'herbe ( $r_1$ ) et une peinture ( $r_2$ ) entre 0.3 et 4 microns. Les deux luminances furent obtenues sur du sable (I1) et de la végétation (I2) entre 0.3 et 13.6 microns. Les deux émissivités sont issues de relevés sur peintures infra-rouges entre 2.5 et 21 microns. Comme ces jeux de mesures ne sont pas homogènes en nombre d'échantillons (pouvant aller d'environ 500 à plus de 2000) il est plus logique de parler ici en fonction du rapport de compression que du nombre de coefficients conservés. Les résultats présentés Table 4.3 amènent une conclusion principale, la compression fonctionne mieux sur des émissivités ou des réflectances que sur des spectres de luminance. Les Figures 4.11 et 4.12 montrent quelques représentations graphiques de spectres modélisés par ondelettes présentés ci-dessus, et utilisant un nombre variable de coefficients ou des taux de compression différents. Les variations vis-à-vis de la longueur d'onde sont relativement bien conservées même pour un faible nombre de coefficients dans la projection. Les données de luminance et d'émissivité, relativement bruitées, sont lissées par la

# coef.	8 :1			16 :1			32 :1		
Cas	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_\infty^r$
r1	1.4	2	6.1	3.2	4.2	10	8.6	13	50
r2	0.68	1.2	8.4	1	1.8	12	2.3	4.5	31
l1	3.5	6.5	73	4.9	9.2	119	6.1	11	114
l2	9.5	16	218	14	22	218	25	32	145
e1	0.57	0.76	3.7	0.87	1.1	6	1.6	2.1	11
e2	0.94	1.2	4.4	1.9	2.3	8.9	4.6	5.6	19

TAB. 4.3: Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des spectres mesurés à l'ONERA pour différents rapports de compression

compression ce qui est un avantage certain pour ce genre de mesures.

### FDRB modélisée par ondelettes

Pour ce qui est de la modélisation à proprement parler de FDRB grâce aux ondelettes, le problème a déjà été longuement traité au Chapitre 3. Inutile donc de discuter de cela ici, je vais plutôt m'attacher à décrire comment les ondelettes fournissent un moyen efficace d'utiliser des FDRB mesurées au sein d'algorithmes d'illumination globale. En particulier je vais définir un schéma d'échantillonnage optimal de mon modèle, qui sera très intéressant pour toute méthode employant la technique de Monte Carlo. Mais en premier lieu, regardons l'influence de la modélisation par ondelettes (compression, interpolation) sur l'impression visuelle. Je ne me baserai ici que sur un point de vue qualitatif, car une étude quantitative nécessite la mise en place d'un dispositif lourd et complexe de comparaison entre image calculée et photographie réelle. Il faut en effet maîtriser complètement les conditions d'éclairage et d'observations, ainsi que disposer des propriétés intrinsèques de l'appareil photographique pour une comparaison perceptuelle probante <sup>37</sup>.

Du point de vue de la précision, le rendu nécessite moins de détails qu'une modélisation physique rigoureuse. C'est pourquoi généralement j'ai utilisé un niveau de subdivision sphérique égal à trois au lieu de quatre comme lors des évaluations d'erreurs. L'interpolation directionnelle compense la différence (un bon compromis temps/précision étant obtenu avec un schéma barycentrique).

La Figure 4.13 est un rendu RVB, utilisant donc trois FDRB à longueur d'onde fixée, du modèle de théière avec différentes FDRB compressées par ondelettes (10 :1).

Voyons maintenant l'influence de la compression sur l'apparence visuelle. Les Figures 4.14 et 4.15 montrent un rendu basée sur la même FDRB (respectivement le velours et le plastique) mais à différents

<sup>37</sup>Dans la prochaine section une telle étude sera possible car dans le cas des méthodes de Monte Carlo un indicateur quantitatif existe : la variance.

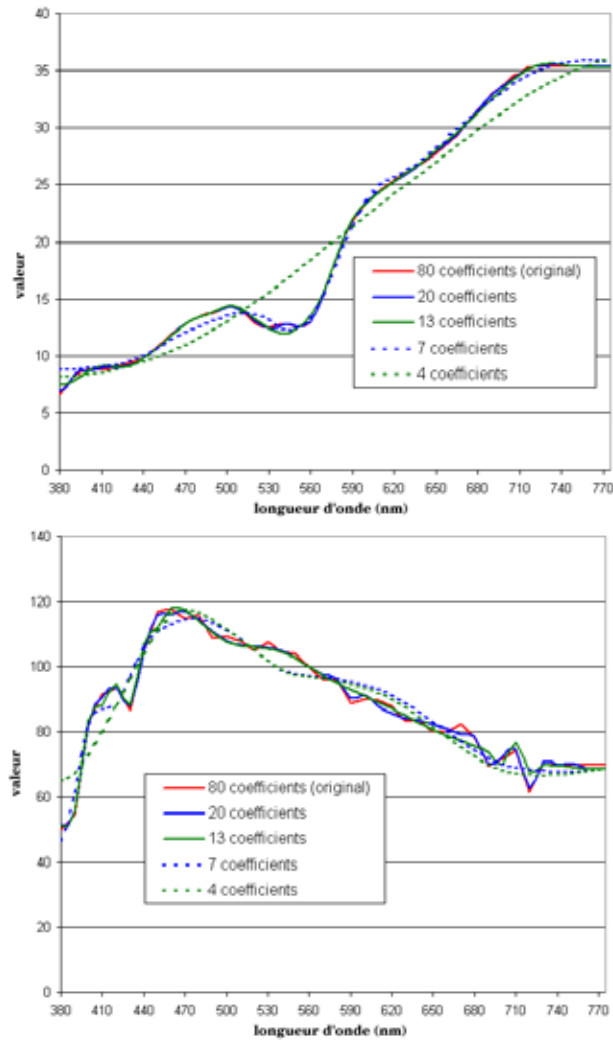


FIG. 4.11: Différentes reconstruction de spectres à partir de la projection sur une base d'ondelettes : réflectance Light Skin et illuminant CIE D65 en valeur relative

taux de compression. Évidemment plus la compression augmente plus le matériau semble devenir diffus et les détails disparaissent, à cause du lissage provoqué par la compression. Néanmoins le pic spéculaire marqué sur le plastique est relativement bien conservé jusqu'à de fort taux. Par contre la transition du diffus au spéculaire devient très apparente à cause du phénomène d'élévation déjà expliqué paragraphe 3.2.1.0. Pour le velours, les variations, et donc les détails visuels, étant beaucoup plus faibles, ils disparaissent même avec des taux faibles de compression ( $>10 : 1$ ).

Les Figures 4.16 et 4.17 (Planches Couleurs 1 et 2) illustrent l'utilisation d'une FDRB spectrale pour simuler le matériau ayant servi pour la confection d'un canapé. Une texture de déplacement de normale a été ajoutée pour tenter de simuler avec plus de réalisme la trame du tissu. Un rendu avec la FDRB isotrope que nous avons mesurée sur un échantillon de toile est d'abord présenté, puis un rendu avec la FDRB anisotrope obtenue sur notre échantillon de velours. On peut observer de nettes variations apparaissant

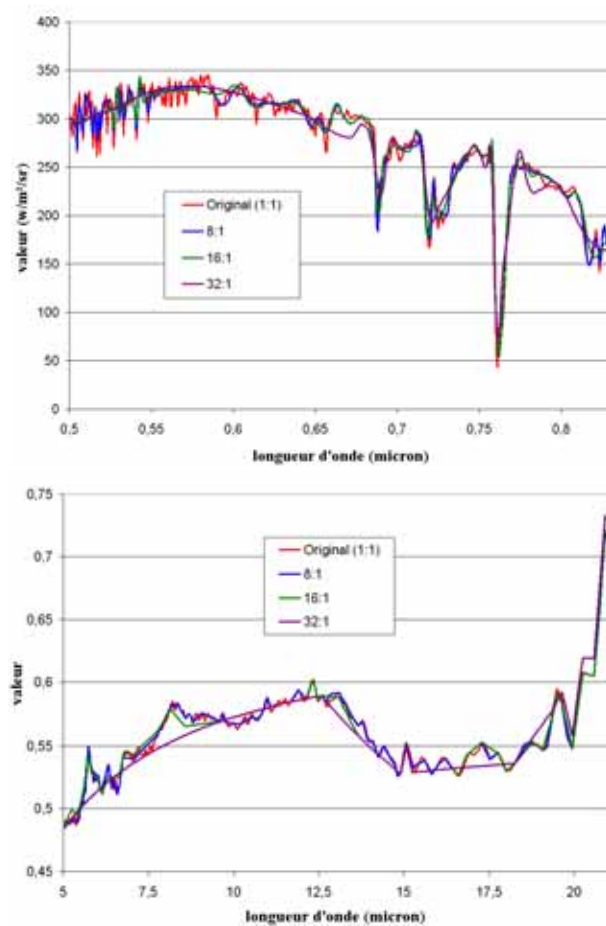


FIG. 4.12: Reconstruction pour différents taux de compression : luminance du sable et émissivité d'une peinture mesurées à l'ONERA



FIG. 4.13: FDRB de la toile, du plastique, du velours, et du mélaminé compressée à 10 : 1 et appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons

pour différents éclairages ou différentes positions d'observation dans le cas anisotrope, beaucoup moins marquées dans le cas isotrope. Les FDRB sont toutes deux compressées avec un rapport de 16 : 1 et les détails, notamment du velours, sont correctement conservés. Si au lieu d'utiliser toute l'information



FIG. 4.14: FDRB du plastique appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons, de gauche à droite : FDRB non compressée, à 10 :1, compressée à 20 :1, à 50 :1



FIG. 4.15: FDRB du velours appliquées sur une théière visualisée en lancer de rayons, de gauche à droite : FDRB non compressée, compressée à 10 :1, à 20 :1, à 50 :1

spectrale, seule l'information accessible pour les longueurs d'onde correspondant aux valeurs  $R$ ,  $V$ , et  $B$  est utilisée, le résultat obtenu est visuellement faux (voir Figure 4.18).

Pour finir observons l'impact visuel du schéma d'interpolation choisi. La Figure 4.19 montre un rendu utilisant la même FDRB (velours) mais avec les différents schémas d'interpolation disponibles. La technique du plus proche voisin n'est pas suffisante pour un aspect visuel correct. Utiliser le jeu de mesure de façon directe n'est donc pas envisageable. L'interpolation de Monte Carlo, utilisant cinq échantillons sur un angle solide d'environ  $5 \times 10^{-3}$  sr, obtient déjà un bien meilleur résultat (qui pourrait être amélioré avec plus d'échantillons mais au prix d'un temps de calcul plus long). Enfin l'interpolation barycentrique présente le meilleur compromis visuel/calcul.

### FDE modélisée par ondelettes

La *Fonction de Distribution de l'Émittance* (FDE) caractérise la DPS d'une source lumineuse pour chaque direction possible d'émission. L'utilisation de FDE en rendu réaliste est très rare. D'une part par manque de modèles, notamment au niveau du comportement spectral. D'autre part par manque de mesures physiques, car il est très délicat de mesurer des luminaires. Dans la plupart des logiciels il est possible d'utiliser un modèle à base de lobes (type Phong) pour simuler des sources réalistes (notamment

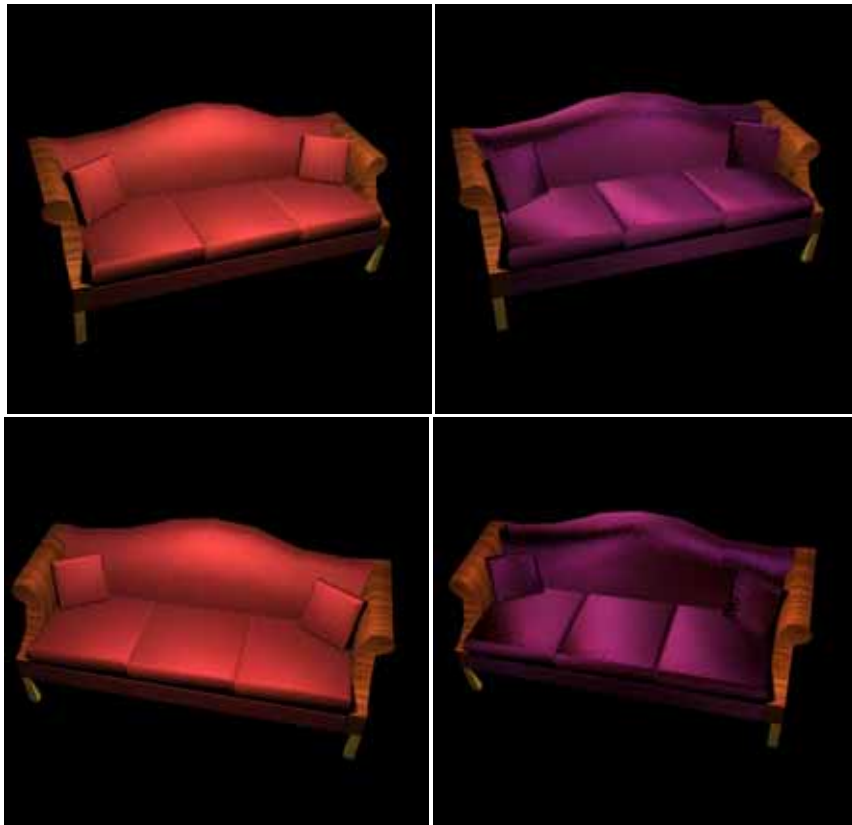


FIG. 4.16: Lancer de rayon spectral sur un canapé avec deux FDRB (16 :1) et deux directions d'observation différentes, à gauche : FDRB isotrope de la toile, à droite : FDRB anisotrope du velours

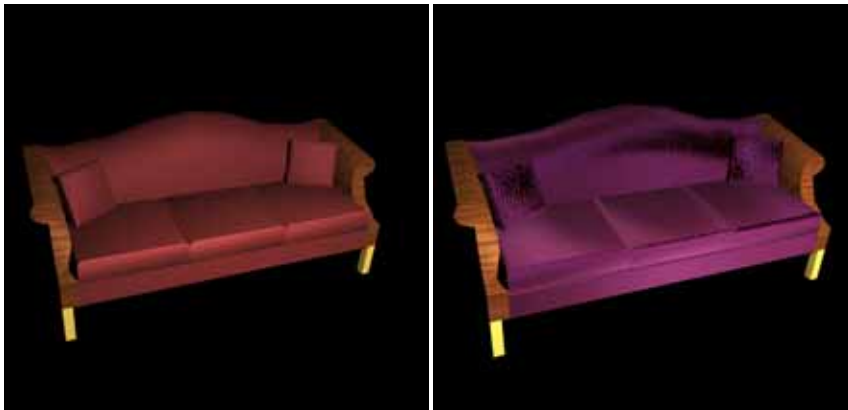


FIG. 4.17: Lancer de rayon spectral sur le canapé avec un éclairage différent

des spots). Néanmoins cette approche n'a aucune validité physique et ne peut être considérée comme une solution générale.

Une façon de simuler des FDE spectrales est d'utiliser les informations fournies par des fichiers photométriques au standard IESNA LM-63 [IES91] [Gla95]. Une telle représentation suppose une source





FIG. 4.18: Lancer de rayon RVB sur le canapé avec la FDRB du velours (16 :1)



FIG. 4.19: FDRB du velours appliquée sur une sphère avec différentes méthodes d'interpolation, de gauche à droite : plus proche voisin, Monte Carlo, et interpolation barycentrique

ponctuelle ou homogène (i.e. la FDE ne varie pas sur la surface), et en champ lointain (distance de la source  $\gg$  taille de la source [Ash95]). Nous retrouvons une hypothèse semblable à celle de la FDRB (matériaux homogènes) qui permet de restreindre la complexité de la fonction de distribution. Celle-ci est disponible sous la forme d'un diagramme *goniométrique* [VG84].

Cazier et al. [CCDP94] [DP95] [PDW95] modélisent la géométrie complète de la source lumineuse (lampe, réflecteur, etc.) et simulent les transferts énergétiques internes pour produire une FDE surfacique sur une interface (surface réelle ou virtuelle du luminaire). Mais ils ne proposent pas de modélisation proprement dite de cette fonction.

Le standard IESNA LM-63 est une norme de fichiers ASCII utilisés couramment par les fabricants de luminaires d'Amérique du Nord pour distribuer les données photométriques relatives à leurs produits. Un fichier IESNA fournit la distribution de candela (sur  $S^2$ ) d'un luminaire, aussi appelée *diagramme goniométrique*. Comme il s'agit d'un terme photométrique et non radiométrique, son utilisation directe en rendu est impossible. Nous devons supposer la même distribution spectrale relative pour chaque di-

rection (c'est à dire la décorrélation des aspects spectraux et directionnels). Puis simplement adapter le niveau du spectre au niveau de la distribution pour une direction donnée (car elle nous fournit la valeur de son intégration spectrale). En effectuant bien sûr la conversion photométrique-radiométrique appropriée.

La table 4.4 présente les résultats de compression pour trois FDE construites à partir de trois descriptions IESNA de luminaires réels montrés Figure 4.20. J'ai utilisé, respectivement, les distributions d'illuminants standards CIE B, C et D65 pour la distribution spectrale. L'échantillonnage spectral est de 5nm dans le spectre visible et la subdivision sphérique de niveau 4.

FDE		(a)		(b)		(c)	
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
1 :1	186,368	0	0	0	0	0	0
2 :1	93,184	0.13	0.18	0.2	0.28	0.69	0.9
8 :1	23,296	0.2.4	3.3	3.8	4.6	3.3	4.1
16 :1	11,648	3.5	5	4.8	6.1	4.6	6
32 :1	5,824	9.5	15	9.9	14	7.5	12
64 :1	2,912	18	31	13	19	13	21

TAB. 4.4: Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des FDE spectrales virtuelles

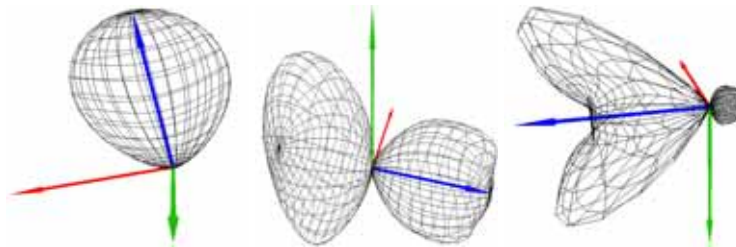


FIG. 4.20: Distributions photométriques de trois luminaires réels (a, b, et c)

Il y a principalement deux raisons pour expliquer les moins bonnes performances par rapport à la modélisation de FDRB. Premièrement, le comportement spectral est plus lisse pour les FDRB que pour les FDE. En effet, les spectres d'émission contiennent beaucoup plus de hautes fréquences et de pics. Deuxièmement, l'aspect directionnel est plus complexe, composé de plusieurs lobes prononcés. Néanmoins, la modélisation permet des rapports de compression relativement intéressants au vu de l'erreur correspondante (jusqu'à 32 :1).

### Fonction de phase modélisée par ondelettes

Les fonctions de phase sont similaires aux FDRB à part pour leur domaine de définition qui est  $\mathcal{S}^2 \times \mathcal{S}^2$  et non pas  $\mathcal{H}^2 \times \mathcal{H}^2$ . Mon modèle leur est donc applicable de la même manière, en changeant simplement la structure de la subdivision sphérique. Néanmoins, comme pour les FDE, on manque cruellement de données (mesures) pour les fonctions de phase, spécialement dans le cas spectral. Je me suis donc rabattu, comme le font tous les utilisateurs de ce type de fonctions, vers des modèles analytiques à longueur d'onde fixée. Le plus connu est sans aucun doute celui de Henyey et Greenstein [Gla95]. La version à deux termes permet de gérer la diffusion de type Rayleigh (particules inférieures à la longueur d'onde [BH83] [Kla87]) et de type Mie (particules du même ordre de grandeur que la longueur d'onde [Mie08] [NMN87]). Schlick et al. proposèrent une approximation efficace de ce modèle [BSS93] que j'ai utilisé pour les trois cas les plus connus grâce aux données fournies par leurs travaux (Figure 4.21). La Table 4.5 démontre que ces fonctions sont relativement compressibles. Seule la fonction de Mie pour

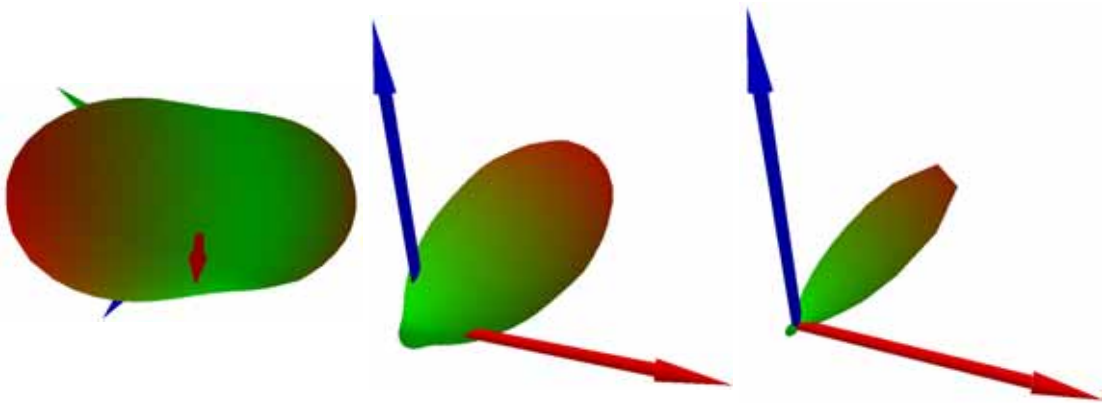


FIG. 4.21: Vues 3D à longueur d'onde fixée de trois fonctions de phase normalisées et utilisées pour le test du modèle par ondelettes. La couleur indique le niveau (vert=faible, rouge=élevé). Dans l'ordre diffusion de Rayleigh, et de Mie (hazy puis murky)

un milieu dense en particule (*murky*) pose quelques difficultés alors que celle pour un milieu peu dense (*hazy*) se compresses bien. En effet elle est très "allongée" et présente de fortes variations de niveau (cas similaire aux FDRB spéculaires avec un pic étendu). Deux images calculées en utilisant ces fonctions sont présentées Figure 4.22. La boîte de Cornell<sup>38</sup> est rendue en lancer de rayons avec un milieu participant basé sur la diffusion de Rayleigh, puis de Mie pour la fonction de phase. Dans le premier cas le milieu est considéré gris, dans le second cas les données d'absorption et de diffusion de l'eau de mer ont été utilisées.

<sup>38</sup>La boîte de Cornell est une scène de test très courante pour les algorithmes d'illumination globale. Bien que géométriquement simple, les échanges énergétiques indirects sont importants de par la proximité de taille des objets qui la composent.

Fonction		Rayleigh		Mie (hazy)		Mie (murky)	
$r_c$	# coef.	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$	$\epsilon_1^r$	$\epsilon_2^r$
1 : 1	4,194,304	0	0	0	0	0	0
2 : 1	2,097,152	0.28	0.44	1.5	2.1	2.4	3.4
8 : 1	524,288	2	2.5	2.9	3.5	7.2	8.9
16 : 1	262,144	2.1	2.6	4.5	5.4	9.4	11
32 : 1	131,072	2.3	2.8	6.2	8.5	16	19
64 : 1	65,536	4.2	4.9	9	10	19	23

TAB. 4.5: Rapport de compression et erreur relative correspondante (%) pour des fonctions de phase à longueur d'onde fixée

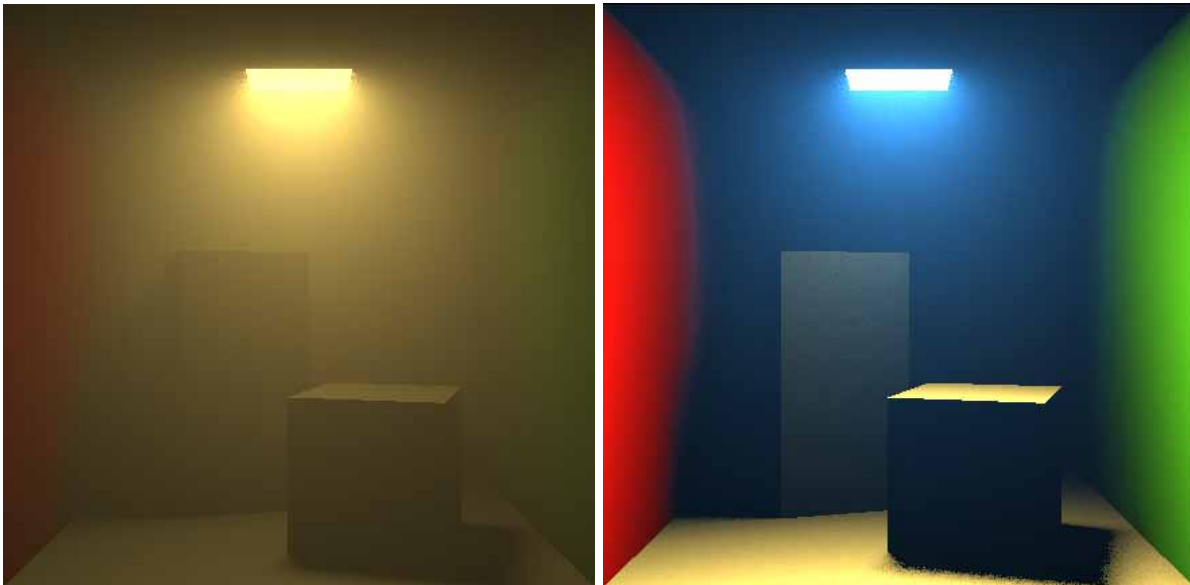


FIG. 4.22: Rendu de la Boîte de Cornell avec milieu participant. A gauche fonction de phase de Rayleigh, a droite fonction de phase de Mie, toutes deux compressées par ondelettes (16 : 1)

### 4.3.3 Échantillonnage par importance

#### Algorithme

Ma représentation par ondelettes de la FDRB est utilisable de manière directe dans un code de transfert radiatif, ou par exemple pour la compression d'une base de données physiques, mais ceci n'est pas suffisant. En effet un modèle optimal en simulation implique que l'on puisse l'utiliser de façon directe *et* indirecte. C'est à dire qu'il faut pouvoir fournir une valeur de FDRB spectrale pour des directions d'éclairage et d'observation données, mais aussi être capable de générer un ensemble de directions où la FDRB est importante. Le but est donc de définir une *densité de probabilité* en accord avec la FDRB.

Même si théoriquement on pourrait générer les directions en se basant directement sur la FDRB représentée par ondelettes, j'ai choisi d'utiliser une structure séparée. Deux raisons principales ont motivé ce choix. Tout d'abord la FDRB doit être intégrée spectralement. En effet on recherche des directions où l'énergie lumineuse est *globalement* importante car l'EQR n'est pas résolue pour chaque longueur d'onde mais de façon vectorielle. De plus l'échantillonnage d'importance doit pouvoir être utilisé avec une autre représentation de la FDRB : typiquement une représentation analytique. Ainsi même s'il est impossible d'inverser analytiquement un nouveau modèle de FDRB il sera néanmoins possible d'utiliser une inversion numérique performante pour l'intégrer au sein de l'algorithme d'illumination globale. Intégrer spectralement la FDRB à la volée serait une opération relativement coûteuse. Donc la première chose à faire est de pré-calculer cette intégration :

$$f_r(\omega_i, \omega_r) = \int_{\lambda} f_r(\omega_i, \omega_r, \lambda) d\lambda$$

En fait l'intégration réduit le domaine de la FDRB de  $\mathcal{H}^2 \times \mathcal{H}^2 \times \mathcal{R}$  à  $\mathcal{H}^2 \times \mathcal{H}^2$ . Il est donc possible d'utiliser une structure identique à celle gérant les FDRB monochromatiques pour stocker puis compresser celle-ci. Pour optimiser l'échantillonnage j'inclus directement le terme en cosinus de l'EQR [LW95]. J'utiliserai donc plutôt l'angle solide projeté que l'angle solide simple. Pour ne pas surcharger inutilement le discours je ne ferai pas apparaître ce terme mais il est implicite. Il faut considérer dans toute la suite de ce paragraphe  $d\omega$  comme étant l'angle solide projeté ou bien de manière équivalente inclure le terme en cosinus dans la fonction comme s'il faisait partie intégrante de la FDRB.

Le but de la démarche consiste, je le rappelle, à générer une direction réfléchie pour une direction incidente fixée à partir de la structure d'intégration. Grâce à l'approche générique, le modèle reconstruit effectivement un objet Réflectance pour une direction donnée. Celle-ci décrit la réponse de la surface, intégrée spectralement, pour la direction incidente. Ensuite je n'ai besoin de travailler que sur cette Réflectance, ce qui permet d'optimiser les calculs (uniquement une transformée sphérique inverse sera nécessaire pour la reconstruction des valeurs).

Pour expliciter mon approche, commençons par considérer une fonction constante par morceaux  $f : [a, b] \mapsto \mathcal{R}$ . Les différents morceaux  $p_i, i \geq 0$  où  $f$  est constante à valeur  $v_i, i \geq 0$ , sont définis sur les intervalles  $[x_i, x_{i+1}], i \geq 0$ . Supposons vouloir générer un échantillon  $x$  selon la fonction  $f$ . La technique standard consiste à sélectionner tout d'abord un morceau par rapport à son importance grâce à une fonction de probabilité, puis à choisir uniformément un point dans le morceau (chaque position étant équiprobable puisque  $f$  y est constante). La probabilité d'un morceau  $p_k$  est :

$$P(p_k) = \frac{v_k(x_{k+1} - x_k)}{\int_a^b f dx} = \frac{v_k(x_{k+1} - x_k)}{\sum_i v_i(x_{i+1} - x_i)}$$

Celle de choisir n'importe quel  $x$  uniformément dans  $p_k$  est :

$$P(x \in p_k) = \frac{1}{(x_{k+1} - x_k)}$$

La probabilité finale est donc :

$$P(x) = P(p_k)P(x \in p_k) = \frac{v_k(x_{k+1} - x_k)}{(x_{k+1} - x_k) \sum_i v_i(x_{i+1} - x_i)} = \frac{v_k}{\sum_i v_i(x_{i+1} - x_i)}$$

Premièrement il faut générer un nombre aléatoire :

$$y \in [0, \int_a^b f dx]$$

puis rechercher le premier morceau  $p_k$  (ou de manière équivalente la première abscisse  $x_{k+1}$ ) tel que :

$$y < \int_{x_0}^{x_{k+1}} f dx$$

Le modèle fournit une représentation constante par morceaux sur la sphère. En effet il y a une seule valeur par triangle et l'on peut considérer celle-ci comme constante sur le triangle en question. Donc il suffit de faire la même chose. Dans ce cas il faut utiliser un nombre aléatoire  $y$  tel que :

$$y \in [0, \int_{\Omega_r} f_r^\lambda(\omega_i, \omega_r) d\omega_r]$$

Ensuite choisir un niveau de précision, disons  $j$ . Puis partant du premier triangle  $T_j^0$ , on accumule la valeur de l'intégrale de la FDRB sur les triangles du niveau  $j$  jusqu'à trouver  $T_j^k$  pour lequel <sup>39</sup> S :

$$y < \int_{\cup_{l=0}^k T_j^l} f_r^\lambda(\omega_i, \omega_r) d\omega_r$$

La complexité de cet algorithme est en  $O(n)$ , où  $n$  est le nombre de triangles (ou de points de mesure) au niveau  $j$ . En utilisant l'aspect multirésolution de mon modèle et la structure en quad-tree la complexité peut être réduite à  $O(\log_4 n)$ . Il s'agit de passer d'un parcours linéaire à un parcours dans un arbre quaternaire. C'est ici que vient en aide la base d'ondelettes de Haar. Bien qu'elle puisse sembler primitive elle présente une propriété qui autorise une économie en temps de calcul comme le nota Lalonde [LF97b]. J'ai adapté ce travail à ma représentation. Chaque coefficient d'échelle au niveau  $j$  est en fait la moyenne des coefficients d'échelle du niveau supérieur  $j + 1$ . La valeur reconstruite d'un triangle  $T_j^k$  est la moyenne des valeurs reconstruites de ses enfants au niveau  $j + 1$ . La FDRB étant considérée constante sur les triangles on a :

$$\int_{T_j^k} f_r^\lambda(\omega_i, \omega_r) d\omega_r = \sum_{l=0}^{l=3} \int_{T_{j+1}^l} f_r^\lambda(\omega_i, \omega_r) d\omega_r$$

avec  $T_{j+1}^l$  fils de  $T_j^k$

<sup>39</sup>Cette sélection est indépendante de l'ordre de choix des triangles car toute valeur est équiprobable.

Cette remarque intéressante augmente la vitesse de recherche de  $T_j^k$  et autorise une recherche récursive. En effet, à partir du niveau zéro, on accumule l'intégrale de  $f_r^\lambda$  sur les triangles du demi-octahèdre. Premièrement on recherchera  $T_0^u$  tel que :

$$y < \int_{\cup_{l=0}^u T_0^l} f_r^\lambda(\omega_i, \omega_r) d\omega_r$$

Puis on examinera récursivement ses enfants, jusqu'au niveau de précision  $j$  souhaité. L'algorithme présenté Figure 4.23 effectue une recherche récursive de la direction de réflexion et calcule sa probabilité.

## Résultats

**Tracer de chemins** Dans cette section je présente des rendus de scènes réalisées par tracer de chemins, méthode de lancer de rayons de Monte Carlo par excellence. Dans une première partie je m'intéresserai à l'utilisation de FDRB physiquement réalistes pour un rendu RVB standard, puis dans une seconde à l'intégration de FDRB spectrales.

**Rendu RVB** Dans le cadre du rendu RVB j'utiliserai, pour chaque surface représentée par une FDRB mesurée, trois structures monochromatiques. C'est à dire une FDRB modélisée et compressée par ondelettes pour chacune des longueurs d'onde d'intérêt qui sont 700, 546.1 et 435.8 nanomètres. Auxquelles il faut adjoindre la structure d'échantillonnage d'importance par ondelettes.

Pour une comparaison qualitative de l'échantillonnage, j'ai généré les images de la Figure 4.24 (Planche Couleur 4) avec 1000 rayons par pixel. La surface des sphères est modélisée par une FDRB métallique de Phong analytique, les murs sont eux purement diffus. De gauche à droite un échantillonnage uniforme, un échantillonnage d'importance analytique, et un échantillonnage d'importance basé sur la représentation par ondelettes sont utilisés. La première méthode fournit une image uniformément bruitée. La variance est globalement élevée. L'échantillonnage analytique fournit une image localement bruitée. La variance est faible sauf pour quelques pixels qui présentent une variance importante. L'échantillonnage d'importance par ondelettes n'a aucun de ces deux problèmes. La variance est stable sur l'image. L'impression qualitative est confirmée par une étude quantitative (Table 4.6). Ma technique consiste à évaluer la variance locale par pixel en utilisant la 8-connexité (les huit plus proches voisins ou pixels) sur l'image. Puis à définir la variance totale comme la moyenne des variances locales. Le problème de

échantillonnage	rayons	variance
uniforme	1000	0.0094 (référence)
analytique	1000	0.0074 (-21%)
ondelettes	1000	0.0062 (-34%)

TAB. 4.6: Comparaison quantitative pour la FDRB métallique de Phong

---



---

```

Données : Direction  $\omega_i$  , Entier niveau
Résultat : Direction  $\omega_r$  , Réel fdp
début
  // réflectance hémisphérique
   $r = \int_{\Omega_r} f_r(x, \omega_i, \omega_r) d\omega_r$ 
  // valeur aléatoire
  y = random(0,r)
  trouvé = faux
  // intégrale cumulée
  total = 0
  i = 0
  // pour chaque triangle du demi-octahèdre
  tant que non trouvé et  $i < 4$  faire
  |   Echantillonne( $T_0^i, r, y, total, 0, niveau, trouvé$ )
  |   i++
fin
Echantillonne(T,r,y,total,niveauActuel,niveauFinal,trouvé) :
Données : Triangle T , Réel r , Réel y , Réel total ,
           Entier niveauActuel , Entier niveauFinal , Booléen trouvé
Résultat : Direction  $\omega_r$  , Réel pdf
début
  si trouvé alors
  |   fin
  // tant que le niveau désiré n'est pas atteint
  si niveauActuel < niveauFinal alors
  |   // la direction se trouve dans ce triangle
  |   si  $y < total + T.valeur * T.d\omega$  alors
  |   |   // examinons ses fils
  |   |   pour  $i = 0..4$  faire
  |   |   |   Echantillonne(T.fils[i],r,y,total,
  |   |   |   niveauActuel+1,niveauFinal,trouvé)
  |   |   // la direction n'est pas dans ce triangle
  |   sinon
  |   |   // ajout du poids du triangle à l'intégrale cumulée
  |   |   total += T.valeur * T.d $\omega$ 
  |   sinon
  |   |   // ajout du poids du triangle à l'intégrale cumulée
  |   |   total += T.valeur * T.d $\omega$ 
  |   |   // nous avons le bon triangle
  |   |   si  $y < total$  alors
  |   |   |   trouvé = vrai
  |   |   |   // générer uniformément un point dans le triangle
  |   |   |    $\omega_r = T.GenerePoint()$ 
  |   |   |   // probabilité finale de sélection de la direction
  |   |   |    $fdp = \frac{T.valeur * T.d\omega}{r} * \frac{1}{T.aire}$ 
  |   |   fin
  |   fin
fin

```

---

FIG. 4.23: Échantillonnage d'importance via représentation par ondelettes





FIG. 4.24: Les sphères de la scène utilisent une FDRB métallique de Phong : échantillonnage uniforme à gauche, analytique par importance au centre et par ondelettes à droite, 1000 rayons par pixel

l'échantillonnage d'importance analytique est introduit par l'hypothèse que la FDRB est *séparable*, i.e. composée d'un terme diffus et d'un terme spéculaire parfaits. En effet, la partie spéculaire augmente la variance globale par la présence d'un pic important à support localisé. Si théoriquement, le processus stochastique ne converge qu'à l'infini, il est stoppé au terme d'un nombre fini de rayons suivis en pratique. Certains échantillons stoppés trop tôt, ne "voient" que la partie spéculaire, car celle-ci étant prédominante il faut générer beaucoup d'échantillons avant d'en obtenir un dans la partie diffuse. C'est pourquoi une précision moindre pour la structure d'échantillonnage est en fait un avantage. D'une part, une compression importante de la FDRB a tendance à lisser les pics spéculaires. D'autre part, si le niveau de subdivision n'est pas très élevé, l'aire d'un triangle est assez importante pour inclure le pic spéculaire. Comme la direction finale est sélectionnée uniformément dans le triangle, un lissage est aussi réalisé à ce moment là. Donc en adaptant le niveau de précision de la structure, l'optimisation s'effectue en terme de temps de calcul (procédure de sélection récursive stoppée plus tôt), mais aussi en terme de qualité (réduction de la variance). Une chose importante à remarquer est que malgré une précision plus faible pour la structure d'échantillonnage, j'utilise la valeur réelle de la FDRB pour les calculs afin d'éviter l'addition d'erreur (depuis la représentation par ondelettes ou bien depuis un modèle analytique).

L'algorithme d'échantillonnage d'importance par ondelettes obtient de façon récursive un échantillon à un niveau de la subdivision sphérique donné. Dans l'exemple précédent j'ai utilisé le même niveau de subdivision pour la construction et l'échantillonnage de la FDRB, ce qui paraît le plus logique. En fait généralement il est possible d'améliorer la vitesse des calculs en stoppant un ou deux niveaux avant la plus grande précision disponible. En effet les différences s'estompent rapidement entre les derniers niveaux. La Figure 4.25 (Planche couleur 5) montre le même rendu que précédemment mais en stoppant la recherche de la direction de réflexion au niveau zéro, un, et deux. Le niveau deux est très semblable au niveau trois utilisé auparavant, et même le niveau un aurait pu être acceptable. Néanmoins les deux premiers niveaux sont sombres car ils échantillonnent essentiellement la partie diffuse (faible dans notre cas). En effet stopper à un niveau faible est équivalent à utiliser une version très grossière de la FDRB

(ou de manière similaire très compressée). Or l'approximation produit un lissage du signal qui a pour conséquence de gommer la spécularité.

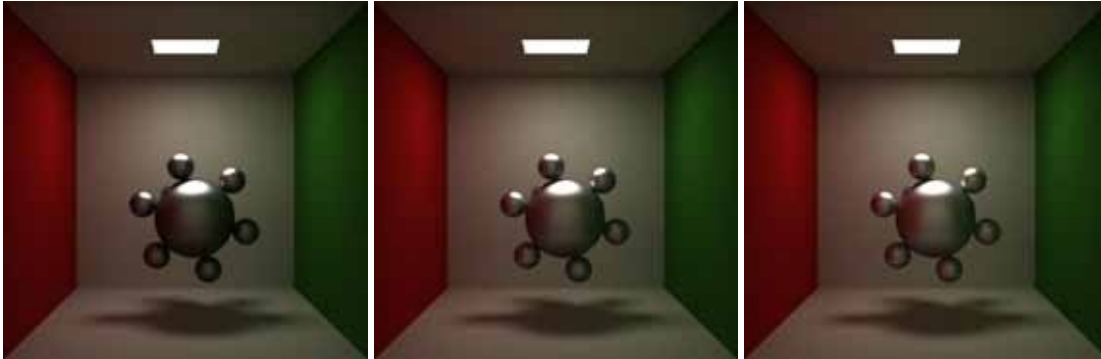


FIG. 4.25: Les sphères de la scène utilisent une FDRB métallique de Phong : échantillonnage par ondelettes aux niveaux 0 (à gauche), 1 (au centre) et 2 (à droite), 1000 rayons par pixel

La Figure 4.26 (Planche Couleur 6) montre la même scène mais en utilisant une FDRB mesurée plutôt qu'un modèle analytique pour la surface des sphères. Le matériau est le plastique que nous avons mesuré puis compressé à 95%. L'image de gauche utilise un échantillonnage uniforme et celle de droite un échantillonnage d'importance par ondelettes pour 512 rayons par pixel. Le niveau de subdivision pour la structure d'échantillonnage est deux. Pour finir, voyons Figure 4.27 (Planche Couleur 7) un exemple

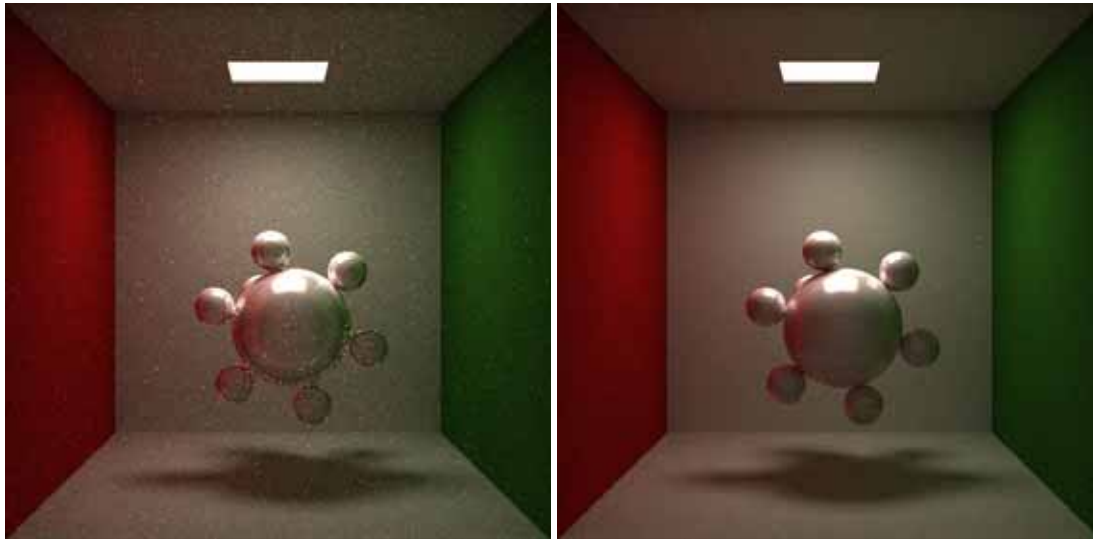


FIG. 4.26: Les sphères de la scène utilisent la FDRB mesurée du PVC : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 512 rayons par pixel

de scène plus complexe dont les matériaux de quatre objets sont modélisés par une FDRB mesurée : la surface de la table étant en mélaminé, celle des murs en spectralon, la théière en plastique, et le sofa en toile rouge. 128 rayons sont utilisés par pixel et chaque FDRB est compressée à 95%. La Figure 4.28

(Planche Couleur 8) est une vue rapprochée avec cette fois-ci 256 rayons par pixel. Comme dans le



FIG. 4.27: Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 128 rayons par pixel

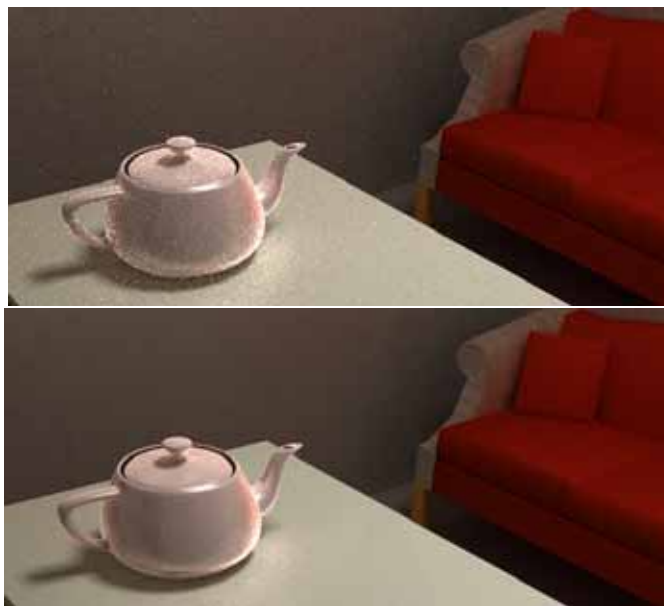


FIG. 4.28: Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel

cas de l'échantillonnage analytique, une étude quantitative va permettre de mieux fixer les idées dans le cas de la scène d'intérieur. Bien sûr il s'agit d'un cas précis mais relativement représentatif composé de 6,000 polygones et de quatre FDRB physiquement réalistes. La Table 4.7 montre, pour les deux techniques d'échantillonnage, la variance mesurée sur l'image et le temps de rendu correspondant en fonction du nombre de rayons primaires. Pour une qualité d'image (ou variance) fixée, l'échantillonnage

d'importance par ondelettes réduit considérablement les temps de calculs par rapport à un échantillonnage uniforme naïf. En effet, le temps économisé par la réduction du nombre de rayons initiaux est plus important que le temps de génération des directions. Dans cette scène seule la FDRB du plastique et du mélaminé sont spéculaires, les autres étant plutôt diffuses. On peut logiquement penser que la réduction de la variance serait encore plus importante dans le cas de nombreuses FDRB spéculaires.

échantillonnage	rayons	variance	temps
uniforme	128	0.043 (référence)	référence
ondelettes	128	0.024 (-45%)	+27%
ondelettes	32	0.039 (-10%)	-69%

TAB. 4.7: Comparaison quantitative pour la scène d'intérieur

**Rendu Spectral** Dans le cadre de cette thèse, principalement axée sur la FDRB caractérisant des surfaces opaques, nous ne considérerons pas les phénomènes dépendants de la longueur d'onde, comme la dispersion <sup>40</sup>. Nous supposons des surfaces non dispersives, ce qui permet une représentation vectorielle des interactions spectrales entre la lumière et la surface. Les objets dispersifs pourraient être gérés par une structure spécifique comme celle proposée par Sun [SFDC01]. De plus nous souhaitons tester nos algorithmes avec des données physiques réelles qui font cruellement défaut dans le cas des FDTB. Pour finir la représentation vectorielle permet de tirer parti de la structure creuse de la transformée par ondelettes comme nous le verrons par la suite, ce qui est impossible avec des calculs indépendants pour chaque longueur d'onde.

Le rendu spectral nécessite la conception d'une architecture dédiée décomposée en trois phases selon le schéma proposé par Sun [SFDC01]. Tout d'abord une image spectrale est générée à partir des propriétés physiques spectrales des surfaces (réflectances ou FDRB) et des sources lumineuses, grâce à une représentation spectrale des transferts lumineux. L'information couleur RVB est remplacée, pour chaque pixel, par une DPS représentant la luminance incidente au capteur virtuel. Ensuite, ces DPS sont exprimées dans l'espace de couleur CIE XYZ. Pour finir, les couleurs XYZ sont transformées dans l'espace RVB selon les propriétés intrinsèques du dispositif d'affichage [Hal89].

L'échantillonnage par ondelettes s'utilise de la même manière que pour le rendu RVB car il est basé sur une intégration spectrale de la FDRB. J'ai donc réalisé un rendu spectral présenté Figure 4.29 (Planche couleur 9) pour une scène d'intérieur en utilisant un échantillonnage uniforme, puis un échantillonnage par ondelettes comme dans le cas RVB avec 256 rayons par pixels. Le spectre visible est échantillonné tous les dix nanomètres pour les calculs spectraux. Les deux sources lumineuses éclairent

<sup>40</sup>La dispersion est la séparation des rayons lumineux en leurs longueurs d'onde constituantes. En effet, à l'interface d'une surface transparente, un rayon lumineux subit une déviation fonction de la longueur d'onde du rayonnement incident. Ainsi Newton fut le premier à observer qu'un prisme décompose la lumière blanche produite naturellement par le soleil en un spectre de couleurs constituantes. De même les gouttes d'eau dispersent la lumière solaire, donnant naissance à un arc-en-ciel.

la scène sont diffuses et possèdent la distribution spectrale de l'illuminant D65. Cinq FDRB spectrales mesurées et compressées avec un rapport 20 :1 décrivent les surfaces de la scène. La surface de la table étant en mélaminé, celle des murs en spectralon, la théière et les barreaux du lit en plastique, le sofa en toile rouge, et le dessus de lit en velours vert. Une sphère avec une transmission spéculaire parfaite a été rajoutée pour générer une caustique sur la table, qui n'est pas une surface parfaitement diffuse mais utilise une FDRB réaliste. La sphère apparaît noire avec l'échantillonnage uniforme car l'algorithme ne génère jamais la direction parfaite de transmission. Si l'on estime la réduction de la variance, comme expliqué au paragraphe précédent, induite par l'échantillonnage d'importance, on trouve une valeur de 30%. C'est moins que l'ordre trouvé sur les mêmes images calculées en RVB (45%). Cette différence est la combinaison de deux facteurs mais résulte d'une seule et même raison : l'intégration spectrale. Quand la réflexion sur la surface a lieu, l'importance du rayon réfléchi est modulée par la probabilité de réflexion (roulette Russe), mais aussi par la probabilité de sélection de la direction de réflexion (échantillonnage d'importance). Au lieu d'utiliser la valeur exacte pour chacune de ces grandeurs, j'utilise une valeur intégrée spectralement parce que nous sommes intéressés par le poids d'une direction particulière en terme d'énergie *globale* (pas pour une longueur d'onde particulière). Ceci augmente la variance de la solution mais autorise un calcul pour toutes les longueurs d'onde en même temps. Le problème est purement statistique et bien connu [SG69] [Gla95] : plus le nombre de bandes spectrales est important, plus la variance augmente. Néanmoins, la génération des directions dans le processus RVB augmentait le temps de rendu de 27%, alors que dans le cas spectral l'augmentation n'est que de 5%. Cela prend, relativement, moins de temps et donc un compromis peut facilement être trouvé entre précision et temps. La même scène en rendu RVB sur la Figure 4.30 (Planche couleur 10) est moins réaliste qu'en rendu



FIG. 4.29: Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB spectrales mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel, rendu spectral

spectral, notamment au niveau des tons. Le canapé et le lit paraissent trop "colorés" ou "saturés" en RVB.

De plus le plastique est plus proche de sa couleur réelle qui est l'ivoire.



FIG. 4.30: Scène d'intérieur utilisant plusieurs FDRB spectrales mesurées : échantillonnage uniforme à gauche et par ondelettes à droite, 256 rayons par pixel, rendu RVB

### Carte de photons

La génération de photons selon l'importance de la FDE est un problème similaire à la génération de directions de réflexion selon l'importance de la FDRB. La différence dans ce cas est le manque de modèles analytiques qui rend l'utilisation de méthodes numériques impérative (alors que la modélisation de FDRB peut bénéficier de l'échantillonnage analytique).<sup>41</sup> La méthode de réjection est souvent utilisée mais avec une convergence lente et un processus de génération d'échantillons très lent [Gla95]. Donc l'échantillonnage par ondelettes présente ici un intérêt tout particulier. La Figure 4.31 montre une solution de référence pour la Boîte de Cornell illuminée par un luminaire réel décrit par un fichier IESNA avec la distribution spectrale de la source réelle de la Boîte (à gauche). Les points noirs montrent les 10000 premiers points d'impact des photons, pour un échantillonnage uniforme de la source (au milieu), et pour un échantillonnage par ondelettes (à droite). Il est facile de voir comment les photons se répartissent en accord avec la distribution du luminaire montrée à droite sur la Figure 4.32.

La réduction de la variance dans l'éclairage, particulièrement dans l'éclairage indirect, est la conséquence principale de l'échantillonnage d'importance de la FDE sur la solution fournie par lancé de photons (Figure 4.32). Néanmoins, l'éclairage direct semble exagérément prononcé. Certainement parce que les photons se trouvent beaucoup plus concentrés dans certains endroits que pour le cas uniforme. Je pense qu'une solution serait la création d'une carte de photons dédiée à la composante directe, comme pour les caustiques. De plus, des fuites d'énergie apparaissent sur les bords de l'éclairage direct. Il s'agit

<sup>41</sup>Il est à signaler que certains utilisent des modèle de FDRB, comme celui de Phong, pour modéliser des lobes d'émission. Il est évident que de telles approches purement techniques ne sauraient être valides d'un point de vue physique.





FIG. 4.31: Éclairage à partir de la description d'un luminaire réel, à gauche : solution de référence (tracer de chemin), au centre : points d'impact initiaux des photons pour un échantillonnage uniforme de la source, à droite : points d'impact initiaux des photons pour un échantillonnage par ondelettes



FIG. 4.32: Solution en lancer de photons pour un échantillonnage uniforme (à gauche) et par ondelettes (au centre) de la FDE montrée à droite

du même problème que sur les bords des surfaces, qui survient par manque d'information dans la zone d'estimation. J'utilise l'algorithme le plus naïf lors de la reconstruction, et une technique comme celle proposée par Lavignotte [Lav03] permettrait certainement d'atténuer ce problème.

Les travaux récents de Goesele et al. [GGHS03] tentent de combler le vide existant en rendu sur la gestion de luminaires complexes. Ils présentent une méthode d'acquisition efficace pour les données, accompagnée d'un schéma d'échantillonnage par importance utilisable pour le lancer de photons<sup>42</sup>. Néanmoins il ne s'agit que d'une inversion numérique utilisant une version tabulée de la distribution, ce qui est inefficace pour de grosses données. Goesele utilise aussi une carte dédiée à l'illumination directe comme je l'ai déjà évoqué, ce qui me conforte dans cette idée. Sa représentation gère la variation surfacique sur l'émetteur, mais par contre ne prend pas en compte l'aspect spectral.

<sup>42</sup>A noter que leur méthode ainsi que la nôtre s'applique de façon plus générale à tout algorithme qui requiert un lancer depuis les sources comme le tracer de chemins bidirectionnel par exemple.

### 4.3.4 Optimisations spectrales

#### Tracer de chemins

La réduction de variance n'est pas la seule façon d'accélérer le processus de rendu en utilisant les ondelettes. En effet, le tracer de chemins nécessite plus qu'une représentation de la FDRB. La roulette Russe utilise par exemple l'*albédo hémisphérique* pour une direction d'éclairage donnée (équivalent de la réflectance directionnelle-hémisphérique). Cette grandeur fournit la probabilité de réflexion d'un rayon de lumière ou d'un photon :

$$a(\omega_i, \lambda) = \int_{\Omega_r} f_r(x, \omega_i, \omega_r, \lambda) \cos \theta_r d\omega_r$$

Calculer des albédos est très coûteux pour les FDRB mesurées, notamment en rendu spectral. Généralement tout calcul d'intégration (spectral ou non) représente une masse considérable d'opérations sur un jeu de mesures. L'idée est donc de pré-calculer cette information et de la stocker en utilisant mon architecture par ondelettes flexible. Ceci est possible car on remarque que l'intégration spectrale ou directionnelle supprime simplement une dimension du terme radiométrique (comme dans le cas de l'échantillonnage d'importance). Donc il est possible de modéliser par ondelettes le terme intégré, par rapport aux dimensions restantes. Par exemple pour l'albédo sphérique spectral, l'intégration supprime une dépendance directionnelle (directions de réflexion). Il peut donc être représenté via la combinaison d'une transformée directionnelle (directions d'incidence) et d'une transformée unidimensionnelle (dimension spectrale). La compression permettant ensuite de ne pas perdre une grosse quantité de mémoire pour gagner en rapidité. De même d'autres termes radiométriques peuvent se pré-calculer à partir de la FDRB mesurée originale (réflectances, albédos intégrés spectralement) et être compressés pour modifier la balance temps/mémoire de façon très intéressante.

Mon logiciel de rendu utilise une représentation spectrale échantillonnée uniformément pour les calculs d'éclairage. Les spectres d'émission, de réflectance ou de transmittance sont reconstruits à partir de la représentation compressée par ondelettes des termes radiométriques correspondants (FDE, FDRB, FDTB). Utiliser la reconstruction partielle, c'est à dire la reconstruction de spectres compressés pour les directions utiles lors du calcul, pourrait grandement accélérer le rendu spectral. Effectuer les calculs d'éclairage dans l'espace d'ondelettes, directement entre les spectres compressés serait optimal à cause de la représentation creuse. Les opérateurs linéaires ne posent aucun problème car la transformée par ondelettes est linéaire. Par exemple quand j'utilise une interpolation barycentrique sur la sphère pour obtenir une version continue de la FDRB, celle-ci est effectuée directement entre les différents spectres compressés pour les directions d'interpolation. De même un calcul d'albédo effectué à la volée tirerait parti de cette propriété. La Table 4.8 résume l'optimisation de calculs effectués directement dans l'espace des ondelettes. Il s'agit d'intégrer entièrement la FDRB, i.e. calculer  $\rho(2\pi, 2\pi, \lambda)$ , de l'intégrer pour une direction d'incidence fixée, i.e. calculer  $\rho(\omega, 2\pi, \lambda)$ , et enfin de calculer le spectre de la FDRB pour un ensemble de directions fixées avec une interpolation barycentrique sur l'hémisphère de sortie.



Calcul	$\rho(2\pi, 2\pi, \lambda)$	$\rho(\omega_i, 2\pi, \lambda)$	$f_r(\omega_i, \omega_r, \lambda)$
Non compressée	123 s	12.6 ms	114 $\mu s$
Compressée (20 :1)	17 s	6.61 ms	58 $\mu s$
Gain (%)	1382	52	51

TAB. 4.8: Temps pour quelques calculs spectraux effectués sur une FDRB non compressée ou compressée

Mais hélas l'ensemble des opérations nécessaires à la résolution de l'équation du rendu n'est pas possible dans l'espace d'ondelettes (i.e. sur une version compressée des spectres). Le problème provient uniquement du calcul du spectre réfléchi par la surface. En effet, cela nécessite une multiplication entre le spectre incident et la réflectance de la surface. Il n'existe pas de version efficace d'un tel opérateur dans l'espace des ondelettes. Je n'ai pas pu résoudre ce problème de façon simple, mais une solution viendra certainement des travaux de Beylkin [BCR91] ou de Perrier [PW99] sur les *coefficients de connection*. Iehl [IP00] a décrit une solution dans le cas spécifique des ondelettes de Haar, mais une solution pour n'importe quelle base n'a pas encore été développée. De plus, l'opérateur produit obtenu entre la luminance incidente et la réflectance de la surface est plus lent qu'un produit standard. Le gain en temps est intéressant pour la transformation du spectre dans l'espace XYZ, mais aussi car cette représentation adaptative réduit le nombre de rayons dans les régions de l'image où les différences perceptuelles sont petites. Néanmoins nous ne voulons pas poser de conditions a priori (oeil humain, etc.) sur le capteur de notre système, qui doit être un radiomètre virtuel précis.

### Carte de photons

Alors que la représentation vectorielle d'un spectre est appropriée au tracer de chemins, qui calcule la luminance à la volée, elle n'est pas très avantageuse pour le lancer de photons, qui pré-calcule et stocke la contribution de chaque photon à la scène. En effet, la représentation vectorielle est très coûteuse en mémoire. En utilisant une représentation spectrale par ondelettes, les contributions spectrales de chaque photon peuvent être compressées et stockées ainsi. Bien sûr, dans l'absolu, l'idéal serait de réaliser une multitude de simulations monochromatiques, à partir desquelles il est possible de reconstruire l'information spectrale. Néanmoins pour des raisons de temps de calcul, l'approche vectorielle est préférée, comme dans le cas du tracer de chemins. La recherche dans la carte de photons étant le point dur du rendu, il serait très pénalisant de devoir effectuer une recherche dans plusieurs cartes. La représentation par ondelettes permet donc de créer une carte de photons spectrale à peu de frais.

La Figure 4.33 montre trois rendus différents de la Boîte de Cornell obtenus via une carte de photons. La source d'émission est isotrope et utilise la distribution spectrale CIE D65. Les réflectances spectrales des objets sont celles mesurées par l'équipe de Cornell. La phase de tracer de photons (émission de-

puis les sources et stockage des photons) utilise une représentation vectorielle du spectre, échantillonnée chaque 10nm dans le visible. Le nombre total de photons initiaux est 100000, fournissant environ 300000 contributions à stocker. L'énergie finale transportée par un photon est compressée en utilisant la base de Villasenor, au moment du stockage dans l'arbre binaire balancé. La phase de collecte des photons et de reconstruction de la luminance est basée sur les 500 plus proches photons et la méthode de Jensen [Jen96]. L'erreur pixel à pixel, calculée sur les images finales (Figure 4.34), montre la localisation pré-



FIG. 4.33: Lancer de photons spectral sur la boîte de Cornell, à gauche : information spectrale complète pour chaque photon, au centre : 10%, à droite : 5%

cise de l'erreur. Calculer l'erreur dans l'espace RVB n'est pas correct d'un point de vue perceptuel, pour lequel l'espace Lab par exemple serait beaucoup plus pertinent, mais nous désirons simplement une évaluation qualitative relative de l'erreur commise. Dans le premier cas la compression n'introduit pas d'erreur particulière, elle est distribuée uniformément et certainement plus induite par le comportement stochastique de l'algorithme que par une erreur systématique dans la représentation. Mais dans le second cas, quand la compression augmente, l'erreur est principalement localisée dans l'éclairage indirect (côtés des cubes par exemple). En effet, la contribution spectrale de ces photons est caractérisée par des variations faibles et étendues, plus sensibles à la compression que des variations brutales et localisées comme celles de l'éclairage direct. L'explication est le filtrage progressif de la contribution initiale des sources lumineuses à chaque interaction avec une surface (le filtre de convolution étant en fait la réflectance). Par contre on observe conjointement une image de plus en plus rougeâtre avec la compression. Certainement à cause d'une sensibilité plus importante de l'oeil dans ce domaine spectral.

Dans la Table 4.9 une comparaison plus quantitative est donnée. Pour chaque taux de compression, la mémoire totale utilisée par les échantillons spectraux, l'erreur absolue au sens de la norme  $\mathcal{L}_1$  mesurée sur les images, et le pourcentage de pixels  $N_{inf}$  sous l'erreur médiane sont donnés.

Le gain mémoire est un point satisfaisant pour un lancer de photons spectral, mais la représentation creuse des ondelettes permet aussi un gain en performance important pour la phase de collecte. En effet, pour ce processus, les contributions des plus proches photons sont sommées pour former une estimation de l'éclairement incident à un point de la scène. Ensuite cette contribution est modulée par la FDRB

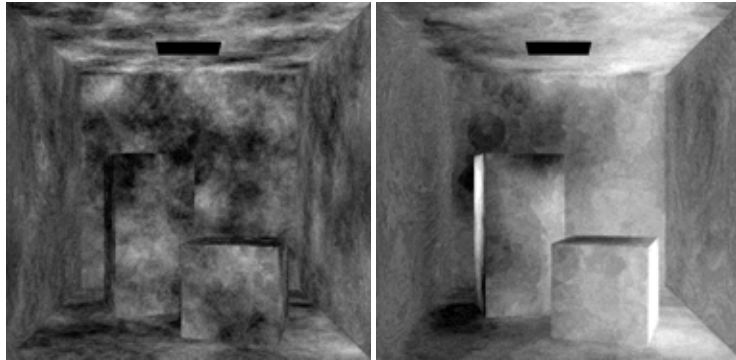


FIG. 4.34: Erreur pixel à pixel pour un taux de compression de 90% (à gauche) et 95% (à droite), la luminosité en niveau de gris de chaque pixel est multipliée par un facteur 25 pour une meilleure visibilité

diffuse de la surface. L'opération de sommation étant linéaire elle est réalisable dans l'espace d'ondelettes, donc directement entre spectres compressés. Les temps de collecte présentés Table 4.9 montrent le gain important ainsi réalisé en fonction du taux de compression pour une image 512x512 de la boîte de Cornell.

$t_c$	mémoire	$\epsilon_1^a$	$N_{inf}$	collecte (s)	gain (%)
0% (référence)	70 Mo	0%	0%	2792	0
90%	7 Mo	5.1%	98%	447	625
95%	3.5 Mo	7.65%	87%	410	681

TAB. 4.9: Résultats quantitatifs pour une carte de photons utilisant des spectres compressés

## 4.4 Conclusion

Après un état de l'art du domaine, l'architecture de rendu que j'ai développée a été présentée de même que la manière dont s'y intègre le modèle par ondelettes. Le rendu d'objets virtuels utilisant des FDRB réelles mesurées et modélisées par ondelettes a démontré l'intérêt d'une telle approche pour augmenter le réalisme des scènes. On retiendra aussi que la compression et l'interpolation ont néanmoins un impact non négligeable sur l'aspect visuel. Les autres termes radiométriques importants en rendu (spectres, FDE, et fonctions de phase) se sont révélés relativement bien compressibles, en rapport de l'erreur de modélisation, bien que parfois moins que les FDRB. Néanmoins le manque de données physiques réelles a nécessité le recours à des simulations ou des constructions ad-hoc. Cette voie de travail reste donc encore à explorer de façon plus systématique avec l'aide des physiciens.

Un schéma d'échantillonnage d'importance par ondelettes, qui permet une inversion numérique ra-

pide de la FDRB, a été construit grâce à l'aspect multirésolution du modèle. Le schéma d'échantillonnage par importance pouvant aussi servir pour d'autres termes radiométriques comme dans le cas du lancer de photons avec des FDE complexes. Il a été prouvé une réduction significative de la variance au sein des algorithmes de rendu utilisant la méthode de Monte Carlo, même par rapport à une inversion analytique. Cette réduction du bruit sur la solution fut plus importante pour un rendu RVB que dans le cas spectral. Il reste donc des améliorations à apporter dans ce contexte.

A la fin du chapitre j'ai aussi mis l'accent sur les gains en performance possibles grâce au modèle par ondelettes. Que ce soit pour le calcul à la volée de termes nécessaires lors du rendu, ou pour la réduction des calculs spectraux qui deviennent prépondérants sur les calculs géométriques si l'on désire une bonne précision. Mais une stratégie unifiée pour les calculs spectraux n'a pas pu être mise en place. Il s'agirait pourtant d'un avantage *majeur* pour cette représentation et il est indiscutable que des recherches plus approfondies doivent être entreprises.

# Conclusion

Au cours de ma thèse j'ai élaboré, développé, et évalué un nouveau modèle de FDRB numérique basé sur les ondelettes. J'ai également largement travaillé à son application dans le domaine de la synthèse d'images réalistes. Les connaissances accumulées dans mon équipe de recherche à l'IRIT, le savoir faire et le savoir tout court des physiciens de l'ONERA/DOTA, ainsi que l'expérience acquise pendant mon DEA ont contribué à la réalisation de ce travail.

La première phase de ma démarche a naturellement consisté en l'étude de la FDRB à partir de sa définition, de ses propriétés et d'un état de l'art des différentes techniques de modélisation existantes. Cela m'a permis d'identifier les limitations de l'approche phénoménologique pour réaliser l'objectif fixé : créer un modèle applicable à tout type de surface et de FDRB (isotrope ou anisotrope et monochromatique ou spectrale). En effet les modèles phénoménologiques sont limités à un type de surface ou à un domaine restreint. La voie numérique s'est donc imposée comme méthode de modélisation. Mon choix s'est alors porté sur les ondelettes de par leurs propriétés intrinsèques très intéressantes : rapidité, compression, débruitage.

Dans une seconde phase j'ai analysé les approches existantes basées sur les ondelettes et pouvant permettre une modélisation de la FDRB. Les ondelettes sphériques [SS95a] posaient le problème de l'extension au cas anisotropique et spectral. L'approche multidimensionnelle non-standard [LF97a] posait le problème de la paramétrisation de la sphère, de la gestion globale de la compression, et de l'efficacité de la reconstruction dans le cas spectral. A partir d'une analyse critique de ces techniques j'ai proposé et construit un nouveau modèle à base d'ondelettes reposant sur la séparation structurelle de l'aspect directionnel et spectral de la FDRB. J'ai introduit le concept de la transformée par ondelettes générique qui est une vision haut-niveau de la transformée standard. Elle propose une architecture extensible pouvant gérer tout type de FDRB. De plus la compression gérée à un niveau local repousse les limites du modèle non-standard. Afin de pouvoir disposer d'une représentation continue de la FDRB, j'ai utilisé des techniques d'interpolation classiques mais adaptées selon le cas au domaine directionnel ou spectral.

La troisième phase du travail a consisté à évaluer les performances du nouveau modèle. Tout d'abord un test de non-régression en comparant les performances du nouveau modèle et celles des précédentes approches en terme d'erreur de modélisation. Le résultat s'est avéré satisfaisant : le modèle améliore sensiblement les résultats obtenus par l'approche de Lalonde et les modèles phénoménologiques pour

les surfaces spéculaires. L'erreur de modélisation est ensuite évaluée en fonction du type de FDRB (isotrope/anisotrope et monochromatique/spectrale) et du type de surface. Les résultats sont satisfaisants dans la plupart des cas, avec une erreur de modélisation inférieure à 5% en conservant uniquement 5% des coefficients initiaux. L'évaluation du modèle en terme physique s'est poursuivie par une étude de sensibilité au bruit de mesure. Une analyse de différents jeux de données mesurés a permis de déterminer des types et niveaux de bruit réalistes utilisés pour cette étude. La compression permet de limiter l'impact du bruit de mesure, et la FDRB modélisée à partir du jeu de mesures bruité tend à se rapprocher de la FDRB originale non bruitée. La modélisation par ondelettes est non seulement robuste vis à vis du bruit de mesure, mais elle permet de l'éliminer partiellement.

Enfin les performances purement informatiques ont été étudiées. La réduction de l'occupation mémoire est relativement importante pour tout type de FDRB et les temps d'accès rapides par rapport à une approche de type harmoniques sphériques. Le temps d'évaluation d'une valeur de la FDRB est même comparable à des modèles phénoménologiques simples.

Pour finir je me suis employé à démontrer la pertinence du modèle dans le cadre du rendu réaliste, non seulement pour la modélisation de la FDRB mais aussi pour la modélisation d'autres termes radiométriques comme les réflectances spectrales, les spectres d'émission, les FDE, ou les fonctions de phase. Dans tous les cas le terme considéré est correctement modélisé avec peu de coefficients. De plus, l'aspect multirésolution des ondelettes permet de pratiquer un schéma d'échantillonnage par importance efficace qui permet une réduction importante de la variance lors de simulations de type Monte Carlo. Enfin, de nombreux calculs spectraux sont optimisés lorsqu'ils sont réalisés dans l'espace des ondelettes. Ainsi, l'application de ce nouveau modèle de FDRB au rendu physiquement réaliste se révèle être satisfaisante.

Néanmoins, un certain nombre de points pourraient être améliorés aisément et de façon rapide :

- La définition d'un opérateur de multiplication entre deux spectres dans le domaine des ondelettes, qui permettrait d'accélérer les calculs spectraux d'un facteur très important.
- L'intégration d'une nouvelle dimension caractérisant l'échelle spatiale (en terme de surface analysée) de la FDRB serait particulièrement utile pour des applications de type télédétection. Disposer d'une FDRB mesurée par différents appareils (satellite, goniomètre extérieur, goniomètre de laboratoire) est tout à fait envisageable et simple à mettre en œuvre grâce à l'approche générique.
- L'analyse systématique de la validité du modèle pour les termes radiométriques réels autres que la FDRB (FDE, FDTB, etc.).
- Une sélection optimale de la base d'ondelettes pour la composante spectrale en utilisant l'algorithme *Best Basis* [CW92] qui permet de construire une base "sur mesure" minimisant l'erreur de modélisation.

Je voudrais également détailler d'autres perspectives à plus long terme digne d'intérêts, à savoir :

- L'utilisation de nouvelles bases d'ondelettes sur la sphère. Par exemple la création de bases adaptées à chaque jeu de mesure via le *Lifting Scheme* [Swe98] ou à partir des travaux de Bonneau [Bon99] sur la semi-orthogonalité.

- 
- Évaluer l'impact de l'ordre dans lequel sont effectuées les différentes transformées (directionnelles et spectrale), en terme d'erreur de modélisation, de coût mémoire, et de temps de calcul.
  - L'utilisation du modèle pour stocker de façon compacte et efficace des valeurs spectrales et directionnelles utiles pour optimiser le calcul de l'éclairage. Je pense notamment au cache d'éclairage [WRC88] ou aux vecteurs d'éclairage [ZSP98], mais pourquoi pas aussi le stockage des cartes de photons.
  - La recherche d'un taux de compression automatique et optimal en fonction de critères globaux sur la FDRB (par exemple 5% d'erreur relative).
  - Le développement d'un modèle de FDRB temps-réel à base d'ondelettes, rendu possible grâce à l'évolution récente du matériel graphique. Il s'agira surtout d'un travail de reformulation du modèle en fonction des capacités matérielles.

Le développement d'un modèle temps-réel de FDRB semble être le sujet sur lequel de nombreux chercheurs travaillent actuellement, et de nombreux travaux ont déjà été réalisés [KM99] [MLH02] [KS00] [DBKMA01] [MAA01] [SKS02] [LK02] [KSS02]. Mais à l'heure actuelle ces implémentations sont encore limitées par :

- un éclairage et/ou une direction d'observation fixe (à cause de la complexité intrinsèque de la fonction de réflectance)
- une faible précision/dynamique (à cause de l'utilisation de textures)
- une utilisation mémoire importante (idem)

Néanmoins l'amélioration permanente du matériel graphique ne peut que converger vers un modèle résolvant ces problèmes, qui pourrait être à base d'ondelettes. Cela permettrait de décharger le processeur central du calcul d'un éclairage local réaliste des surfaces pour ainsi accélérer les calculs globaux qui sont hélas encore importants pour des scènes complexes.





## Annexe A

# Théorie des ondelettes

L'élaboration de la transformée par ondelettes comme un domaine spécialisé peut être rattachée aux travaux de Grossman et Morlet [GM84]. Leur motivation première étant la modélisation de signaux sismiques par des combinaisons de translations et de dilatations d'une simple fonction oscillante de durée finie appelée *ondelette*. Durant les dix dernières années les ondelettes sont devenues un outil puissant dans de nombreuses applications numériques. Elles offrent une décomposition hiérarchique mais aussi des algorithmes rapides de reconstruction. De plus leur utilisation à des fins de compression est relativement souple et très performante. Il n'est donc pas étonnant de les rencontrer lorsque la taille des données est un problème important au sein du domaine : la télédétection [KMEG02], la topographie [SS95a], la modélisation géométrique [LDW97], les algorithmes d'illumination globale [GSCH93], la compression multimédia [DJL92][BCR91]. Le lecteur se reportera à [Mal99],[Dau92], ou [RB98] pour une description complète et détaillée de la théorie des ondelettes.

### A.1 Introduction

Pour montrer de manière simple la façon dont fonctionne une transformée par ondelettes nous allons nous concentrer d'abord sur un exemple particulier. Considérons un signal unidimensionnel échantillonné (Figure A.1). Les ondelettes permettent de construire des approximations de ce signal original à



FIG. A.1: Signal discret original

différentes *échelles*. Ensuite il est possible de reconstruire le signal original à partir de ces approximations. Il s'agit d'une transformée *réversible*. Pour cela prenons les échantillons du signal deux à deux et calculons leur moyenne. Il en résulte un nouveau signal comportant deux fois moins d'échantillons que le premier et représentant une *approximation* du signal original. Pour pouvoir reconstruire le signal original à partir de ce signal moyen il nous manque de l'information. Celle-ci peut être récupérée en cal-

culant la différence entre la moyenne de deux échantillons et la valeur originale de ces échantillons. Pour reconstruire la valeur des échantillons originaux il suffit d'ajouter ou de soustraire cette différence ou ces *détails* à la valeur moyenne calculée (Figure A.2). Le même processus peut être réitéré récursivement sur

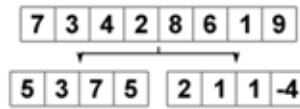


FIG. A.2: Signal moyen et détails

le signal moyen, fournissant de nouveaux détails. Ainsi de suite jusqu'à l'obtention d'un signal moyen contenant une unique valeur (Figure A.3). La transformée du signal original est cette valeur moyenne

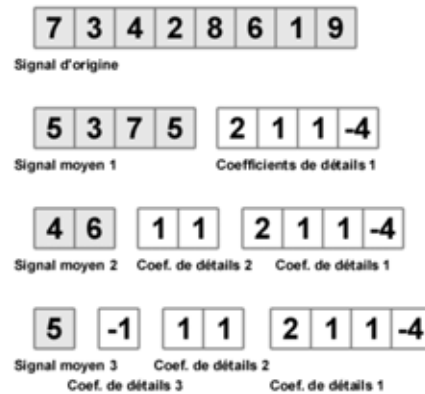


FIG. A.3: Les différentes étapes de la transformée par ondelettes du signal

finale accompagnée de la cascade des coefficients de détail (Figure A.4). Il s'agit d'une transformée *réversible* se calculant *en place*, c'est à dire dont le nombre de coefficients est égal au nombre initial d'échantillons. L'exemple que nous venons de voir de façon intuitive est la transformée par ondelettes



FIG. A.4: Signal transformé

de Haar. Nous allons maintenant aborder la transformée par ondelettes d'un point de vue théorique plus général et nous reviendrons plus tard à cet exemple pour expliciter de manière mathématique rigoureuse la transformation.

## A.2 Transformée par ondelettes continue

Le but de la transformée par ondelettes continue (TOC) est de faire correspondre à une fonction unidimensionnelle  $f(t)$  une fonction  $W(a, b)$  à deux paramètres réels  $a$  et  $b$ , qui sont respectivement

la dilatation et la translation de l'ondelette. Une fonction continue à valeur réelle ou complexe est dite *ondelette mère* si :

1.  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty$
3. Condition d'admission :  $C \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(t)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$

La première propriété suggère une fonction qui est oscillante, alors que la seconde implique que la majeure partie de l'énergie de la fonction soit confinée dans un laps de temps fini. Ces deux propriétés sont assez faciles à satisfaire, et par conséquent il existe une infinité de fonctions que l'on peut qualifier d'ondelette mère. Des exemples d'ondelettes sont donnés Figure A.5.

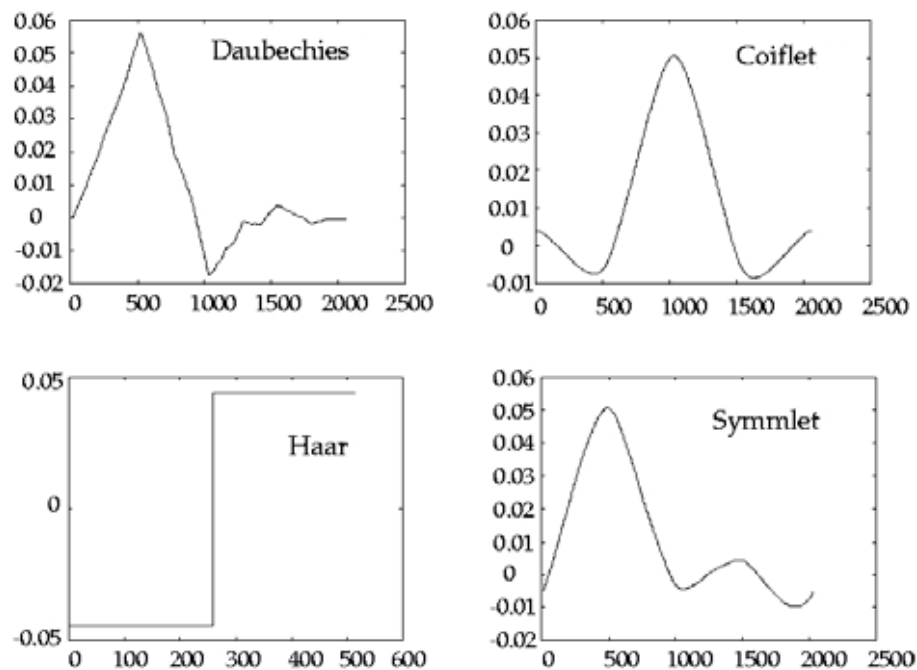


FIG. A.5: Quelques ondelettes

Soit une fonction  $f$  de carré intégrable, i.e.  $\int |f|^2 dx < \infty$ , la transformée par ondelettes continue de  $f$  par une ondelette  $\psi$  est définie par :

$$W(a, b) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{A.1})$$

Où  $a$  et  $b$  sont réels, et  $*$  désigne la conjugaison complexe. La transformée se définit plus simplement en posant :

$$\psi_{a,b}(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{A.2})$$

Ce qui donne :

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (\text{A.3})$$

Le facteur de normalisation  $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$  assure que l'énergie reste la même pour toute valeur de  $a$  et de  $b$ , i.e.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{a,b}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt$$

Chaque atome  $\psi_{a,b}$  est en fait une *translation* ainsi qu'une *dilatation* de la fonction mère ;  $a$  étant le facteur d'échelle ou de dilatation et  $b$  le facteur de translation. La transformée inverse de  $f$  prend la forme :

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{a=-\infty}^{\infty} \int_{b=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|^2} W(a, b) \psi_{a,b}^*(t) da db \quad (\text{A.4})$$

### A.3 Transformée par ondelettes discrète

Le support d'une transformée continue est en théorie infini, cela peut être l'ensemble du plan  $\mathcal{R}^2$ . Pourtant il est possible de démontrer [Dau92] que la reconstruction du signal original ne nécessite qu'un ensemble discret des valeurs de  $a$  et de  $b$  plutôt qu'un continuum aboutissant à une représentation non redondante du signal. En général on pose  $a = 2^k$ ,  $k$  entier, et  $b = 2^k l$ ,  $l$  entier, ce qui revient à échantillonner les coordonnées  $(a, b)$  sur une grille identique à celle montrée Figure A.6. L'étude spectrale (fréquences) de signaux temporels étant prédominante, on parle souvent de découpage temps-fréquence puisqu'alors  $a$  représente la fréquence et  $b$  le facteur temps. Ce processus s'appelle *échantillonnage dyadique* car les valeurs consécutives des valeurs discrètes du facteur d'échelle  $a$  diffèrent par un facteur deux. Finalement la transformée par ondelettes discrète (TOD) d'une fonction  $f$  prend la forme :

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} d_k^l 2^{-k/2} \psi(2^{-k} t - l) \quad (\text{A.5})$$

Une représentation telle que celle introduite par l'équation précédente apparaît naturellement dans le contexte d'*analyse multirésolution* (AMR). Mais tout d'abord il est nécessaire d'introduire le concept simple d'espace vectoriel, après quoi il sera possible de faire le lien entre TOD et AMR.

## A.4 Espaces vectoriels

### A.4.1 Espaces vectoriels linéaires

Un espace vectoriel linéaire est un ensemble  $V$  muni de deux opérations :

1. une addition :  $+$  :  $V \times V \mapsto V$
2. une multiplication scalaire :  $\times$  :  $R \times V \mapsto V$

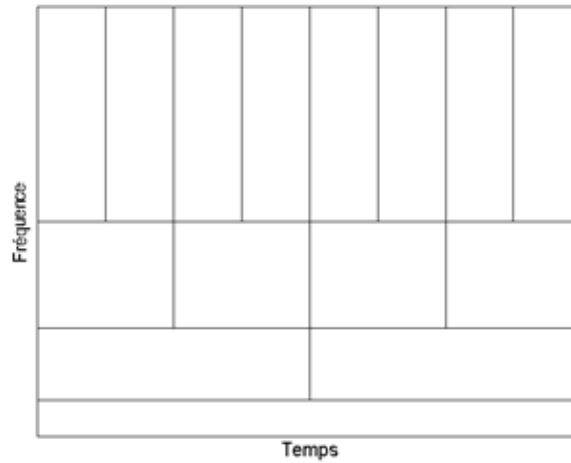


FIG. A.6: Échantillonnage temps-fréquence de la transformée discrète

ayant les propriétés suivantes :

1.  $\forall x, y \in V, x + y = y + x$
2.  $\forall x, y, z \in V, x + (y + z) = (x + y) + z$
3.  $\exists! 0 \in V$  tel que  $\forall x \in V, x + 0 = 0 + x = x$
4.  $\forall x \in V, \exists!$  élément noté  $-x$  tel que  $x + (-x) = 0$
5.  $\forall \alpha \in \mathcal{R}, \forall x_1, x_2 \in V, \alpha(x_1 + x_2) = \alpha x_1 + \alpha x_2$
6.  $\forall x \in V, 1.x = x$

Par exemple  $\mathcal{R}^n$ , l'espace des vecteurs de dimension  $n$  est un espace vectoriel si l'on définit l'addition entre deux vecteurs  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  et  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , et la multiplication comme suit :

1.  $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$
2.  $\forall \alpha \in \mathcal{R}, \alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$

Un sous-ensemble  $M$  d'un espace vectoriel linéaire  $V$  est une *sous-espace* de  $V$  si :

1.  $\forall x, y \in M, x + y \in M$
2.  $\forall x \in M, \alpha x \in M$

#### A.4.2 Espaces vectoriels normés

Un espace vectoriel linéaire *normé* est un espace vectoriel  $V$  muni d'une fonction à valeur réelle définie sur  $V$ , appelée *norme*, et notée  $\| \cdot \|$ , telle que :

1.  $\forall x \in V, \| x \| \geq 0$
2.  $\forall x \in V, \| x \| = 0 \iff x = 0$

3.  $\forall x \in V, \alpha \in \mathcal{R}, \| \alpha x \| = |\alpha| \| x \|$
4.  $\forall x, y \in V, \| x + y \| \leq \| x \| + \| y \|$

On définit la *distance* entre deux vecteurs  $x$  et  $y$  comme  $\| x - y \|$ . Sur l'espace vectoriel linéaire  $\mathcal{R}^n$ , en définissant la norme par :

$$\| x \| = [|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p]^{\frac{1}{p}}$$

nous obtenons différents espace vectoriels normés pour les différentes valeurs de  $p, 1 \leq p \leq \infty$ .

1.  $\| x \|_1 = [|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|]$  est appelée norme  $\mathcal{L}_1$
2.  $\| x \|_2 = [|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2]^{\frac{1}{2}}$  est appelée norme  $\mathcal{L}_2$  ou norme euclidienne
3.  $\| x \|_\infty = \max |x_i|$  est appelée norme  $\mathcal{L}_\infty$

### A.4.3 Espaces vectoriels et produit scalaire

Un produit scalaire est une fonction  $\langle x|y \rangle : V \times V \mapsto \mathcal{R}$  telle que :

1.  $\forall x, y, z \in V, \langle x|(y + z) \rangle = \langle x|y \rangle + \langle x|z \rangle$
2.  $\forall x, y \in V, \forall \alpha \in \mathcal{R}, \langle x|\alpha y \rangle = \alpha \langle x|y \rangle$
3.  $\forall x \in V, \langle x|x \rangle \geq 0$
4.  $\forall x \in V, \langle x|x \rangle = 0 \iff x = 0$

Tout espace muni d'un produit scalaire définit un espace vectoriel normé en posant :

$$\forall x \in V, \| x \| = \langle x|x \rangle^{\frac{1}{2}}$$

Par exemple  $\mathcal{R}^n$  avec :

$$\begin{aligned} \langle x|y \rangle &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \| x \| &= \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

ou  $\mathcal{L}_2(\mathcal{R})$  et :

$$\begin{aligned} \langle f|g \rangle &= \int_a^b f g dt \\ \| f \| &= \left( \int_a^b |f|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

La norme induite par un produit vectoriel répond à l'*inégalité de Schwarz* :

$$\forall x, y \in V, \langle x|y \rangle \leq \| x \| \| y \|$$

### A.4.4 Espaces de Hilbert

Un espace de *Hilbert* est espace vectoriel linéaire muni d'un produit scalaire dont l'espace normé associé est *complet*. C'est à dire que toute séquence d'éléments qui converge, converge vers un élément de l'espace. Exemple : L'espace des nombres rationnels  $\mathcal{Q}$  n'est pas un espace de Hilbert. En effet considérons la séquence définie par :

1.  $S_1 = 1$
2.  $S_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!}$

On montre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = e$ . Or  $e$  est un nombre irrationnel et donc  $e \notin \mathcal{Q}$ .

## A.5 Analyse multirésolution

Considérons l'espace  $\mathcal{L}_2$  des fonctions de carré intégrables, i.e. pour une *mesure*  $dx : \int |f|^2 dx < \infty$ . En introduisant un produit scalaire,  $\langle f|g \rangle \equiv \int fg dx$  cet espace devient un espace normé, qui est aussi un espace de Hilbert. Ce produit scalaire définit une norme pour chaque élément de l'espace :  $\|f\| = \langle f|f \rangle^{1/2}$ . Une analyse multirésolution est une séquence  $V_0 \subset V_1 \subset \dots$  d'espaces de Hilbert fermés et emboîtés ayant les propriétés suivantes :

1.  $V_j \subset V_{j+1}$
2.  $\cup_j V_j$  est dense dans  $\mathcal{L}_2$
3.  $\exists \{\varphi_j^k, k \in \mathcal{K}(j)\}$  est une base de Riesz<sup>43</sup> de  $V_j$
4.  $\mathcal{K}(j) \subset \mathcal{K}(j+1)$

La première propriété implique l'équation de raffinement :

$$\varphi_j^k = \sum_{l \in \mathcal{K}(j+1)} h_j^{k,l} \varphi_{j+1}^l, \quad k \in \mathcal{K}(j) \quad (\text{A.6})$$

Cela montre que chaque *fonction d'échelle*  $\varphi_j^k$  peut être exprimée comme une somme pondérée des fonctions d'échelle de niveaux supérieurs. Une fonction  $f \in V_j$  se projette sur cette base :

$$f = \sum_k a_j^k \varphi_j^k \quad \text{avec} \quad a_j^k = \langle f | \varphi_j^k \rangle \quad (\text{A.7})$$

Les coefficients  $a$  de cette projection sont appelés *coefficients d'échelle*. En utilisant l'équation de raffinement A.6 les coefficients de niveaux inférieurs peuvent être calculés. Le résultat final est des approximations de  $f$  à différents niveaux : une décomposition *multirésolution* ou *hiérarchique*. Comme  $V_j \subset V_{j+1}$  mais que la réciproque est fautive, de l'information manque pour reconstruire la fonction de

<sup>43</sup>Une base de Riesz d'un espace de Hilbert est un ensemble fini  $\{f_k\}$  tel que chaque élément  $f$  de l'espace peut s'écrire de manière unique sous la forme  $f = \sum_k c_k f_k$ , et il existe  $A$  et  $B$  tels que  $A\|f\|^2 \leq \sum_k |c_k|^2 \leq B\|f\|^2$ .

manière inverse (des plus bas aux plus haut niveaux). Les *détails* nécessaires sont encodés grâce aux *ondelettes*. Les ondelettes sont une base  $\{\psi_j^m, m \in \mathcal{M}(j)\}$  de l'espace  $W_j$ , qui est le complémentaire de  $V_j$  dans  $V_{j+1} : V_{j+1} = W_j \oplus V_j$ . Comme  $W_j \subset V_{j+1}$  les ondelettes obéissent à une équation similaire à l'équation de raffinement :

$$\psi_j^m = \sum_{l \in \mathcal{M}(j+1)} g_j^{m,l} \varphi_{j+1}^l, m \in \mathcal{M}(j) \quad (\text{A.8})$$

Une fonction  $f \in V_{j+1}$  se projette sur cette nouvelle base :

$$f = \sum_m d_j^m \psi_j^m \text{ avec } d_j^m = \langle f | \psi_j^m \rangle \quad (\text{A.9})$$

Les coefficients  $d$  de cette projection sont nommés *coefficients d'ondelettes*. A partir de toutes les relations précédentes une fonction d'échelle de  $V_{j+1}$  peut être réécrite sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions d'échelles et d'ondelettes plus grossières :

$$\varphi_{j+1}^l = \sum_{k \in \mathcal{K}(j)} \tilde{h}_j^{k,l} \varphi_j^k + \sum_{m \in \mathcal{M}(j)} \tilde{g}_j^{m,l} \psi_j^m, l \in \mathcal{K}(j+1) \quad (\text{A.10})$$

Finalement une fonction  $f \in V_n$  peut s'écrire :

$$f = \sum_{k \in \mathcal{K}(0)} a_0^k \varphi_0^k + \sum_{j=0}^n \sum_{m \in \mathcal{M}(j)} d_j^m \psi_j^m \quad (\text{A.11})$$

On retrouve ici une formulation similaire à l'équation A.3. Dans le cas fini, chaque  $V_j$  a une dimension finie, et par conséquent une base finie, permettant l'utilisation de la notation matricielle [LDW97]. La transformée par ondelettes peut être vue comme une opération de traitement du signal bien connue dans ce cas : le *filtrage*. Calculer les coefficients d'échelle et d'ondelettes d'une résolution fine à une plus grossière constitue une étape de la transformée par ondelettes ou du processus nommé *analyse* :

$$a_j^k = \sum_{l \in \mathcal{K}(j+1)} \tilde{h}_j^{k,l} a_{j+1}^l \quad (\text{A.12})$$

$$d_j^m = \sum_{l \in \mathcal{M}(j+1)} \tilde{g}_j^{m,l} a_{j+1}^l \quad (\text{A.13})$$

Les  $a_j$  et  $d_j$  sont calculés (en utilisant les équations de raffinement) avec des filtres de *convolution*. Le filtre défini par les  $h_j$  est un filtre *passé-bas* (encodant les approximations du signal, i.e. les basses fréquences), alors que celui défini par les  $g_j$  est un filtre *passé-haut* (encodant les détails, i.e. les hautes fréquences). L'opération inverse consistant à retrouver l'approximation plus fine en partant de l'approximation grossière est une étape de la transformée inverse ou du processus nommé *synthèse* :

$$a_{j+1}^l = \sum_{k \in \mathcal{K}(j)} h_j^{k,l} a_j^k + \sum_{m \in \mathcal{M}(j)} g_j^{m,l} d_j^m \quad (\text{A.14})$$

La transformée par ondelettes *rapide* calcule récursivement les  $d_j^m$  à partir des coefficients d'échelle pour une certaine échelle ou résolution  $n : \{a_n^k = \langle f | \varphi_n^k \rangle, k \in \mathcal{K}(n)\}$ , ainsi que l'approximation la plus grossière au niveau zéro :  $\{a_0^k, k \in \mathcal{K}(0)\}$ .



Les bases d'ondelettes peuvent présenter des propriétés très intéressantes permettant une transformée efficace et rapide. Un *support local* et l'*orthogonalité* sont très certainement les deux plus importantes. L'orthogonalité assure que l'information est encodée de façon optimale (sans redondances). Chaque fonction de la base encode un bloc d'information qui ne peut l'être par aucune autre. Un support étroit permet quant à lui une reconstruction rapide car il n'y a pas besoin de consulter les coefficients qui tombent en dehors du domaine de définition.

Une base bien connue que nous avons déjà rencontré précédemment est la base de *Haar*. Les coefficients d'échelle d'un niveau grossier  $j$  sont simplement les moyennes des coefficients d'échelle du niveau supérieur  $j + 1$  :

$$a_j^k = \sum_{l \in \mathcal{K}(j+1)} \frac{1}{|\mathcal{K}(j+1)|} a_{j+1}^l$$

Les coefficients d'ondelettes sont naturellement calculés comme la différence entre l'approximation au niveau  $j$  et l'approximation au niveau  $j + 1$  :  $d_j^k = a_j^k - a_{j+1}^k$ . Pour reconstruire un point au niveau  $j + 1$  il suffit de soustraire le coefficient d'ondelettes du niveau  $j$  à l'approximation au niveau  $j$ . La base de Haar est particulièrement bien adaptée aux signaux présentant des discontinuités comme l'a montré [SS95a]. Ce qui est le cas des jeux de mesure obtenus sur des surfaces brillantes à cause de l'étroit pic spéculaire de la FDRB. Mais en général de nombreuses bases d'ondelettes sont beaucoup plus efficaces en terme d'erreur et/ou de compression.

### A.5.1 Exemple

Soit  $V_j$  l'espace vectoriel des fonctions constantes par morceaux sur  $[0, 1)$  composées d'un ensemble de  $2^j$  intervalles  $\{\epsilon_j^i = [\frac{i}{2^j}, \frac{i+1}{2^j}), 0 \leq i \leq 2^j - 1\}$ .  $V_0$  représente l'espace des fonctions constantes sur  $[0, 1)$  (un seul coefficient).  $V_1$  englobe les fonctions à deux coefficients, constantes par morceaux sur les intervalles  $[0, \frac{1}{2})$  et  $[\frac{1}{2}, 1)$ . Et ainsi de suite, le nombre de sous-intervalles étant multiplié par deux à chaque niveau, et leur taille divisée par deux. Tout signal à  $2^j$  échantillons ou coefficients appartient à  $V_j$ . Le signal original de notre exemple d'introduction appartient par exemple à l'espace  $V_3$ . Il est possible de construire une analyse multirésolution sur l'ensemble de ces espaces. En effet il est facile de voir que  $V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset V_j \subset \dots$ . Toute fonction  $f \in V_{j-1}$ , fait aussi partie de l'espace  $V_j$ . Il suffit d'affecter la valeur de la fonction sur chaque intervalle initial  $\epsilon_{j-1}^i$  aux deux sous-intervalles résultat du découpage  $\epsilon_j^{2i}$  et  $\epsilon_j^{2i+1}$ . Une base de  $V_j$  est formée par les fonctions carrées  $\varphi_j^i$  définies sur les intervalles  $\epsilon_j^i$ . Il s'agit des fonctions d'échelle de Haar. Elles se définissent toutes à partir de la fonction mère :

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x \in [0, 1) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

par la relation :

$$\varphi_j^i(x) = \varphi(2^j x - i) \text{ avec } i = 0, \dots, 2^j - 1 \quad (\text{A.16})$$

Les fonctions de base pour  $V_2$  sont par exemple illustrées Figure A.7.

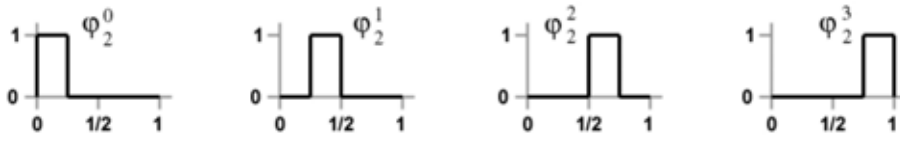


FIG. A.7: Fonctions d'échelle de Haar de  $V_2$

Ensuite il est possible de définir l'espace vectoriel  $W_j$  complémentaire de  $V_j$  dans  $V_{j+1}$ . Une base de cet espace est formée par les fonctions d'ondelettes de Haar définies elles aussi à partir d'une fonction mère :

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x \in [0, \frac{1}{2}) \\ -1 & \text{pour } x \in [\frac{1}{2}, 1) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

par la relation :

$$\psi_j^i(x) = \psi(2^j x - i) \text{ avec } i = 0, \dots, 2^j - 1 \quad (\text{A.18})$$

Les fonctions de base pour  $W_1$  sont par exemple illustrées Figure A.8. La décomposition du signal

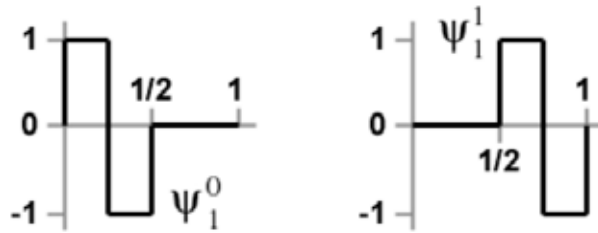


FIG. A.8: Fonctions d'ondelettes de Haar de  $W_1$

original s'effectue par projections successives sur ces bases. Tout d'abord sur l'espace initial  $V_3$  (Figure A.9). Puis sur les espaces  $V_2$  et  $W_2$  car  $V_3 = V_2 \oplus W_2$ , où il se réécrit comme une somme pondérée

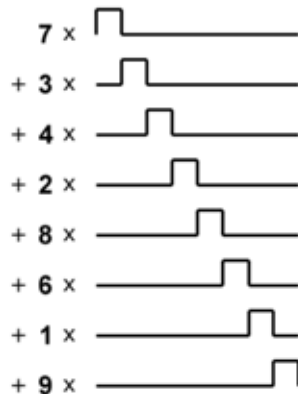


FIG. A.9: Projection du signal sur  $V_3$

de fonctions de base de ces espaces. On répète le processus sur le signal moyen résultat appartenant

à  $V_2$ , puis à  $V_1$  (Figure A.10). La transformée finale est une somme pondérée de fonctions de base de

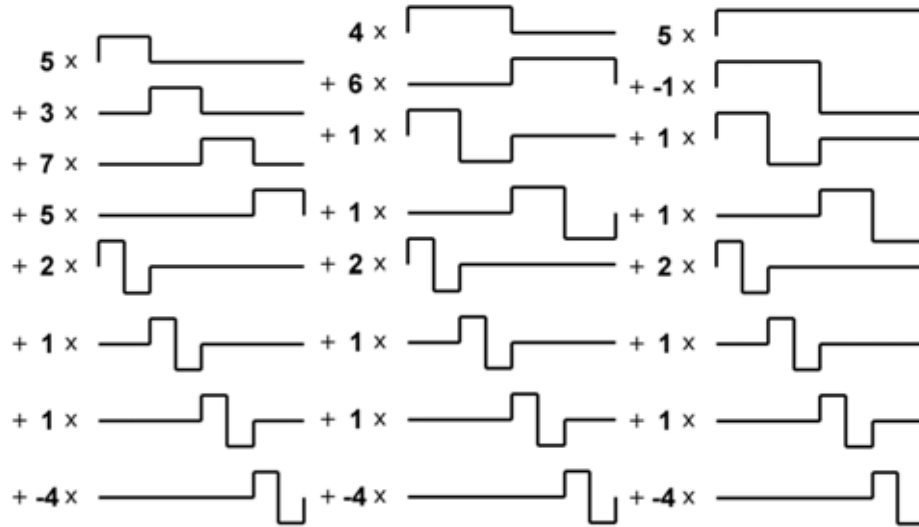


FIG. A.10: Projection du signal sur  $V_0, W_0, W_1, W_2$

$V_0, W_0, W_1, W_2$  (Figure A.11).

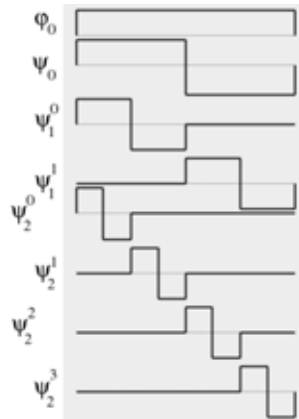


FIG. A.11: Fonctions de base des espaces  $V_0, W_0, W_1, W_2$

## A.6 Dualité

Toute analyse multirésolution est accompagnée par une analyse multirésolution *duale* composée d'espaces emboîtés  $\tilde{V}_j$ , dont la base est formée par les fonctions d'échelle duales  $\tilde{\varphi}_j^k$ , qui sont bi-orthogonales aux fonctions d'échelle :

$$\langle \varphi_j^k | \tilde{\varphi}_j^{k'} \rangle = \delta_{k,k'} \text{ pour } k, k' \in \mathcal{K}(j)$$

Les fonctions d'échelle duales satisfont l'équation de raffinement avec les coefficients du filtre  $\tilde{h}$ . Si les fonctions d'échelle et les fonctions d'échelle duales coïncident ( $\phi_j^k = \tilde{\varphi}_j^k$ ,  $\forall j, k$ ), alors les fonctions d'échelle forment une base *orthogonale*. Si l'analyse multirésolution et l'analyse multirésolution duale coïncident ( $V_j = \tilde{V}_j$ ,  $\forall j$ ), alors les fonctions d'échelle sont *semi-orthogonales*. Pour toute base d'ondelettes il existe une base d'ondelettes duales qui lui est orthogonale :

$$\langle \psi_j^m | \tilde{\psi}_{j'}^{m'} \rangle = \delta_{m,m'} \delta_{j,j'} \text{ pour } j, j' \geq 0, m \in \mathcal{M}(j), m' \in \mathcal{M}(j')$$

Cela implique que

$$\langle \tilde{\psi}_j^m | \varphi_j^k \rangle = \langle \tilde{\psi}_j^k | \psi_j^m \rangle = 0 \text{ pour } m \in \mathcal{M}(j), k \in \mathcal{K}(j)$$

La transformée par ondelettes s'effectue de la même manière grâce aux fonctions duales :

$$f = \sum_k a_j^k \varphi_j^k \text{ avec } a_j^k = \langle f | \tilde{\varphi}_j^k \rangle$$

$$f = \sum_m d_j^m \psi_j^m \text{ avec } d_j^m = \langle f | \tilde{\psi}_j^m \rangle$$

On utilise souvent la transformée duale plutôt que la transformée classique.

## A.7 Moment d'une ondelette

Le moment  $i$  d'une fonction  $f$  est sa projection sur le monôme  $x^i$  :

$$m_i = \langle f | x^i \rangle = \int f x^i dx \quad (\text{A.19})$$

Une fonction présente  $n$  moments *nuls* ou moments *d'extinction* si  $m_i = 0$  pour  $i = 0, \dots, n-1$ .

## A.8 Lifting Scheme

Le processus du *Lifting Scheme* [Swe98] permet de construire à partir d'une analyse multirésolution simple ou basique une nouvelle analyse multirésolution plus performante ou bien ayant certaines propriétés spécifiques désirées. Il permet de construire des ondelettes de *seconde génération* qui ne sont plus les translatées mises à l'échelle d'une fonction mère.

Soit les filtres originaux d'une analyse multirésolution  $h, g, \tilde{h}, \tilde{g}$ . Un nouveau jeu de filtre  $H, G, \tilde{H}, \tilde{G}$  s'obtient en posant :

$$H_j^{k,l} = h_j^{k,l}$$

$$\tilde{G}_j^{m,l} = \tilde{g}_j^{m,l}$$

$$\tilde{H}_j^{k,l} = \tilde{h}_j^{k,l} + \sum_m s_j^{k,m} \tilde{G}_j^{m,l}$$

$$G_j^{m,l} = g_j^{m,l} - \sum_k s_j^{k,m} H_j^{k,l}$$

Il n'y a aucune restriction sur le choix des  $\{s_j^{k,m}\}$ , les nouveaux filtres seront automatiquement valides et qui plus est biorthogonaux. De plus si les filtres initiaux sont finis, les nouveaux filtres le seront aussi. Les fonctions d'échelle restent les mêmes pour la nouvelle analyse multirésolution, tandis que les ondelettes et les fonctions d'échelle duales changent et satisfont les nouvelles équations de raffinement :

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_j^k &= \sum_l \tilde{h}_j^{k,l} \tilde{\varphi}_{j+1}^l + \sum_m s_j^{k,m} \tilde{\psi}_j^m \\ \psi_j^m &= \sum_l g_j^{m,l} \varphi_{j+1}^l - \sum_k s_j^{k,m} \varphi_j^k\end{aligned}$$

Grâce à ces équations il est possible de trouver les  $\{s_j^{k,m}\}$  car ce sont les uniques inconnus dans la partie droite. Le choix peut être libre ou forcé afin d'obtenir certaines propriétés pour les ondelettes. Par exemple si l'on désire que l'ondelette ait des moments nuls, il faut que sa projection sur un polynôme  $P_i$  soit nulle, i.e.

$$\langle \psi_j^m | P_i \rangle = \psi_j^m = \sum_l g_j^{m,l} \langle \varphi_{j+1}^l | P_i \rangle - \sum_k s_j^{k,m} \langle \varphi_j^k | P_i \rangle = 0$$

Pour  $j$  et  $m$  fixés on obtient un système linéaire dont les inconnus sont les  $\{s_j^{k,m}\}$ . En prenant un nombre de  $s_j^{k,m}$  égal au nombre d'équations  $N$ , il reste un système linéaire de taille  $N \times N$  à résoudre. La transformée par ondelettes rapide en utilisant le processus du lifting scheme devient :

$$a_j^k = \sum_l \tilde{h}_j^{k,l} a_{j+1}^l + \sum_m s_j^{k,m} a_j^m \quad (\text{A.20})$$

$$d_j^m = \sum_l \tilde{g}_j^{m,l} a_{j+1}^l \quad (\text{A.21})$$

Deux étapes apparaissent. La première, consiste à calculer de façon classique les coefficients d'échelle et d'ondelettes. Ensuite les coefficients d'échelle sont modifiés grâce aux  $s_j^{k,m}$  et aux coefficients d'ondelettes. La transformée inverse quant à elle se réécrit :

$$a_{j+1}^l = \sum_k h_j^{k,l} (a_j^k - \sum_m s_j^{k,m} d_j^m) + \sum_m g_j^{m,l} d_j^m \quad (\text{A.22})$$

## A.9 Compression

La transformée par ondelettes crée une séparation entre l'approximation à un niveau donné (coefficients d'échelle) et les détails (coefficients d'ondelettes). Si l'approximation au niveau  $j$  est proche de celle du niveau  $j + 1$ , alors les coefficients d'ondelettes seront faibles. L'amplitude (ou norme) de ces coefficients est proportionnelle à leur importance dans la décomposition. Les coefficients d'ondelettes faibles peuvent être considérés nuls sans introduire une grosse perte d'information. La compression peut donc avoir lieu ici, en supprimant en priorité les coefficients de faible amplitude. De plus, l'erreur introduite par la suppression d'un coefficient est accessible directement car elle est égale à sa norme.



## Annexe B

# Notions de Radiométrie, Photométrie, et Colorimétrie

### B.1 Introduction

La *radiométrie* est la science de la mesure des flux d'énergie transportés par les ondes électromagnétiques. La notion centrale est bien sûr celle de *flux énergétique*. Du point de vue de la *photométrie* on s'intéresse au *flux lumineux* qui traduit la *sensation visuelle* induite par le flux énergétique. Les définitions radiométriques précèdent les photométriques parce que les premières sont des grandeurs physiquement mesurables alors que les secondes sont psychophysiques. Mais plus que le niveau d'excitation du système nerveux provoquée par tel ou tel niveau d'énergie radiométrique, il faut être capable de restituer la perception colorée que nous avons du monde. La *colorimétrie* s'intéresse à la modélisation de la couleur proprement dite et aux différents modèles possibles pour cette notion subjective s'il en est, car propre à chaque sujet humain. Néanmoins une étude quantitative peut être réalisée en supposant l'existence d'un système visuel *moyen* ou de *référence* (obtenu grâce à une étude statistique réalisée sur de nombreux sujets humains consentants<sup>44</sup>). la *Commission Internationale de l'Eclairage* (CIE), anciennement *Commission Internationale de Photométrie*, est un organisme international reconnu s'occupant de la spécification de cet observateur idéal [Com71]. la CIE publie aussi un dictionnaire international contenant l'ensemble des définitions relatives à la photométrie [Com70].

D'une manière rigoureuse chaque terme radiométrique est fonction de la position dans l'espace, de la direction dans l'espace, de la longueur d'onde, du temps, et de la polarisation. Donc il doit être écrit fonctionnellement sous la forme  $f(x, \omega, \lambda, t, \gamma)$ . De manière classique en infographie la dépendance à la polarisation est omise, c'est donc notre première simplification. Ensuite nous considérerons que l'énergie à différentes longueurs d'onde est *découplée*. C'est à dire que l'énergie associée à une longueur d'onde  $\lambda_1$  est indépendante de celle associée à une longueur d'onde  $\lambda_2$ . Cette simplification interdit la modélisation

---

<sup>44</sup>Pourrait sembler hors propos, mais il a été démontré que l'état psychologique modifie la sensibilité du système visuel...

de certains phénomènes tels que la fluorescence/phosphorescence, où l'énergie absorbée par une surface pour une longueur d'onde sera réfléchiée à une longueur d'onde différente. Pour finir, la dépendance au temps est elle aussi éradiquée en considérant que nous sommes toujours dans une situation d'équilibre (c'est à dire que pour nous la vitesse de la lumière est infinie permettant instantanément une mise en situation stable des flux énergétiques). Pour faciliter l'écriture et la lecture la dépendance à la position et/ou à la direction seront volontairement omise dans la suite lorsqu'elles surchargent inutilement le discours. Néanmoins elles seront rappelées si elles sont pertinentes.

## B.2 Radiométrie

A la base de la radiométrie est l'énergie, notée  $Q_e$  et mesurée en Joules [ $J$ ]. L'approche photonique qui considère une onde électromagnétique composée de particules ou photons associe à chacun un quantum d'énergie  $E = \frac{hc}{\lambda}$ . L'approche ondulatoire considère plutôt l'énergie comme l'amplitude du champ électromagnétique. Chaque terme radiométrique  $R$  est une grandeur spectrale basée sur la quantité d'énergie associée à chaque longueur d'onde :  $\frac{dE}{d\lambda}$  qui s'exprime par mètre [ $m^{-1}$ ]. La courbe de distribution de l'énergie en fonction de la longueur d'onde est appelée *Distribution de Puissance Spectrale* (DPS). Il suffit de l'intégrer sur l'ensemble du spectre pour en déduire le terme non spectral :  $R = \int_0^\infty R(\lambda)d\lambda$ . Par souci de clarté cette dépendance spectrale est omise dans la suite du manuscrit.

### B.2.1 Flux

Le flux énergétique ou puissance  $\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$  représente l'énergie quittant ou arrivant sur une surface donnée par unité de temps. Il s'exprime en Watt [ $W$ ] (qui n'est rien d'autre qu'un Joule par seconde).

### B.2.2 Angle Solide

L'angle solide sustenté par un objet depuis un point  $S$  de l'espace est l'aire de la projection de cet objet sur la sphère unitaire centrée en  $S$  (Figure B.1). Il s'exprime en stéradian [ $sr$ ].

Dans le cas d'une surface infinitésimale  $dA$  on utilise une approximation de l'angle solide infinitésimal  $d\omega$  sustenté par  $dA$ . Alors on a :  $d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi$  (Figure B.2). On déduit donc que l'angle solide sustenté par la sphère est :

$$S = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi$$

Il est possible de passer à l'aire infinitésimale projetée puis à l'angle solide infinitésimal projeté en projetant les deux quantités sur le plan support de l'hémisphère :

$$\begin{aligned} dA^\omega &= r^2 \sin\theta \cos\theta d\theta d\phi \\ d\Omega &= \frac{dA \cos\theta}{r^2} = \sin\theta \cos\theta d\theta d\phi \end{aligned}$$



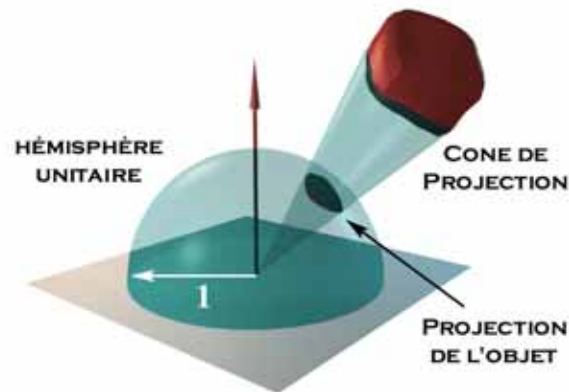


FIG. B.1: Angle solide sustenté par un objet

Le fait de projeter rajoute en fait simplement un facteur qui est le cosinus entre la normale à la surface au point  $x$  et la direction d'intérêt  $\omega$ .

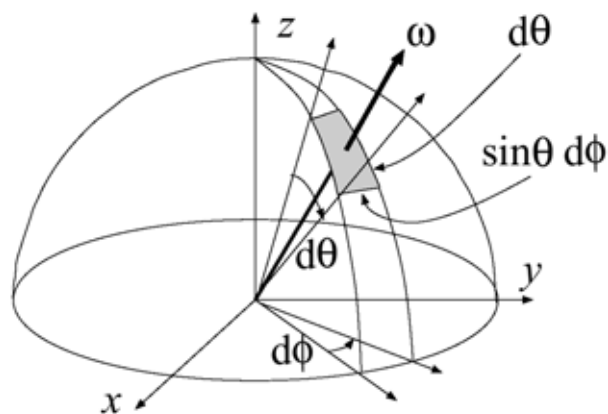


FIG. B.2: Angle solide sustenté par une surface infinitésimale

### B.2.3 Éclairement

L'éclairement énergétique  $E = \frac{d\Phi_e}{dA}$  caractérise le flux énergétique incident à une surface. Il s'exprime en Watt par mètre carré [ $W/m^2$ ].

### B.2.4 Radiosité

La mesure d'un flux quittant une surface est donnée par l'exitance  $M$  aussi appelée radiosité  $B$  dans le domaine de l'informatique graphique :  $B = M = \frac{d\Phi_e}{dA}$ .

### B.2.5 Intensité

L'éclairement ou la radiosité nécessitent une surface infinitésimale pour être définis. Si l'on s'intéresse à une source lumineuse ponctuelle (ce qui est souvent le cas en infographie), la surface tend vers zéro. Une alternative est de définir l'intensité énergétique  $I = \frac{d\Phi_e}{d\omega}$ , caractérisant le flux énergétique quittant un point par unité d'angle solide. L'intensité s'exprime en Watt par stéradian  $[W/sr]$ .

### B.2.6 Luminance

La luminance énergétique combine l'idée d'angle solide et d'aire au sein du terme qui est certainement le plus important en radiométrie  $L = \frac{d^2\Phi_e}{dA d\Omega}$ . Elle s'exprime naturellement en Watt par stéradian par mètre carré  $[\frac{W}{sr.m^2}]$ . Il est important de noter que l'on définit la luminance en terme d'aire ou d'angle solide projeté. Les relations suivantes entre termes radiométriques se déduisent de cette définition :

$$L = \frac{dI}{dA} = \frac{dE}{d\omega} = \frac{dB}{d\omega} = \frac{dM}{d\omega} \quad (\text{B.1})$$

Par convention on adoptera la notation  $L_e$ ,  $L_i$ , et  $L_r$  pour différencier la luminance d'émission propre de la surface, la luminance incidente à la surface ou réfléchiée par la surface. La luminance possède des propriétés remarquables utilisées notamment en synthèse d'images :

- la luminance reste constante le long d'un rayon lumineux dans le vide
- la réponse d'un capteur est proportionnelle à la luminance de la surface visible depuis le capteur
- la luminance est une quantité fondamentale caractérisant la distribution de la lumière dans un environnement, tout autre terme s'en déduit

## B.3 Photométrie

Le système visuel humain n'est sensible au flux énergétique que pour une bande précise du spectre électromagnétique appelée *spectre visible*<sup>45</sup>. Et même au sein de cette zone, la réponse n'est pas uniforme. C'est pourquoi chaque concept radiométrique doit être modifié afin d'exprimer la réponse d'un observateur humain standard à la grandeur radiométrique objective. Cette nouvelle science forme la *photométrie*. L'énergie lumineuse est à la base de la photométrie. Elle est reliée à l'énergie radiométrique par la relation :

$$Q_v = K_m \int V(\lambda) Q_e(\lambda) d\lambda \quad (\text{B.2})$$

$V(\lambda)$  est l'efficacité lumineuse relative spectrale normée de l'oeil humain (Figure B.3). Cette courbe lisse et symétrique dérive des résultats de nombreuses expériences indépendantes [WS82], et est un

<sup>45</sup>La CIE conseille généralement l'intervalle de 380 à 780 nm, mais il peut être élargi pour des calculs très précis (jusqu'à 830 nm).

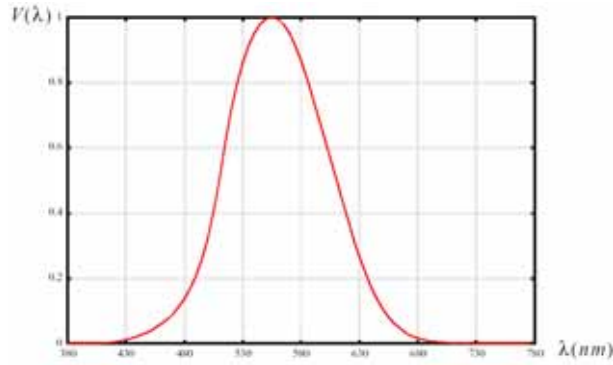


FIG. B.3: Efficacité spectrale de l'oeil humain d'après la CIE [Com71]

assemblage pondéré des différents ensembles de données expérimentales. La valeur numérique de la constante de normalisation  $K_m$  est fixé égal à 680 lumens/watt pour permettre une cohérence avec la valeur de l'unité d'intensité lumineuse (le candela)  $[cd]$  dans l'ancien système de mesure photométrique. Le flux lumineux se définit naturellement par  $\Phi_l = \frac{dQ_v}{dt}$ . Il s'exprime en Lumens  $[lm]$ . En fait les grandeurs photométriques se déduisent des grandeurs radiométriques en pondérant la distribution spectrale du rayonnement par l'efficacité lumineuse relative spectrale de l'oeil humain. L'intégration spectrale s'étend sur tout le domaine de définition de  $V$ , de 380 nm à 780 nm. Un récapitulatif des termes radiométriques et leur équivalent photométrique est donné Table B.1 et Table B.2. A noter que l'illumination s'exprime aussi en lux  $[lx] \equiv [lm/m^2]$  et que la luminance s'exprime en nits  $\equiv [cd/m^2]$ .

Symbole	Nom	Définition	Unité
$Q_e$	Énergie rayonnante	-	joule $[J]$
$\Phi_e$	Flux énergétique	$\frac{dQ_e}{dt}$	watt $[W] \equiv [J/s]$
$E$	Éclairement	$\frac{d\Phi_e}{dA}$	$[W/m^2]$
$B$	Radiosité ou Exitance énergétique	$\frac{d\Phi_e}{dA}$	$[W/m^2]$
$I$	Intensité	$\frac{d\Phi_e}{d\omega}$	$[W/sr]$
$L$	Luminance énergétique	$\frac{d^2\Phi_e}{dAd\omega}$	$[W/(m^2 \cdot sr)]$

TAB. B.1: Termes radiométriques

## B.4 Exemples

Pour se forger une idée des grandeurs mises en jeu, des valeurs typiques pour divers objets et situations sont données Table B.3.

Symbole	Nom	Définition	Unité
$Q_v$	Énergie lumineuse	-	talbot
$\Phi_v$	Flux lumineux	$\frac{dQ_v}{dt}$	lumen [ $lm$ ] $\equiv$ [ $talbot/s$ ]
$E$	Illumination	$\frac{d\Phi_v}{dA}$	[ $lm/m^2$ ] $\equiv$ [ $lx$ ]
$B$	Exitance lumineuse	$\frac{d\Phi_v}{dA}$	[ $lm/m^2$ ]
$I$	Intensité lumineuse	$\frac{d\Phi_v}{d\omega}$	candela [ $cd$ ] $\equiv$ [ $lm/sr$ ]
$L$	Luminance lumineuse	$\frac{d^2\Phi_v}{dAd\omega}$	[ $lm/(m^2 \cdot sr)$ ] $\equiv$ [ $cd/m^2$ ]

TAB. B.2: Termes photométriques

Surface / Situation	Luminance [ $cd/m^2$ ]	Illumination [ $lm/m^2$ ]
Soleil / Jour ensoleillé	2*10e9	100,000
Nuages / Jour nuageux	30,000	10,000
Fenêtre / Lumière naturelle	3,000	1,000
Lampe / Lumière artificielle	1,000	100
Lune / Clair de lune	0.03	0.02

TAB. B.3: Valeurs photométriques typiques

## B.5 Colorimétrie

Les applications graphiques spécifient une couleur dans un système trichromatique, comme le système RVB (Rouge, Vert, Bleue) ou TSL (Ton, Saturation, Luminosité). Dérivés des mécanismes du système visuel humain, ces espaces de couleur s'adaptent relativement bien aux technologies d'affichage ou d'impression. Bien que ces systèmes modélisent remarquablement la perception colorée, les grandeurs radiométriques sont elles par nature spectrales. En effet l'interaction lumière-matière étant plus complexe nécessite la prise en compte de la dépendance à la longueur d'onde, là où les abstractions perceptuelles comme le système RVB sont inadéquates. Généralement une simulation calcule la luminance spectrale en entrée de capteur. Il faut ensuite pouvoir en déduire la perception visuelle et adapter les paramètres d'affichage pour représenter correctement celle-ci.

### B.5.1 Spectre de puissance

Un spectre de *puissance* se définit comme une fonction  $S(\lambda)$ , qui fournit, pour chaque longueur d'onde  $\lambda$  du domaine visuel humain (380-780nm), la puissance émise pour un petit intervalle  $d\lambda$  centré sur  $\lambda$ , théoriquement en [ $W/nm$ ]. Les spectres d'émission de sources lumineuses et les spectres de réflexion/transmission/absorption des matériaux sont en général déterminés par spectrophotométrie. Ils sont donnés sous la forme d'une table de mesures pour des intervalles de longueur d'onde en général de

l'ordre de 5nm.

### B.5.2 Perception visuelle

La rétine de l'oeil humain constitue le traducteur image-influx nerveux (Figure B.4). Les cellules

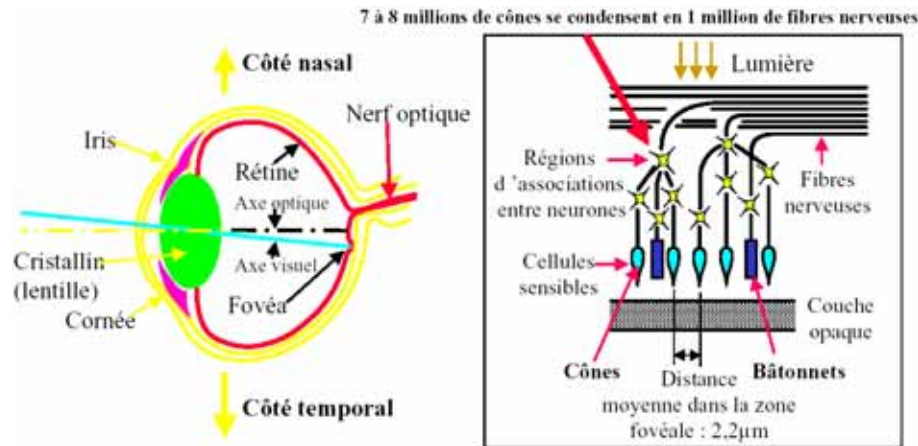


FIG. B.4: Schéma simplifié de la structure de l'oeil (coupe horizontale à gauche) et de la rétine (à droite)

sensibles effectuant cette traduction sont de deux sortes (ainsi nommées à cause de leur forme) :

- les cônes
- les bâtonnets

Les cônes interviennent en vision *photopique*, c'est à dire lorsque la luminosité est moyenne à forte (plusieurs candelas par mètre carré). Dans ces conditions, le maximum de sensibilité est situé vers 560 nm. Ils sont subdivisés en trois groupes, dont les sensibilités spectrales complémentaires permettent une interprétation trichromatique des couleurs (Figure B.5). Le maximum de sensibilité se localisant pour les couleurs Rouge, Verte et Bleue (RVB). Les bâtonnets permettent la vision *scotopique*, c'est à dire

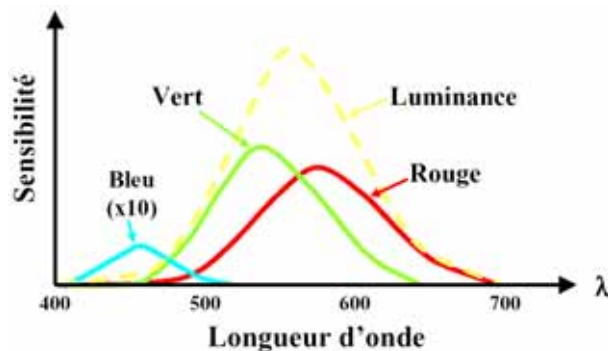


FIG. B.5: Sensibilité spectrales des différents types de cônes

pour de faibles éclaircissements (quelques centièmes de candela par mètre carré). La sensibilité de l'oeil

présente alors un maximum vers 510 nm, décalé vers le bleu. L'influence des bâtonnets est négligeable pour la vision photopique<sup>46</sup>. Bien que l'oeil possède une vision trichrome, le cerveau interprète plutôt une image reçue sous une forme à deux composantes : la *luminance* (luminosité d'un objet) et la *chrominance* (couleur d'un objet). Cette dernière correspond au complément d'information à fournir pour passer d'une image monochrome (issue directement de la luminance) à une image couleur. La luminance est majoritairement obtenue à partir du Vert, alors que la chrominance représente la différence entre la luminance et les composantes Rouge et Bleue.

L'utilisation directe d'une représentation sur une base RVB pure ne permet pas l'obtention de toutes les longueurs d'onde du domaine visible par une simple somme des trois primaires, à moins d'utiliser des coefficients *négatifs*. Pour remédier à ce problème (plus conceptuel que théorique), la CIE a défini trois primaires [Com71] X, Y, et Z, dont la réponse spectrale est donnée par les courbes  $\bar{x}_\lambda$ ,  $\bar{y}_\lambda$ , et  $\bar{z}_\lambda$  (Figure B.6). Dans l'espace XYZ les couleurs visibles occupent un cône de section en forme de fer à cheval (Figure B.7). Si on s'intéresse au plan d'équation  $X + Y + Z = 1$ , on obtient un diagramme bidimensionnel de l'espace occupé par ces couleurs (Figure B.8).

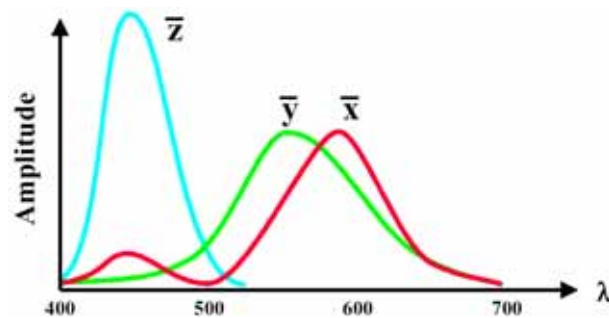


FIG. B.6: Courbes  $\bar{x}_\lambda$ ,  $\bar{y}_\lambda$ , et  $\bar{z}_\lambda$

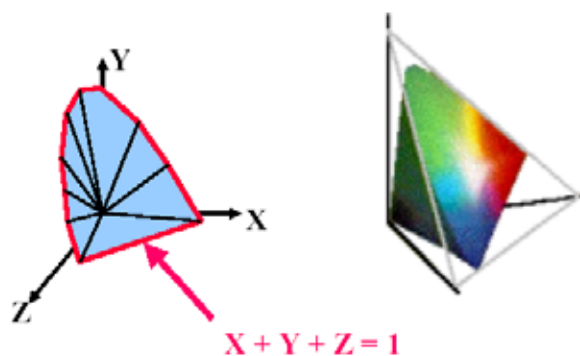


FIG. B.7: Plan des couleurs visibles dans l'espace XYZ

<sup>46</sup>L'efficacité lumineuse relative spectrale  $V(\lambda)$  dont j'ai déjà parlé est valable en vision photopique, un équivalent  $V'(\lambda)$  existe pour la vision scotopique.

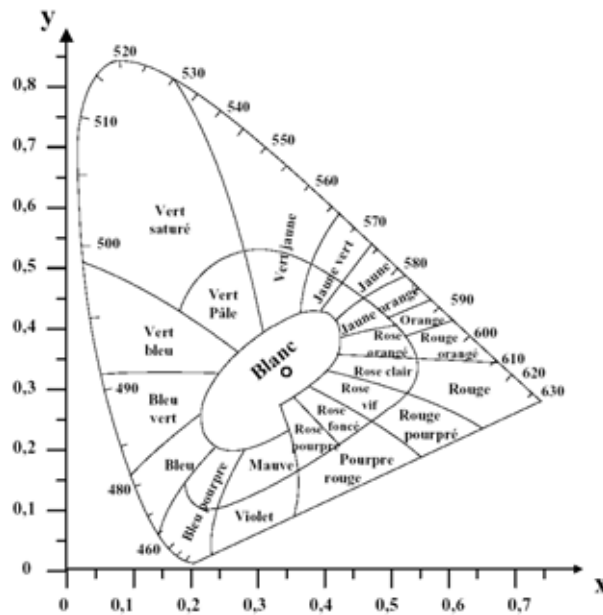


FIG. B.8: Diagramme de chromaticité (données CIE 1931)

D'autres systèmes colorimétriques existent et sont plus intéressants pour certaines évaluations. Le système  $L^*a^*b^*$  de la CIE a par exemple l'intéressante propriété d'être perceptuellement uniforme au contraire du système XYZ. Cela signifie que la distance euclidienne dans cet espace est proportionnelle à la différence perceptuelle et permet donc de mesurer de façon correcte et *quantitative* une différence visuelle entre deux images.

### B.5.3 Du spectre à la perception

Les courbes  $\bar{x}_\lambda$ ,  $\bar{y}_\lambda$ , et  $\bar{z}_\lambda$ , fournissent la contribution relative de la longueur d'onde  $\lambda$  d'un spectre  $S$  aux trois composantes X, Y, et Z. Ces fonctions ont été déterminées en mesurant la perception colorée moyenne sur un échantillon d'observateurs humains. Pour un spectre  $S$ , échantillonné régulièrement tous les  $d\lambda$ , on procédera comme suit :

$$\begin{aligned}
 X &= d\lambda \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} \bar{x}_\lambda S(\lambda) \\
 Y &= d\lambda \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} \bar{y}_\lambda S(\lambda) \\
 Z &= d\lambda \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} \bar{z}_\lambda S(\lambda)
 \end{aligned}$$

Pour la majorité des applications, un échantillonnage tous les 5 ou 10 nanomètres est largement suffisant. Néanmoins la CIE fournit des données précises jusqu'au nanomètre.

La valeur Y est une mesure de la luminance perçue. En rendu on ne s'intéresse qu'à la lumino-

sité relative, car l'oeil adapte sa réponse à la luminosité globale d'une image, c'est à dire aux conditions d'éclairage. De façon simpliste on peut donc ignorer les valeurs absolues de Y pour simplement effectuer une mise à l'échelle de la luminosité entre un minimum et un maximum de brillance fixé par l'utilisateur. Il est néanmoins possible d'utiliser des techniques plus sophistiquées qui permettent de passer de la dynamique réelle du spectre à la dynamique limitée du dispositif d'affichage de façon plus intelligente, on parle de *tone mapping*. Le plus gros problème est en effet la haute dynamique nécessaire [Ash02] : le système visuel humain gère des luminances entre 1 et  $10^8 \text{cd/m}^2$  alors qu'un système d'affichage standard ne gère que la plage de 1 à  $10^2 \text{cd/m}^2$ . Une étude détaillée serait superflue ici, mais le lecteur désirent approfondir pourra consulter [TR93] [MNP97] [AW02a] [RSSF02]. Récemment on a commencé à s'intéresser à l'évolution dynamique de ce phénomène (images animées et non plus statiques) en incluant la dépendance au temps [SSS00] [DD00] [AW02b].

Si Y mesure la luminance, les composantes X et Z fournissent la couleur apparente du spectre. Comme la perception colorée ne dépend que des grandeurs relatives de X, Y, et Z, la CIE définit les *coordonnées chromatiques* par :

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{(X + Y + Z)} \\ y &= \frac{Y}{(X + Y + Z)} \\ z &= \frac{Z}{(X + Y + Z)} \end{aligned}$$

Comme  $x + y + z = 1$ , on a  $z = 1 - (x + y)$ . C'est pourquoi habituellement on ne donne que les coordonnées x et y.

#### B.5.4 De la perception à l'affichage

La plupart des systèmes d'affichage ou d'impression n'acceptent pas directement la spécification des couleurs CIE, il faut passer par une phase de transformation dans un système spécifique au matériel. De nombreux dispositifs utilisent le système RVB et mixent trois couleurs primaires, chacune décrite par ses valeurs x et y (z étant implicite).

Système	xR	yR	xV	yV	xB	yB	xb	yb
NTSC	0.67	0.33	0.21	0.71	0.14	0.08	0.3101	0.3162
EBU	0.64	0.33	0.29	0.60	0.15	0.06	0.3127	0.3291
SMPTE	0.63	0.34	0.31	0.595	0.155	0.070	0.3127	0.3291

TAB. B.4: Quelques systèmes d'affichage et les coordonnées xy de leurs phosphores

En plus de la chrominance des phosphores du moniteur les coordonnées chromatiques du *point blanc* sont nécessaire. Il s'agit du point pour lequel les trois types de phosphore sont excités au maximum



---

(luminance maximale du dispositif), soit dans l'espace RVB du moniteur le point (1,1,1). A partir de ces valeurs on peut construire la matrice de transformation pour passer d'un vecteur xyz à un vecteur RVB pour le moniteur considéré. La Table B.4 fourni une liste pour différents standards d'affichage.



## Annexe C

# Méthode de Monte Carlo

### C.1 Introduction

La méthode de Monte Carlo, au sens large du terme, cherche à évaluer le comportement macroscopique ou global d'un système à partir d'une étude statistique de son comportement microscopique ou local. Il s'agit d'une approche *stochastique* par opposition à une approche *déterministe*. Cette approche intuitive favorise l'analogie avec la réalité physique. Mais elle est aussi utilisée notamment en mathématiques pour le calcul numérique d'intégrales complexes et/ou multidimensionnelles. Pour une étude approfondie de la méthode de Monte Carlo [HH64] [Kar68] [Hal70] [Sch66] [Yak77] font référence en la matière.

### C.2 Probabilités

Avant de rentrer dans le vif du sujet, il faut nous attarder sur quelques notions de base de probabilité qui seront fort utiles pour appréhender correctement les subtilités de la méthode de Monte Carlo.

#### C.2.1 Variable aléatoire

Une *variable aléatoire* est un nombre dépendant du résultat d'une expérience aléatoire ; c'est à dire dont on ne peut prédire par avance l'issue (on parle d'expérience *non-déterministe* par opposition à une expérience *déterministe*). Par exemple la valeur résultant du lancer d'un dé est une variable aléatoire. Lorsqu'une expérience aléatoire s'inscrit dans le temps on parle plutôt d'expérience ou de comportement *stochastique*. On appelle *événement* la propriété du système qui une fois l'expérience effectuée est ou n'est pas réalisée. Par exemple "le dé a pris la valeur 3", ou "le dé n'a pas pris une valeur  $> 4$ ", etc. Une variable aléatoire  $x$  est dite *discrète* si elle ne prend qu'un nombre fini ou dénombrable de valeurs :  $x \in \{x_k, k \in \mathcal{K} \subset \mathcal{N}\}$ . A chaque valeur possible  $x_k$  pour la variable (ou chaque événement), est associée une *probabilité*  $P_k$  indiquant le taux moyen d'apparition de la valeur  $x_k$  sur un grand nombre

d'expériences. Pour un dé à six faces, non truqué, la probabilité de chaque nombre est de  $\frac{1}{6}$ . La probabilité est toujours comprise entre 0 (événement impossible) et 1 (événement certain). De plus on a  $\sum_k P_k = 1$ , car au moins un des événements est toujours réalisé.

Une variable aléatoire  $x$  est dite *continue* si elle est à valeur dans un ensemble continu, par exemple  $\mathcal{R}$ . L'enjeu est alors la *localisation* de la variable aléatoire : c'est à dire ses *chances* de tomber sur telle ou telle valeur ou partie de l'espace. La probabilité  $P$  d'un événement est déterminée par une fonction continue  $p$ , appelée *fonction de densité de probabilité* (fdp), ayant les propriétés suivantes<sup>47</sup> :

$$\begin{cases} \forall x \in \mathcal{R}, p(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

On a alors  $\forall x \in \mathcal{R}, P(x \in [a, b]) = \int_a^b p(x) dx$ . On appelle  $P$  la *loi de probabilité* de la variable. Une densité de probabilité définit parfaitement la *distribution* d'une variable aléatoire  $x$  à valeurs dans  $\mathcal{R}$ .

Par exemple une distribution uniforme sur  $[a, b]$ , i.e. chacun des nombres entre  $a$  et  $b$  ayant une chance égale d'être obtenue, est décrite par la fdp suivante :

$$\begin{cases} \forall x \in [a, b], & p(x) = \frac{1}{b-a} \\ \forall x \notin [a, b], & p(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

### C.2.2 Espérance

L'*espérance*  $E$  d'une variable aléatoire  $x$  est la valeur moyenne obtenue sur un grand nombre d'expériences. Dans le cas discret on a :

$$E[x] = \sum_K x_k P_k \quad (\text{C.3})$$

Dans le cas continu :

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x) dx \quad (\text{C.4})$$

### C.2.3 Variance

La *variance*  $\sigma$  d'une variable aléatoire  $x$  est la distance moyenne à la valeur moyenne. Elle mesure l'écart ou la dispersion de la variable autour de l'espérance. Dans le cas discret on a :

$$\sigma^2[x] = E[(x - E[x])^2] \quad (\text{C.5})$$

Dans le cas continu :

$$\sigma^2[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 p(x) dx \quad (\text{C.6})$$

On appelle généralement  $\sigma^2$  l'*écart type* de la distribution.

<sup>47</sup>Dans toute la suite, par souci de clarté, je me place dans le cas de fonctions à une seule variable et à valeur dans le domaine des réels. Bien sûr la théorie est applicable aux fonctions à plusieurs variables et à valeur dans des domaines quelconques.

### C.2.4 Tirage aléatoire

La question se pose de pouvoir simuler une variable aléatoire sur son domaine. On parle alors de tirage aléatoire ou d'échantillonnage du domaine suivant sa loi. La fdp est un outil formel intéressant mais inutilisable de façon directe par une machine informatique. L'outil de base est en fait le tirage uniforme d'un nombre entre 0 et 1, c'est à dire selon la densité<sup>48</sup> :

$$\begin{cases} \forall x \in [0, 1], & p(x) = 1 \\ \forall x \notin [0, 1], & p(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

La loi fondamentale des probabilités établit la relation suivante entre deux fdp :

$$p(y)dy = p(x)dx \quad (\text{C.8})$$

Elle permet la transformation d'un échantillonnage uniforme vers un échantillonnage non-uniforme. Si  $x$  est distribuée uniformément sur  $[0, 1]$ ,  $y$  selon une fdp  $f$  sur  $[a, b]$ , alors on a :  $f(y)dy = dx$ . Soit après intégration :

$$P(y) = \int_0^y f(x)dx = x$$

$P$  est la *densité de probabilité cumulée* (dpc) ou *fonction de répartition* de la variable  $y$ . Elle est bijective et strictement croissante de  $[a, b]$  vers  $[0, 1]$ , donc inversible :

$$y = P^{-1}(x)$$

Le tirage aléatoire de  $x$  étant réalisable de façon informatique, celui de  $y$  l'est aussi grâce à l'inversion de  $P$ . Souvent le calcul de  $P$  est trop complexe de façon analytique et l'on se contente d'une version numérique. L'inversion se fait alors par interpolation entre des valeurs connues (Figure C.1).

## C.3 Intégration de Monte Carlo

Soit à évaluer une intégrale  $I$  sur le domaine  $[0, 1] \subset \mathcal{R}$ <sup>49</sup> :

$$I = \int_0^1 f(x)dx$$

Soit  $\{\xi_i, 0 \leq i \leq n\}$  un ensemble de  $n$  nombres aléatoires générés selon une loi de probabilité uniforme sur  $[0, 1]$ , on appelle alors *estimateur* de  $I$  :

$$I_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \quad (\text{C.9})$$

---

<sup>48</sup>En fait le tirage n'est jamais vraiment aléatoire sur un ordinateur qui est la machine la plus précise et déterministe qui soit ! Un générateur de nombre aléatoire informatique possède une période déterminée par l'algorithme employé, on parle plutôt de générateur *pseudo-aléatoire* (gpa). Le but étant bien sûr que la période soit la plus longue possible pour ne pas y être sensible. La construction de bons gpa est un vaste champ de recherche, dont les applications sont notamment utiles en cryptographie [Knu68].

<sup>49</sup>Peut se généraliser sur un domaine  $D$  quelconque muni d'une mesure  $dx$ , par exemple sur la sphère  $\mathcal{S}^2$  on prendra l'angle solide  $d\omega$ .

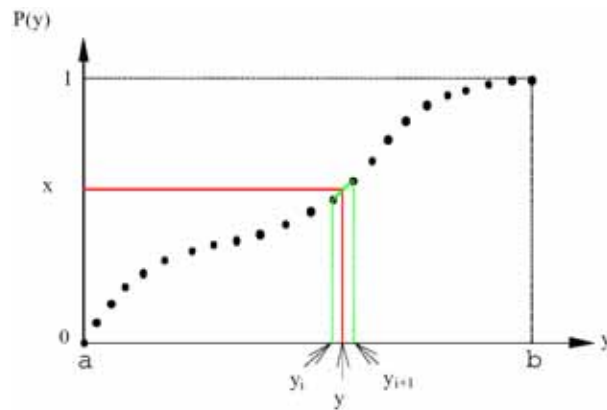


FIG. C.1: Inversion numérique

Plus le nombre d'échantillons  $n$  est important, et plus l'estimation de l'intégrale est précise. On montre que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = I$ . Si  $n = 1$  on parle d'estimateur *primaire*, sinon d'estimateur *secondaire*, qui n'est rien d'autre qu'une moyenne d'estimateurs primaires.

Une propriété importante de l'estimateur est d'être non *biaisé*, i.e. son espérance mathématique est égale à la valeur recherchée :  $E[I_n] = I$ . On montre que la variance, mesurant l'écart à l'espérance, et donc l'erreur commise par rapport à la valeur de  $I$ , est  $\sigma(I_n) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma(I_1)$ . Ce qui signifie que la vitesse de convergence naturelle est  $\propto \frac{1}{\sqrt{n}}$ . Par exemple pour diminuer l'erreur d'un facteur deux, il faudra quadrupler le nombre d'échantillons.

Les intérêts principaux de la méthode de Monte Carlo sont :

- une estimation non biaisée
- une complexité constante quelle que soit la dimension du problème
- une estimation de l'erreur et de sa réduction
- une mise en œuvre simple
- aucune propriété requise sur  $f$

Néanmoins elle est généralement beaucoup moins performante que des méthodes déterministes dédiées. Elle est donc à réserver pour des problèmes où l'on ne sait pas faire autrement ou bien à dimension élevée. En effet la complexité des méthodes déterministes croît avec la dimension.

### C.3.1 Échantillonnage d'importance

La méthode d'*échantillonnage d'importance* consiste à utiliser une fdp non uniforme pour la génération des échantillons nécessaires à l'estimation afin de réduire la variance.

Soit  $p$  une fdp sur  $[0, 1]$  et  $\{\xi_i, 0 \leq i \leq n\}$  un ensemble de  $n$  nombres aléatoires générés selon la loi de probabilité définie par  $p$ , alors on a l'estimateur :

$$I_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{f(\xi_i)}{p(\xi_i)} \quad (\text{C.10})$$

On montre que la fdp optimale est  $\frac{f}{I}$  et que la variance est alors nulle. Évidemment en pratique, on ne connaît pas  $I$  puisque l'on cherche à la calculer, donc cette fdp est inutilisable. Néanmoins on peut grandement améliorer la convergence en utilisant une fdp *proche* de la fdp optimale. Le principe général étant que plus  $p$  est proche de  $f$  plus faible est la variance, une fdp optimale étant  $\propto f$ . En effet intuitivement on comprend que dans les zones où la fonction est importante, l'intégrale va l'être aussi, et une meilleure précision (i.e. plus d'échantillons) sera nécessaire.

### C.3.2 Méthode de réjection

On voit que pour l'échantillonnage d'importance, il faut pouvoir générer des échantillons selon une fdp précise et aussi proche de  $f$  que possible. Les méthodes présentées à la section C.2.4 peuvent naturellement être employées. Mais si l'expression de la dpc est trop complexe, ou bien la dimension trop importante pour une inversion numérique on préfère utiliser la méthode de *réjection*. Elle ne nécessite que de pouvoir majorer la fdp par une constante  $C$ . Alors on procède à la génération uniforme d'un échantillon  $x_0$  dans le domaine de définition de la fdp, puis à un second tirage uniforme d'un nombre  $r$  entre 0 et  $C$ . Si  $r \in [0, p(x_0)]$  alors l'échantillon  $x_0$  est accepté, sinon il est rejeté (Figure C.2). Le processus est réitéré jusqu'à obtention d'un échantillon valide. Géométriquement parlant on essaye de couvrir l'aire sous la courbe, c'est à dire l'intégrale de la fdp qui n'est rien d'autre que la dpc.

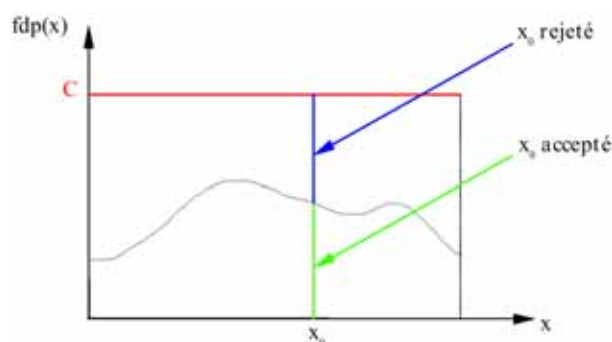


FIG. C.2: Illustration de la méthode de réjection

L'inconvénient de cette méthode est la lenteur de génération des échantillons, souvent pour une amélioration faible de la variance (le choix de  $C$  étant crucial).

## C.4 Intégration de Monte Carlo récursive

Parfois la définition d'une équation intégrale est récursive. C'est par exemple le cas des équations de Fredholm du second type, apparaissant souvent dans les problèmes de transport, de la forme :

$$f(x) = g(x) + \int_0^1 K(x, y)f(y)dy, \quad (\text{C.11})$$

où  $f$  est l'inconnue,  $g$  la constante et  $K$  le noyau de l'opérateur intégral. La résolution par Monte Carlo de ce genre de problème nécessite un nouvel arsenal.

### C.4.1 Marche aléatoire

La nature de l'équation impose l'emploi récursif de la méthode de Monte Carlo par importance pour l'estimation :

$$\begin{aligned}\hat{f}(x) &= g(x) + \frac{K(x, \xi_1)}{p_1(\xi_1)} \hat{f}(\xi_1) \\ &= g(x) + \frac{K(x, \xi_1)}{p_1(\xi_1)} \left( g(\xi_1) + \frac{K(\xi_1, \xi_2)}{p_2(\xi_2)} \hat{f}(\xi_2) \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \left( \prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{p_j(\xi_j)} \right) g(\xi_i)\end{aligned}$$

La suite des points ou échantillons du domaine  $\xi_0, \xi_1, \dots$  est appelée *marche aléatoire*, avec  $x = \xi_0$ . Souvent on utilise la même fdp pour la génération des échantillons ce qui simplifie le calcul.

### C.4.2 Roulette Russe

L'inconvénient d'une marche aléatoire, d'un point de vue pratique, est bien sûr son caractère infini inaccessible en simulation. La méthode de la *roulette Russe* permet de tronquer la série de manière probabiliste et *sans introduire de biais*.

Explicitons tout d'abord un estimateur primaire obtenu grâce à la roulette Russe. Soit  $\alpha \in [0, 1]$  et  $u$  définie par :

$$\begin{cases} 1, \forall x \leq 1 \\ 0, \forall x > 1 \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

Par changement de variable et reformulation on obtient :

$$\begin{aligned}I &= \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_0^\alpha \frac{1}{\alpha} f\left(\frac{x'}{\alpha}\right) dx' \\ &= \int_0^1 \frac{1}{\alpha} f\left(\frac{x'}{\alpha}\right) u\left(\frac{x'}{\alpha}\right) dx'\end{aligned}$$

Soit un estimateur primaire de la forme :

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha} f\left(\frac{\xi}{\alpha}\right) & \text{si } \xi \leq \alpha \\ 0 & \text{si } \xi > \alpha \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

On montre que cet estimateur est non biaisé mais possède une variance plus importante que l'estimateur standard. En combinant la roulette Russe et une marche aléatoire on obtient une suite finie d'échantillons



car l'estimateur sera nul pour un certain échantillon  $\xi_k$  :

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=0}^k \left( \prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{\alpha_j p_j(\xi_j)} \right) g(\xi_i) \quad (\text{C.14})$$

Où  $\alpha_j$  représente alors la probabilité de tirage de  $\xi_j$  selon la fdp  $p_j$ , aussi dénommée probabilité de la roulette Russe.

Dans de nombreux cas  $C = \int_0^1 K(x, y) dy < 1$ , alors le noyau peut être directement utilisé comme fdp et la constante de normalisation  $C$  comme probabilité pour la roulette Russe. L'estimateur prend la forme élégante :

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=0}^k g(\xi_i) \quad (\text{C.15})$$



## Planches Couleurs



FIG. 1: Lancer de rayon spectral sur un canapé avec deux FDRB (32 :1) et deux directions d'observation différentes, à gauche : FDRB isotrope de la toile, à droite : FDRB anisotrope du velours

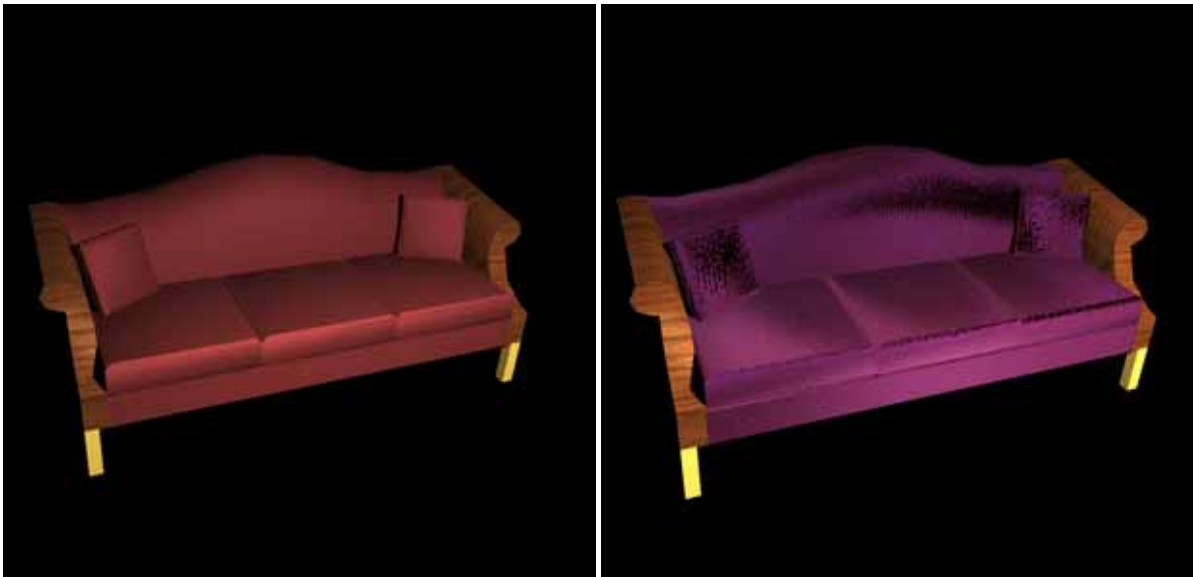


FIG. 2: Lancer de rayon spectral sur le canapé avec un éclairage différent



FIG. 3: Lancer de rayon RVB sur le canapé avec la FDRB du velours (32 :1)

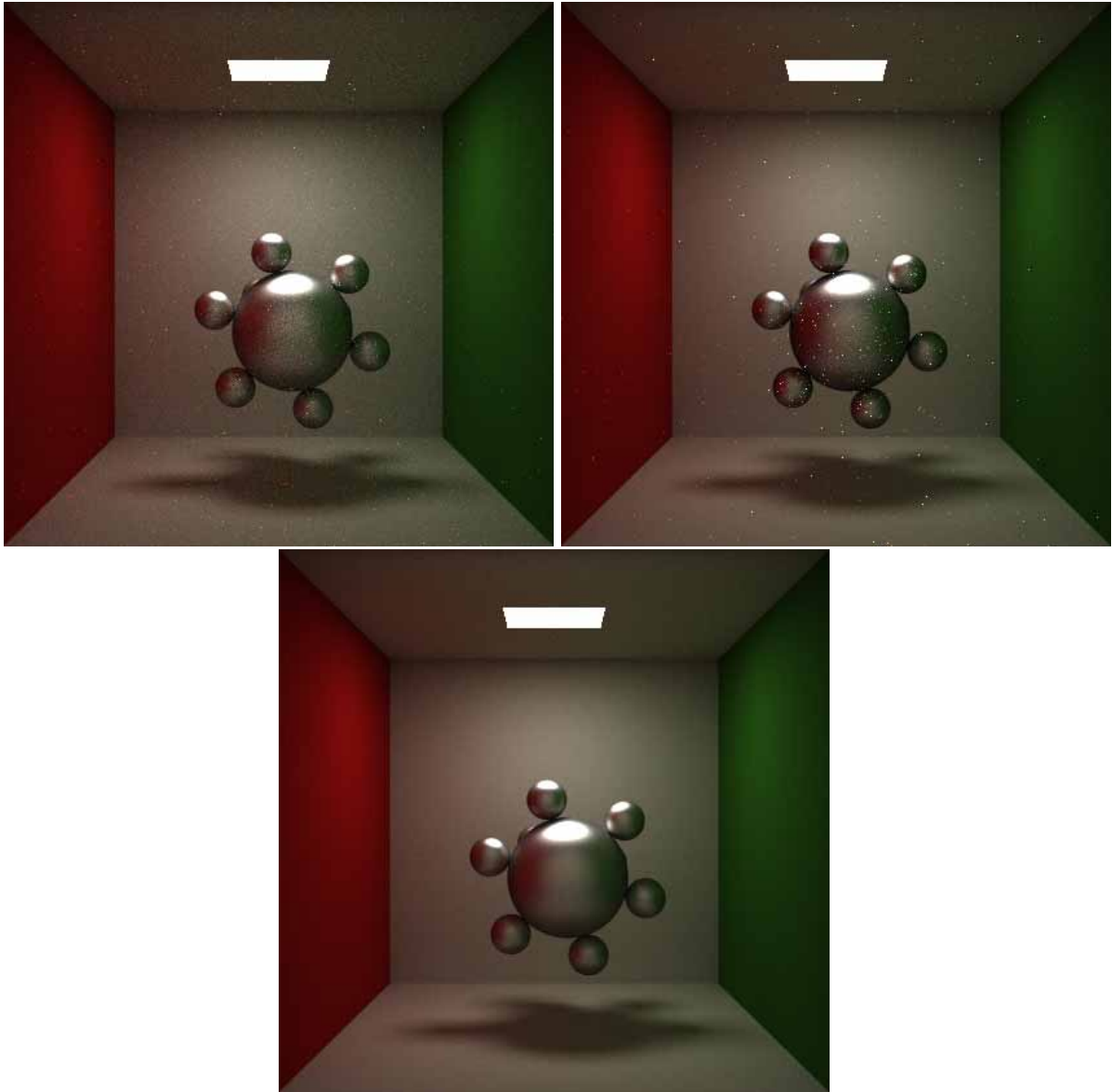


FIG. 4: FDRB de Phong, échantillonnage uniforme, analytique par importance et par ondelettes, 1000 rayons par pixel

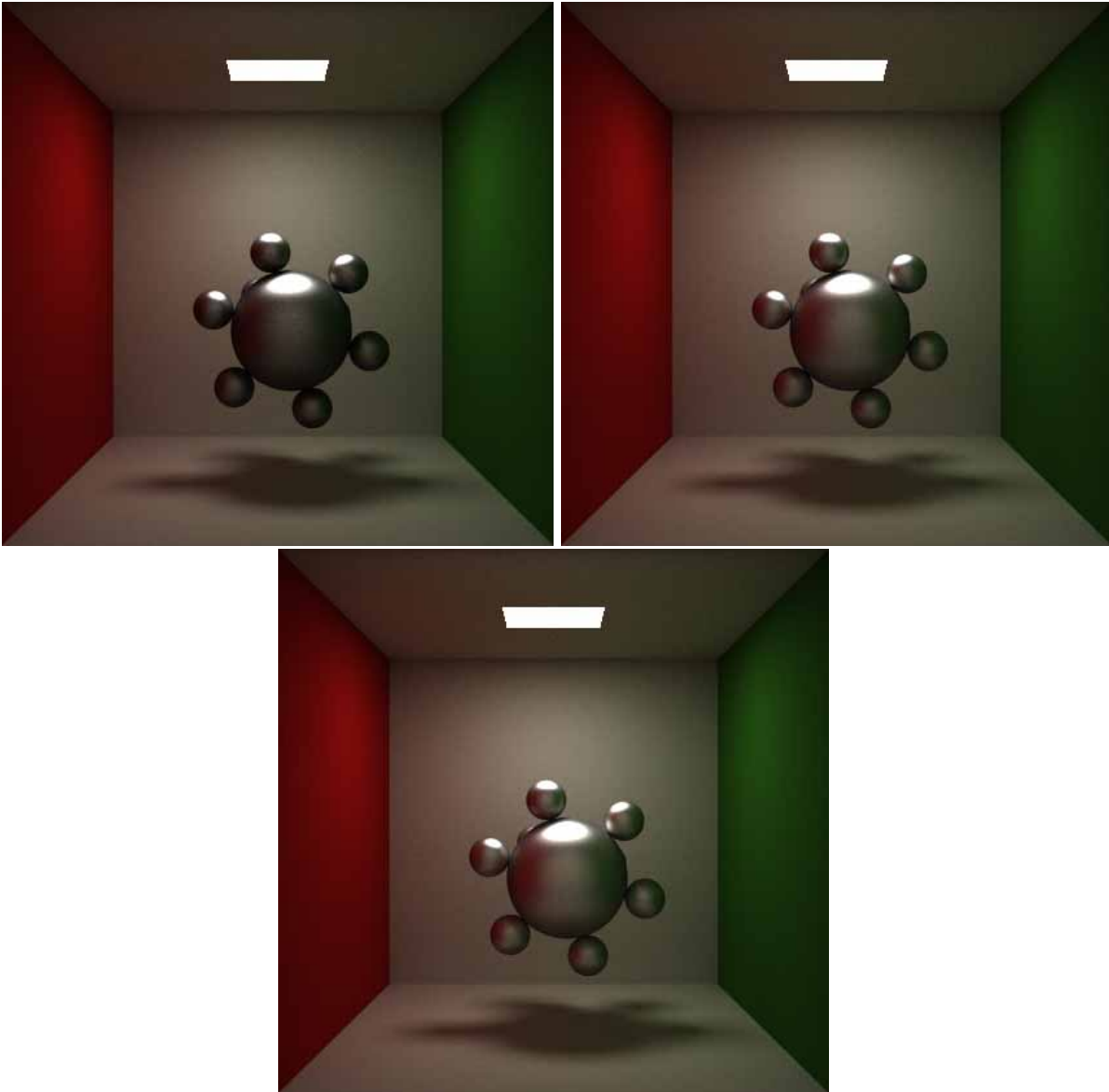


FIG. 5: FDRB de Phong, échantillonnage par ondelettes aux niveaux 0,1 et 2, 1000 rayons par pixel

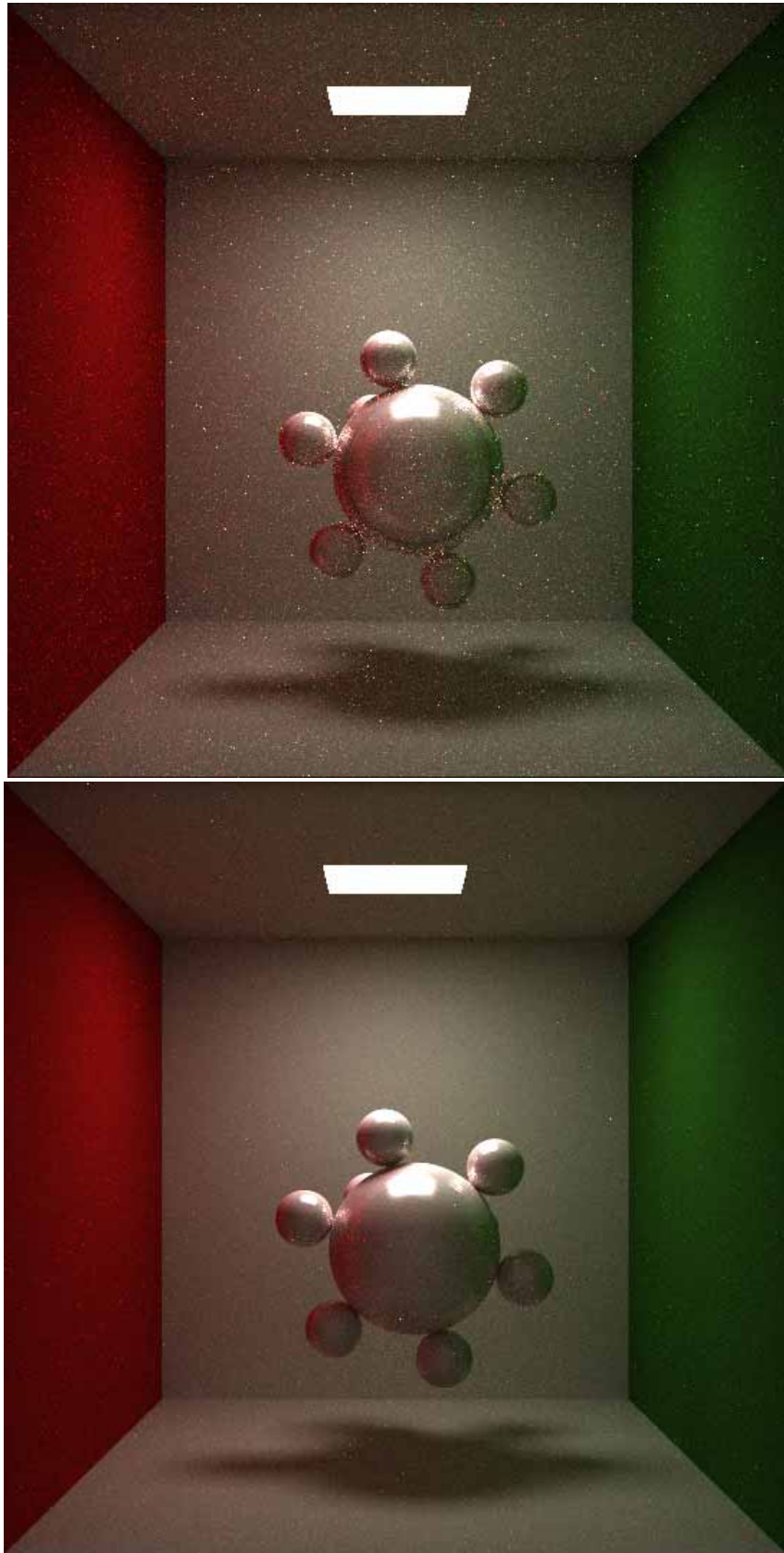


FIG. 6: FDRB du PVC, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 512 rayons par pixel

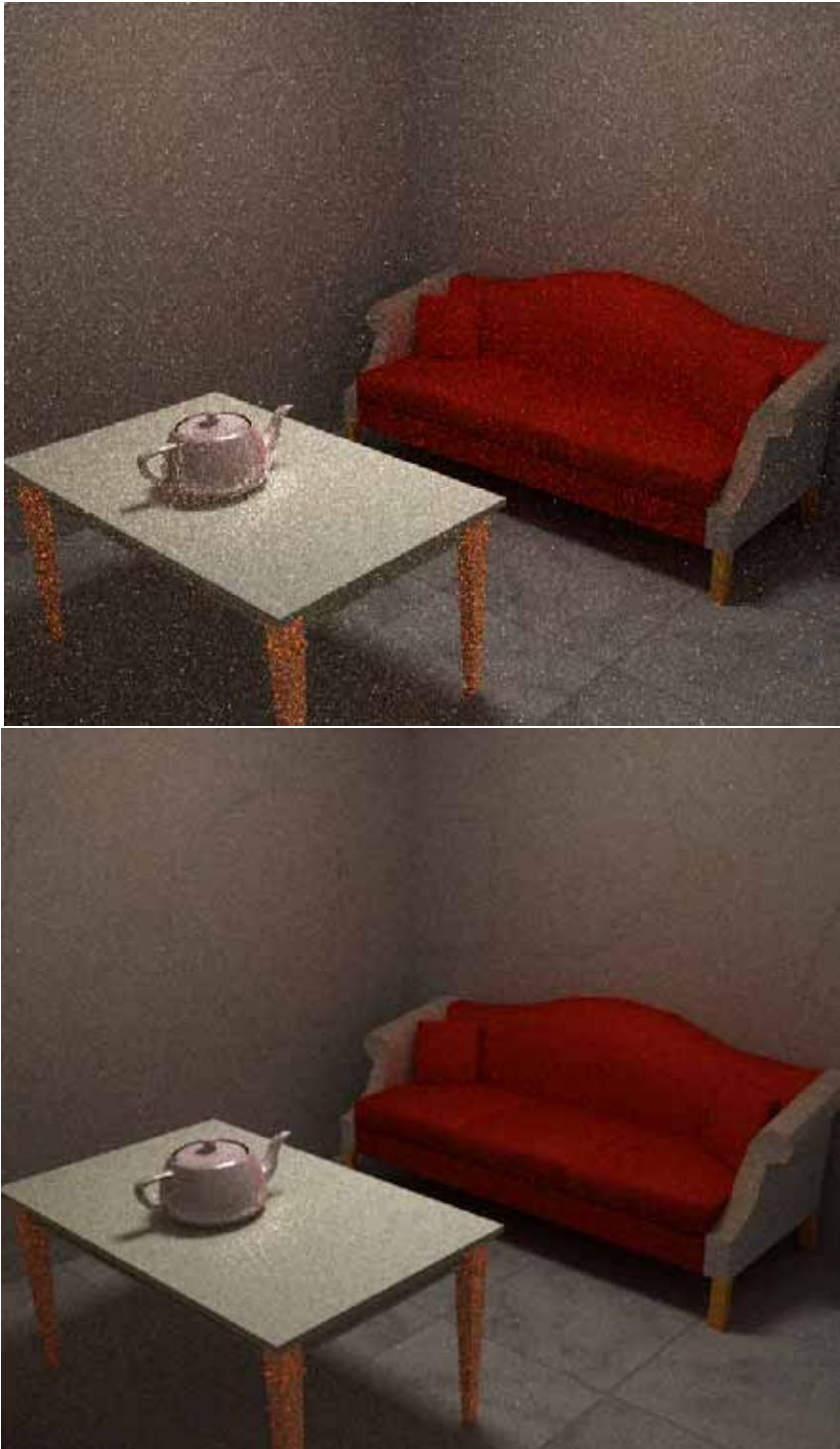


FIG. 7: Scène d'intérieur, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 128 rayons par pixel



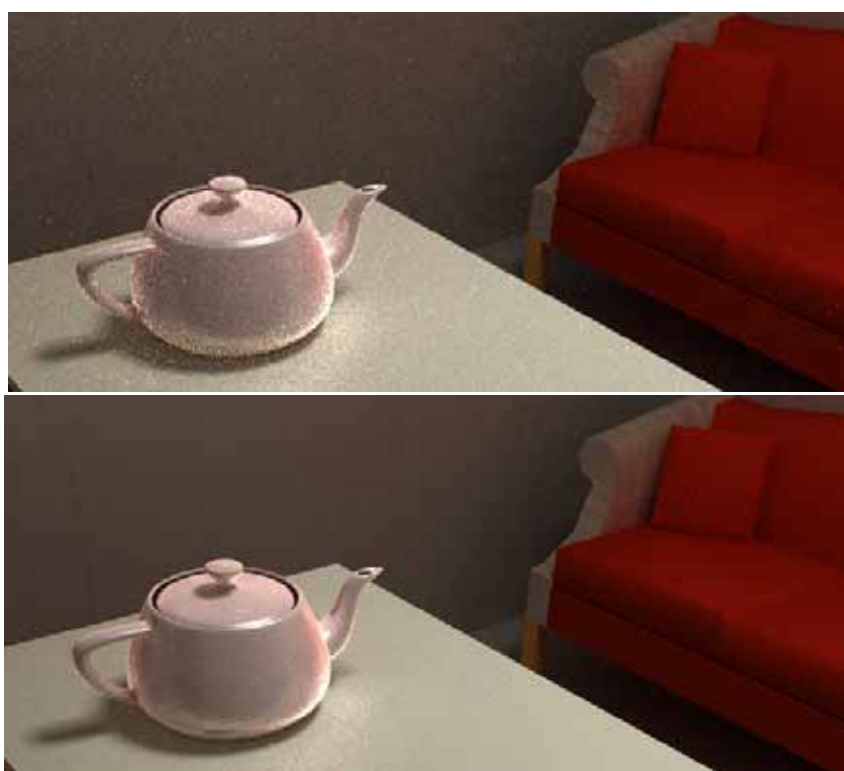


FIG. 8: Scène d'intérieur, échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel



FIG. 9: Scène d'intérieur : échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel, rendu spectral



FIG. 10: Scène d'intérieur : échantillonnage uniforme et par ondelettes, 256 rayons par pixel, rendu RVB



# Bibliographie

- [ABMD92] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, and I. Daubechies. Image Coding using Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1 :205–220, 1992.
- [AK90] James R. Arvo and David B. Kirk. Particle Transport and Image Synthesis. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '90 Proceedings)*, volume 24, pages 63–66, August 1990.
- [Amr93] C. Amra. First-Order Vector Theory of Bulk Scattering in Optical Multilayers. *Journal of Optical Society of America*, 10(2) :365–374, 1993.
- [App68] A. Appel. Some techniques for shading machine rendering of solids. *AFIPS 1968 Sprint Joint Computer Conference*, 32 :37–45, 1968.
- [Arv86] James R. Arvo. Backward Ray Tracing. In *ACM SIGGRAPH '86 Course Notes - Developments in Ray Tracing*, volume 12, August 1986.
- [Arv95] James Arvo. Applications of Irradiance Tensors to the Simulation of Non- Lambertian Phenomena. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1995 (ACM SIGGRAPH '95 Proceedings)*, pages 335–342, 1995.
- [AS00] M. Ashikhmin and P. Shirley. An Anisotropic Phong BRDF Model. *Journal of Graphics Tools*, 5(2) :25–32, 2000.
- [ASH87] E. H. Adelson, E. P. Simoncelli, and R. Hingorani. Orthogonal Pyramid Transforms for Image Coding. In *Proceedings of SPIE*, volume 845, pages 50–58, 1987.
- [Ash95] Ian Ashdown. Near-Field Photometry : Measuring and Modeling Complex 3-D Light Sources. In *ACM SIGGRAPH '95 Course Notes - Realistic Input for Realistic Images*, pages 1–15, 1995.
- [Ash02] Michael Ashikhmin. A tone mapping algorithm for high contrast images. In *Rendering Techniques 2002 (Proceedings of the Thirteenth Eurographics Workshop on Rendering)*, June 2002.
- [Aur91] F. Aurenhammer. Voronoi Diagrams – A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. *ACM Computing Surveys*, 23(3) :131–185, 1991.
- [AW02a] Alessandro Artusi and Alexander Wilkie. A new realistic tone mapping algorithm. Technical Report TR-186-2-02-03, Institute of Computer Graphics and Algo-

- rithms, Vienna University of Technology, Wien, Austria, February 2002. Available as ftp://ftp.cg.tuwien.ac.at/pub/TR/02/TR-186-2-02-03Paper.pdf.
- [AW02b] Alessandro Artusi and Alexander Wilkie. A new time-dependent tone mapping algorithm. Technical Report TR-186-2-02-01, Institute of Computer Graphics and Algorithms, Vienna University of Technology, Wien, Austria, January 2002. Available as ftp://ftp.cg.tuwien.ac.at/pub/TR/02/TR-186-2-02-01Paper.pdf.
- [Bar84] Henk Barendregt. *The Lambda Calculus, Its Syntax and Semantics*. North-Holland Publishing Company, 1984.
- [BB93] Jonathan N. Bradley and Christopher M. Brislawn. The FBI Wavelet/Scalar Quantization Standard for Gray-Scale Fingerprint Image Compression. Technical Report LA-UR-93-1659, Los Alamos National Laboratory, 1993.
- [BCR91] G. Beylkin, R. Coifman, and V. Rokhlin. Fast Wavelet Transforms and Numerical Algorithms I. *Communications on Pure Applied Mathematics*, 44(2) :141–183, 1991.
- [BDA<sup>+</sup>00] Y. Boucher, C. Deumié, C. Amra, L. Pinard, J.M. Mackowski, S. Mainguy, L. Hespel, and J.F. Perelgritz. Round Robin of Painted Targets BRDF Measurements. In *Proceedings of SPIE, Targets and Backgrounds VI, AeroSense 2000 Conference*, volume 4029, pages ?–?–?, 2000.
- [BDW80] F.O. Bartell, E.L. Dereniak, and W.L. Wolfe. The Theory of Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) and Bidirectional Transmittance Distribution Function (BTDF). *Radiation in Optical Systems*, 257 :154–160, 1980.
- [Bek99] Philippe Bekaert. *Hierarchical and Stochastic Algorithms for Radiosity*. PhD thesis, Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, 1999.
- [Ben75] Jon Louis Bentley. Multidimensional Binary Search Trees Used for Associative Searching. *Communications of the ACM*, 18(9) :509–517, 1975.
- [Ben79] Jon Louis Bentley. Multidimensional Binary Search Trees in Database Applications. *IEEE Transactions on Soft. Eng.*, 5(4) :333–340, 1979.
- [BH83] C. Bohren and D. Huffman. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. John Wesley and Sons, New York, 1983.
- [Bli77] J.F. Blinn. Model of Light Reflection for Computer Synthesized Pictures. In *Proceedings SIGGRAPH'77*, volume 11, pages 192–198, 1977.
- [BM73] J. Beard and J.R. Maxwell. Bi-directional Reflectance Model Validation and Utilisation. Technical Report AFA2-TR-73-303, 1973.
- [Bon99] G. P. Bonneau. Optimal Triangular Haar Bases for Spherical Data. In *IEEE VIS'99 Proceedings*, 1999.

- 
- [Bou98] Y. Boucher. Rapport interne onera rt 1/6447 dota/y. Technical report, ONERA - DOTA, Toulouse, France, 1998.
- [Bri96] C. M. Brislawn. Classification of Nonexpansive Symmetric Extension Transforms for Multirate Filter Banks. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 3 :337–357, 1996.
- [BS63] P. Beckmann and A. Spizzichino. *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Pergamon, 1963.
- [BSS93] P. Blasi, B. Le Saec, and C. Schlick. A Rendering Algorithm for Discrete Volume Density Object. *Computer Graphics Forum*, 12(3) :201–210, 1993.
- [BW96] Philippe Bekaert and Yves D. Willems. Hirad : A Hierarchical Higher Order Radiosity Implementation. In *Proceedings of the Twelfth Spring Conference on Computer Graphics (SCCG '96)*, Bratislava, Slovakia, June 1996. Comenius University Press.
- [CBLS97] H. Cosnefroy, X. Briottet, M. Leroy, and R. Santer. A Field Experiment in Saharan Algeria for the Calibration of Optical Satellite Sensors. *International Journal of Remote Sensing*, 18(16) :3337–3359, 1997.
- [CCDP94] D. Cazier, D. Chamont, P. Deville, and J. C. Paul. Modeling characteristics of light : A method based on measured light. In *Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. International Academic Publishers, 1994.
- [CDF92] A. Cohen, I. Daubechies, and J.C. Feauveau. Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 45 :485–560, 1992.
- [Cha50] Subrahmanyam Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Clarendon Press, Oxford, UK, 1950.
- [Cie87] J. Ciernewski. A Model for Soil Surface Roughness Influence on the Spectral Response of Bare Soil in the Visible and Near-Infrared Range. *Remote Sensing of Environment*, 23 :97–115, 1987.
- [Cla99] Luc Claustres. *VRML Modelling Library*. Toulouse, France, 1999.
- [Cla00a] Luc Claustres. Modélisation de la Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle : Un état de l’art. Master’s thesis, Université Paul Sabatier, IRIT-ONERA, Toulouse, 2000.
- [Cla00b] Luc Claustres. Modélisation de la Fonction de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle : Une étude comparative. Master’s thesis, Université Paul Sabatier, IRIT-ONERA, Toulouse, 2000.
- [CMS87] B. Cabral, N. Max, and R. Springmeyer. Bidirectional reflection functions from surface bump maps. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, pages 273–281, 1987.

- [Col96] Steven Collins. *Wavefront Tracking for Global Illumination Solutions*. PhD thesis, Trinity College, Dublin, Ireland, November 1996. Available from <http://isg.cs.tcd.ie/scollins/work.html>.
- [Com70] Comité International de l'Eclairage. International Lighting Vocabulary. *CIE Publication*, 1970.
- [Com71] Comité International de l'Eclairage. Colorimetry, Official Recommendations of the International Commission on Illumination. *CIE Publication*, 15, 1971.
- [CP85] F.J.J. Clarke and D.J. Parry. Helmholtz Reciprocity : its Validity and Application to Reflectometry. *Ltg. Res. Technol.*, 17 :1–11, 1985.
- [CP01] M. Conrad and J. Prestin. *Multiresolution on the Sphere*, pages 165–202. Springer-Verlag, Heidelberg, 2001.
- [CPC84] Robert L. Cook, Thomas Porter, and Loren Carpenter. Distributed Ray Tracing. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '84 Proceedings)*, volume 18, pages 137–145, July 1984.
- [CPSG99] O. Calvo-Perez, A. Sentenac, and J.-J. Greffet. Light Scattering by a Tow-Dimensional, Rough Penetrable Medium : a Mean-Field Theory. *Radio Science*, 34(2) :311–335, 1999.
- [CSSD96] Per H. Christensen, Eric J. Stollnitz, David H. Salesin, and Tony D. DeRose. Global Illumination of Glossy Environments Using Wavelets and Importance. *ACM Transactions on Graphics*, 15(1) :37–71, January 1996.
- [CT82] R.L. Cook and K.E. Torrance. A Reflectance Model for Computer Graphics. *ACM Transactions on Graphics*, 1(1) :7–24, 1982.
- [CW91] Hong Chen and En-Hua Wu. Radiosity for Furry Surfaces. In *Eurographics '91*, pages 447–457, 549, Amsterdam, North-Holland, September 1991. Elsevier Science Publishers.
- [CW92] R. Coifman and M. V. Wickerhauser. Entropy Based Methods for Best Basis Selection. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2) :719–746, 1992.
- [CW93] Michael F. Cohen and John R. Wallace. *Radiosity and Realistic Image Synthesis*. Academic Press Professional, Boston, MA, 1993.
- [Dau88] I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 41 :909–996, 1988.
- [Dau92] I. Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1992.
- [Dav] Geoff Davis. Wavelet Image Compression Kit.
- [DBKMA01] P. Dumont-Bècle, A. Kemeny, S. Michelin, and D. Arquès. Multi-texturing approach for paint appearance simulation on virtual vehicles. In *Proceedings of the Driving Simulation Conference 2001*, 2001.



- 
- [DD00] Fredo Durand and Julie Dorsey. Interactive tone mapping. In B. Péroche and H. Rushmeier, editors, *Rendering Techniques 2000 (Proceedings of the Eleventh Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 219–230, New York, NY, 2000. Springer Wien.
- [DDSW94] S. Dahlke, W. Damen, E. Schmitt, and I. Weinreich. Multiresolution Analysis and Wavelets on S2 and S3, Tech. Rep. 104. Technical report, Institut für Geometrie und Angewandete Mathematik, Aachen, Germany, 1994.
- [DEJ<sup>+</sup>99] J. Dorsey, A. Edelman, H. W. Jensen, J. Legakis, and H. K. Pedersen. Modeling and Rendering of Weathered Stone. In *Proceedings of SIGGRAPH 1999 Annual Conference*, pages 225–234, 1999.
- [DEO89] D.W. Deering, T.F. Eck, and J. Otterman. Bidirectional Reflectances of selected Desert Surfaces and their Three Parameter Soil Characterisation. *Agr. for Meteorology*, 52 :71–93, 1989.
- [DeY96] Joel M. DeYoung. Properties of tabulated bidirectional reflectance distribution functions. Master’s thesis, Department of Computer Science, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, 1996. Available from <http://www.cs.ubc.ca/nest/imager/th.html>.
- [DGA02] C. Deumié, H. Giovannini, and C. Amra. Angle-Resolved Ellipsometry of Light Scattering : Discrimination of Surface and Bulk Effects in Substrates and Optical Coatings. *Applied Optic*, 41 :3362–3369, 2002.
- [DJL92] R. DeVore, B. Jawerth, and B. Lucier. Image Compression through Wavelet Transform Coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2) :719–746, 1992.
- [DLW93] P. Dutre, E. Lafortune, and Y. D. Willems. Monte Carlo Light Tracing with Direct Pixel Contributions. In *Proceedings of Third International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '93)*, pages 128–137, Alvor, Portugal, December 1993.
- [DP95] Pascal M. Deville and Jean-Claude Paul. Modelling the Spatial Energy Distribution of Complex Light Sources for Lighting Engineering. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 147–159, New York, NY, 1995. Springer-Verlag.
- [DPC01a] Y. Dupuy, M. Paulin, and R. Caubet. Occlusion evaluation in hierarchical radiosity. In *Ninth International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Interactive Digital Media (WSCG 2001)*, Plzen, Czech Republic, February 2001. University of West Bohemia. Available from <http://wscg.zcu.cz/wscg2001>.
- [DPC01b] Yann Dupuy, Mathias Paulin, and Renne Caubet. Different approaches to reduce shaft hierarchy in dynamic radiosity. In *Proceedings of Graphicon 2001*, Nizhny Novgorod, Russia, September 2001. University of Nizhny Novgorod.

- [DRDA96] C. Deumié, R. Richier, P. Dumas, and C. Amra. Multiscale Roughness in Optical Multilayers : Atomic Force Microscopy and Light Scattering. *Applied Optics*, 35(28) :5583–5594, 1996.
- [Dut96] Ph. Dutre. *Mathematical Frameworks and Monte Carlo Algorithms for Global Illumination in Computer Graphics*. PhD thesis, Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, September 1996.
- [Emm00] P. Emmel. Nouvelle Formulation du Modèle de Kubelka et Munk avec Application aux Encres Fluorescentes. In *Actes de l'Ecole de Printemps 2000 - Le Pays d'Apt en Couleurs*, pages 87–96, 2000.
- [Fey85] Richard Feynman. *QED, The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press, 1985.
- [FJS96] Adam Finkelstein, Charles E. Jacobs, and David H. Salesin. Multiresolution Applications in Computer Graphics : Curves, Images, and Video. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series) :281–290, 1996.
- [Fou95] A. Fournier. Separating Reflection Functions for Linear Radiosity. In *Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 383–392, 1995.
- [FPZ99] Faucon, Pullès, and Zanati. Mise en Oeuvre et Evaluation des Performances de Modèles de Réflectance Bidirectionnelles Spectrales. Technical report, Ecole Navale, 1999.
- [Fre] Free Software Foundation. Gnu general public license.
- [FvDFH90] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, and John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice, Second Edition*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.
- [FW94] W. Freeden and U. Windheuser. Spherical Wavelet Transform and its Discretization, Tech. Rep. 125. Technical report, Universität Kaiserslautern Fachbereich Mathematik, Kaiserslautern, Germany, 1994.
- [Gas03] Guilhèm Gaston. Etude Comparative de Fonctions de Réflectance Bidirectionnelle Calculées par Méthode de Monte-Carlo et de leurs Modèles Théoriques. Master's thesis, Université de Poitiers, Laboratoire IROM-SIC, Poitiers, 2003.
- [GCS93] S. Gortler, M. F. Cohen, and P. Slusallek. Radiosity and relaxation methods. Technical Report Technical Report 1/1993, Computer Science Department, University of Erlangen-Nuremberg, 1993. Available from <http://www9.informatik.uni-erlangen.de/eng/research/tr93>.
- [GEDPZ96] J.P. Gastellu-Etchegorry, V. Demarez, V. Pinel, and F. Zagolski. Modelling Radiative Transfer in Heterogeneous 3D Vegetation Canopies. *Remote Sensing of Environment*, 58 :131–156, 1996.

- 
- [GGHS03] Michael Goesele, Xavier Granier, Wolfgang Heidrich, and Hans-Peter Seidel. Accurate light source acquisition and rendering. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2003*, 2003. To appear.
- [GHJ96] R. Geist, O. Heim, and S. Junkins. Color representation in virtual environments. *Color Research and Application*, 21(2) :121–128, April 1996.
- [Gla84] A.S. Glassner. Space Subdivision for Fast Ray Tracing. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 4(10) :15–22, 1984.
- [Gla95] Andrew S. Glassner. *Principles of Digital Image Synthesis*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 1995.
- [GM84] A. Grossman and J. Morlet. Decompositions of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, 15(4) :723–736, 1984.
- [GMN94] Jay S. Gondek, Gary W. Meyer, and Jonathan G. Newman. Wavelength dependent reflectance functions. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 1994)*, pages 213–220, July 1994.
- [GN98] David Gargan and Francis Neelamkavil. Approximating reflectance functions using neural networks. In G. Drettakis and N. Max, editors, *Rendering Techniques '98 (Proceedings of Eurographics Rendering Workshop '98)*, pages 23–34, New York, NY, 1998. Springer Wien.
- [Goe88] N.S. Goel. Models of vegetation canopy reflectance and their use in estimation of biophysical parameters from reflectance data. In *Remote Sensing Reviews*, volume 4, pages 1–212, 1988.
- [GPVG97] N. Gobron, B. Pinty, M.M. Verstraete., and Y. Govaerts. A Semidiscrete Model for the Scattering of Light by Vegetation. *Journal of Geophysical Research*, 102 :9431–9446, 1997.
- [Gre] Greg Ward. Materials and geometry format.
- [GS95] M. Girardi and W. Sweldens. A new class of unbalanced haar wavelets that form an unconditional basis for  $L_p$  on general measure spaces. Technical Report 1995 :2, Departement of Mathematics, University of South Carolina, Carolina, May 1995.
- [GSCH93] Steven J. Gortler, Peter Schroder, Michael F. Cohen, and Pat Hanrahan. Wavelet Radiosity. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1993 (ACM SIGGRAPH '93 Proceedings)*, pages 221–230, 1993.
- [GSS98] H. Giovannini, M. Saillard, and A. Sentenac. Numerical Study of Scattering from Rough Inhomogeneous Films. *Journal of Optical Society of America*, 15(5) :1182–1191, 1998.

- [GTGB84] Cindy M. Goral, Kenneth E. Torrance, Donald P. Greenberg, and Bennett Battaile. Modelling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '84 Proceedings)*, volume 18, pages 212–222, July 1984.
- [GV98] Y.M. Govaerts and M.M. Verstraete. Raytran : a Monte Carlo Ray-Tracing Model to Compute Light Scattering in Three-Dimensional Heterogeneous Media. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(2) :493–505, 1998.
- [GWL99] P. Gong, D.X. Wang, and S. Liang. Inverting a Canopy Reflectance Model using Neural Network. *International Journal of Remote Sensing*, 20(1) :111–122, 1999.
- [Hal70] John H. Halton. A retrospective and prospective of the monte carlo method. *SIAM Review*, 12(1) :1–63, 1970.
- [Hal89] Roy Hall. *Illumination and Color in Computer Generated Imagery*. Springer-Verlag, New York, NY, 1989.
- [Hap63] B. Hapke. A Theoretical Photometric Function for the Lunar Surface. *Journal of Geophysical Research*, 68(15), 1963.
- [Hec90] Paul Heckbert. Adaptive Radiosity Textures for Bidirectional Ray Tracing. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '90 Proceedings)*, volume 24, pages 145–154, August 1990.
- [Hec93] Paul S. Heckbert. Finite Element Methods for Radiosity. In *ACM SIGGRAPH '93 Course Notes - Global Illumination*, chapter 5, pages 1–7. 1993.
- [HH64] J. M. Hammersley and D. C. Handscomb. *Monte Carlo methods*. Wiley, New-York, 1964.
- [HK93a] P. Hanrahan and W. Krueger. Reflection from Layered Surfaces due to Subsurface Scattering. In *Proceedings of SIGGRAPH 1993 Annual Conference*, pages 165–174, 1993.
- [HK93b] Pat Hanrahan and Wolfgang Krueger. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 1993)*, volume 27, pages 165–174, August 1993.
- [HL96] O. Hautecoeur and M. Leroy. Intercomparaison of several BRDF Models for the Composing of Spaceborn POLDER Data over Land Surfaces. In *IGARSS'96 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 28–39, 1996.
- [HSA91] Pat Hanrahan, David Salzman, and Larry Aupperle. A Rapid Hierarchical Radiosity Algorithm. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, pages 197–206, July 1991.
- [HTSG91] Xiao D. He, Kenneth E. Torrance, Francois X. Sillion, and Donald P. Greenberg. A Comprehensive Physical Model for Light Reflection. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, pages 175–186, July 1991.
- [Hut93] David J. Hutchinson. Monte Carlo Path Tracing for Photorealism. M.Sc. thesis, Manchester, UK, October 1993.

- 
- [ICG86] Dave S. Immel, Michael Cohen, and Donald P. Greenberg. A Radiosity Method for Non-Diffuse Environments. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '86 Proceedings)*, volume 20, pages 133–142, August 1986.
- [IES91] IES Computer Committee. Nomenclature and Definitions for Illuminating Engineering. Technical report, New York, 1991.
- [IP00] Jean Claude Iehl and Bernard Péroche. An Adaptive Spectral Rendering with a Perceptual Control. *Computer Graphics Forum*, 19(3) : ??–??, 2000.
- [JB90] S. Jacquemoud and F. Baret. PROSPECT : a Model of LEaf Optical Properties Spectra. *Remote Sensing of Environment*, 34 :75–91, 1990.
- [JB02] Henrik Wann Jensen and Juan Buhler. A rapid hierarchical rendering technique for translucent materials. *ACM Transactions on Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 2002 Annual Conference)*, 21(3) :576–581, 2002.
- [JBH91] S. Jacquemoud, F. Baret, and J.F. Hanocq. Validation d'un Modèle de Réflectance Spectrale de Directionnelle du Sol. In *Proceedings of the 5th International Colloquium-Physical Measurements and Signatures in Remote Sensing*, pages 14–18, 1991. in french.
- [JC98] Henrik Wann Jensen and Per H. Christensen. Efficient simulation of light transport in scenes with participating media using photon maps. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '98 Proceedings)*, pages 311–320, 1998. r.
- [Jen96] Henrik Wann Jensen. Global Illumination Using Photon Maps. In *Rendering Techniques '96 (Proceedings of the Seventh Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 21–30, New York, NY, 1996. Springer-Verlag/Wien.
- [Jen01a] Henrik Wann Jensen. *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*. A. K. Peters, Natick, MA, 2001.
- [Jen01b] Henrik Wann Jensen. State of the art in monte carlo ray tracing for realistic image synthesis. In *SIGGRAPH 2001 Course Notes CD-ROM*. Association for Computing Machinery, ACM SIGGRAPH, August 2001. Course 29.
- [JJ88] H. Jeffreys and B. S. Jeffreys. *The Gibbs Phenomenon in Methods of Mathematical Physics, 3rd ed.* Cambridge University Press, Cambridge, England, 1988.
- [JMLH01] Henrik Wann Jensen, Steve Marschner, Marc Levoy, and Pat Hanrahan. A practical model for subsurface light transport. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 2001)*, August 2001.
- [JPC94] Jean-Pierre Jessel, Mathias Paulin, and Rene Caubet. An Extended Radiosity Using Parallel Ray-Traced Specular Transfers. In P. Brunet and F. W. Jansen, editors, *Photorealistic Rendering in Computer Graphics (Proceedings of the Second Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 171–181, New York, NY, 1994. Springer-Verlag.

- [Kaj85] James T. Kajiya. Anisotropic Reflection Models. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '85 Proceedings)*, volume 19, pages 15–21, July 1985.
- [Kaj86] James T. Kajiya. The Rendering Equation. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '86 Proceedings)*, volume 20, pages 143–150, August 1986.
- [Kar68] S. K. Karemba. The mathematical basis of monte carlo and quasi-monte carlo methods. *SIAM Review*, 10(3) :303–314, 1968.
- [KDS96] J.J. Koenderink, A.J. Doorn, and M. Stavridi. Bi-directional Reflection Distribution Function Expressed in Terms of Surface Scattering Modes. In *Europe Conference on Computer Vision*, pages 28–39, 1996.
- [KH84] James T. Kajiya and Brian P. Von Herzen. Ray Tracing Volume Densities. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '84 Proceedings)*, volume 18, pages 165–174, July 1984.
- [Kla87] R. V. Klassen. Modeling the Effect of Atmosphere on Light. *ACM Transactions on Graphics*, 6(3) :215–237, 1987.
- [KLB<sup>+</sup>93] F.A. Kruse, A.B. Lefkoff, J.B. Boardman, K.B. Heidebrecht, A.T. Shapiro, P.J. Barloon, and A.F.H. Goetz. The Spectral Image Processing System (SIPS) - Interactive Visualisation and Analysis of Imaging Spectrometer Data. *Remote Sensing of Environment*, 44 :145–163, 1993.
- [KM31] P. Kubelka and F. Munk. Ein beitrage zur optik der farbanstriche. *Zeitschrift für Technische Physik*, 12 :593–601, 1931.
- [KM99] J. Kautz and M. D. McCool. Interactive rendering with arbitrary BRDFs using separable approximations. In *Rendering Techniques '99*, pages 247–260, New York, NY, 1999. Springer Wien.
- [KMEG02] S. Kaewpajit, J. Le Moigne, and T. El-Ghazawi. Spectral data reduction via wavelet decomposition. In *Proceedings of SPIE, Wavelet and Independent Component Analysis Applications IX, AeroSense 2002 Conference*, volume 4738, pages 56–63, 2002.
- [Knu68] D.E. Knuth. *The Art of Computer Programming*. Addison-Wesley, 1968.
- [KPJC97] Cyril Kardassevitch, Mathias Paulin, Jean-Pierre Jessel, and Rene Caubet. A hierarchical radiosity platform using efficient data structures and vrmf 97. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '97)*, Vilamoura, Algarve, Portugal, December 1997.
- [KS97] K.S. Klimansezewski and T.W. Sederberg. Faster Ray Tracing using Adaptive Grids. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 17(1) :42–51, 1997.
- [KS00] J. Kautz and H.P. Seidel. Towards interactive bump mapping with anisotropic shift-variant brdfs. In *Proceedings of the Eurographics/SIGGRAPH Workshop on Graphics Hardware 2000*, pages 51–58, 2000.

- 
- [KSS02] J. Kautz, P.P. Sloan, and J. Snyder. Fast, arbitrary brdf shading for low-frequency lighting using spherical harmonics. In *Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Rendering*, pages 301–308, 2002.
- [Kuu95] A. Kuusk. A Markov Chain Model of Canopy Reflectance. *Agriculture For Meteorology*, 76 :221–236, 1995.
- [Laf96] Eric Lafortune. *Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering*. Ph.D. thesis, Leuven, Belgium, February 1996.
- [Lav03] F. Lavignotte. *Calcul de l’Eclairage Global par Estimation de Densité et par une Approche Image*. Ph.D. thesis, Toulouse, France, July 2003.
- [LDW97] Michael Lounsbery, Tony D. Derosé, and Joe Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics*, 16(1) :34–73, January 1997.
- [Lew93] Robert R. Lewis. Making Shaders More Physically Plausible. In *Fourth Eurographics Workshop on Rendering*, number Series EG 93 RW, pages 47–62, Paris, France, June 1993.
- [LF96] Robert R. Lewis and Alain Fournier. Light-Driven Global Illumination with a Wavelet Representation. In *Rendering Techniques ’96 (Proceedings of the Seventh Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 11–20, New York, NY, 1996. Springer-Verlag/Wien.
- [LF97a] P. Lalonde and A. Fournier. A wavelet representation of reflectance functions. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(4) :329–336, August 1997.
- [LF97b] Paul Lalonde and Alain Fournier. Generating reflected directions from brdf data. *Computer Graphics Forum (Eurographics ’97 Proceedings)*, 16(3), 1997. C293–C300.
- [LF97c] Paul Lalonde and Alain Fournier. Representations and uses of light distribution functions. Technical report, Department of Computer Science, University of British Columbia, Vancouver, BC, April 1997.
- [LFTG97] Eric P. Lafortune, Sing-Choong Foo, Kenneth E. Torrance, and Donald P. Greenberg. Non-linear approximation of reflectance functions. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH ’97 Proceedings)*, volume 31, pages 117–126, 1997.
- [LK02] Lutz Latta and Andreas Kolb. Homomorphic factorization of BRDF-based lighting computation. *ACM Transactions of Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 2002 Annual Conference)*, 21(3) :509–516, 2002.
- [LP81] H. R. Lewis and C. H. Papadimitriou. *Elements of the Theory of Computation*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1981.

- [LTG92] Daniel Lischinski, Filippo Tampieri, and Donald P. Greenberg. Discontinuity Meshing for Accurate Radiosity. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 12(6) :25–39, November 1992.
- [LW93] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Bi-directional Path Tracing. In H. P. Santo, editor, *Proceedings of Third International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '93)*, pages 145–153, Alvor, Portugal, December 1993.
- [LW95] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. A 5D Tree to Reduce the Variance of Monte Carlo Ray Tracing. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 11–20, New York, NY, 1995. Springer-Verlag.
- [MAA01] Michael D. McCool, Jason Ang, and Anis Ahmad. Homomorphic factorization of BRDFs for high-performance rendering. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (SIGGRAPH 2001)*, August 2001.
- [Mal67] W. Malkmus. Random Lorentz Band Model with Exponential-Tailed S-1 Line-Intensity Distribution Function. *Journal of Optical Society of America*, 57 :323–329, 1967.
- [Mal89] S.G. Mallat. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition : the Wavelet Representation. *IEEE Transactions on Part. Anal. and Mach. Int.*, 11 :674–693, 1989.
- [Mal99] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, San Diego, 1999.
- [Mey86] G. W. Meyer. Wavelength selection for synthetic image generation. *Computer Graphics and Image Processing*, 2 :39–44, 1986.
- [MG98] S. Mainguy and J.-J. Greffet. A Numerical Evaluation of Rayleigh's Theory applied to Scattering by Randomly Rough Dielectric Surfaces. *Waves in Random Media*, 8 :79–101, 1998.
- [Mie08] G. Mie. Beiträge zur Optik trüber Medien, Speziell Kolloidaler Metallösungen. *Annalen der Physik*, 25 :377–445, 1908.
- [Min41] M. Minnaert. The principle of reciprocity in lunar photometry. *Astrophysical Journal*, 93 :403–410, 1941.
- [Mit80] M. Mitrea. Singular integrals, hardy spaces and clifford wavelets. *Communications of the ACM*, 32(6) :343–349, 1980.
- [MLH02] D. McAllister, A. Lastra, and W. Heidrich. Efficient rendering of spatial bi-directional reflectance distribution functions. In *Proceedings of the Eurographics/SIGGRAPH Workshop on Graphics Hardware 2002*, 2002.
- [MMD76] C.S. McCamy, H. Marcus, and J.G. Davison. A Color-Rendition Chart. *Journal of Applied Photographic Engineering*, 2(3) :95–99, 1976.



- 
- [MMGM90] A.A. Maradudin, T. Michel, A.R. Mc Gurn, and E.R. Mendez. Enhanced Backscattering of Light from a Random Grating. *Annals of Physics*, 203 :255–307, 1990.
- [MNP97] Kresimir Matkovic, Laszlo Neumann, and Werner Purgathofer. A survey of tone mapping techniques. In *Proceedings of the Thirteenth Spring Conference on Computer Graphics*, pages 163–170, Budimerce, Slovakia, 1997. Comenius University. Available from <http://www.dcs.fmph.uniba.sk/sccg/proceedings/1997.index.htm>.
- [MPBM03a] Matusik, W. H. Pfister, M. Brand, and L McMillan. A Data-Driven Reflectance Model. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2003*, 2003. To appear.
- [MPBM03b] Matusik, W. H. Pfister, M. Brand, and L McMillan. Efficient Isotropic BRDF Measurement. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering 2003*, pages 241–247, 2003.
- [Mul99] Thomas Muller. Radiance et ondelettes sphériques. Master’s thesis, Université Paul Sabatier, IRIT, Toulouse, 1999.
- [MWBS94] G. Meister, R. Wiemker, J. Bienlein, and J.H. Spitzer. In Situ BRDF Measurements of Selected Surfaces Materials to Improve Analysis of Remotely Sensed Multispectral Imagery. *International Archives Photometry and Remote Sensing*, 1994.
- [Mys97] Karol Myszkowski. Lighting reconstruction using fast and adaptive density estimation techniques. In Julie Dorsey and Philipp Slusallek, editors, *Rendering Techniques '97 (Proceedings of the Eighth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 251–262, New York, NY, 1997. Springer Wien. ISBN 3-211-83001-4.
- [Neu01] Attila Neumann. *Constructions of Bidirectional Reflection Distribution Functions*. PhD thesis, Institute of Computer Graphics and Algorithms, Technical University of Vienna, Wien, Austria, June 2001. Available from <http://www.cg.tuwien.ac.at/research/theses>.
- [NMN87] Tomoyuki Nishita, Yashuhiro Miyawaki, and Eihachiro Nakamae. A Shading Model for Atmospheric Scattering Considering Luminous Intensity Distribution of Light Sources. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, pages 303–310, July 1987.
- [Noe99] Nicolas Noe. *Étude de Fonctions de Distribution de la Réflectance Bidirectionnelle*. Ph.D. thesis, ENSM.SE et Saint-Etienne, France, September 1999.
- [Nor96] P.R.J. North. Three-Dimensional Forest Light Interaction Model Using a Monte Carlo Method. *IEEE Transaction on Geoscience Remote Sensing*, 34 :946–956, 1996.
- [NP00] N. Noe and B. Peroche. Hierarchical reconstruction of BRDFs using locally supported functions. *Computer Graphics Journal*, 19(2) :173–184, June 2000.
- [NRH<sup>+</sup>77] F. E. Nicodemus, J. C. Richmond, J. J. Hsia, I. W. Ginsberg, and T. Limperis. Geometric

- Considerations and Nomenclature for Reflectance. Monograph 161, National Bureau of Standards (US), October 1977.
- [NW99] J. Nocedal and S.J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer-Verlag, 1999.
- [NWW85] J.M. Norman, J.M. Welles, and E.A. Walter. Contrasts among Bidirectional Reflectance of Leaves, Canopies and Soils. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 23(5) :659–677, 1985.
- [OB96] J. Odegard and C. Burrus. Smooth Biorthogonal Wavelets for Applications in Image Compression. In *Proceedings of DSP Workshop*, 1996.
- [ON95] M. Oren and S.K. Nayar. Generalisation of the Lambertian Model and Implications for Machine Vision. *International Journal of Computer Vision*, 14 :227–251, 1995.
- [Ott81] J. Otterman. Reflection from a Field of Randomly Located Vertical Protusions. *Journal of Geophysical Research*, 86 :6627–6630, 1981.
- [PC96] Mathias Paulin and Rene Cabet. Computing the radiosity gradient for partially occluded polygons. In Harold P. Santo, editor, *Proceedings of Fifth International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '96)*, P. O. Box 4076, Masama 2745, Queluz, Portugal, December 1996. GRASP - Graphic Science Promotions and Publications.
- [PDW95] J. C. Paul, P. M. Deville, and C. Winkler. Modelling radiative properties of light sources and surfaces. *Journal of Visualization and Computer Animation*, 6(4) :231–240, October-December 1995.
- [Pee93] M. S. Peercy. Linear Color Representations for Full Spectral Rendering. In *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH'93)*, volume 27, pages 191–198, Anaheim, CA, 1993.
- [Per03] Patrice Perez. *Algorithmes de Synthèse d'Images et Propriétés Spectrales des Gaz de Combustion : Méthode de Monte Carlo pour la Simulation des Transferts Radiatifs dans les Procédés à Haute Température*. Ph.D. thesis, Toulouse, France, Mars 2003.
- [Pet98] David Petit. Performances des Modèles de Réflectance Bidirectionnelle. Master's thesis, Université de Paris VII et Paris VIII, ONERA, Toulouse, 1998.
- [PF90] P. Poulin and A. Fournier. A Model for Anisotropic Reflection. *Computer Graphics*, 24(4) :273–282, 1990.
- [PGW<sup>+</sup>01] B. Pinty, N. Gobron, J.-L. Widlowski, S. A. W. Gerstl, M. M. Verstraete, M. Antunes, C. Bacour, F. Gascon, J.-P. Gastellu, N. Goel, S. Jacquemoud, P. North, W. Qin, and R. Thompson. Radiation Transfer Model Intercomparison (RAMI) Exercise. *Journal of Geophysical Research*, 106(D11) :11,937–11,956, 2001.

- 
- [PH00] M. Pharr and P. Hanrahan. Monte carlo evaluation of non-linear scattering equations for subsurface reflection. In *Proceedings of SIGGRAPH 2000 Annual Conference*, pages 75–84, 2000.
- [Phia] Philippe Bekaert. Phbrml : Physically based rendering modeling language.
- [Phib] Philippe Bekaert. Xrml : extensible vrml based scene graph library.
- [Phic] Philippe Bekaert and Frank Suykens de Laet and Pieter Peers and Vincent Masselus. Renderpark.
- [Pho75] B. Phong. Illumination for Computer Generated Pictures. *Communication of the ACM*, 18 :311–317, 1975.
- [PJ94] M. Paulin and J.-P. Jessel. Adaptive Mesh Generation for Progressive Radiosity : A Ray-tracing Based Algorithm. In *Computer Graphics Forum (Eurographics '94)*, volume 13, pages C421–C432, 1994.
- [PM92] Sumanta N. Pattanaik and S. P. Mudur. Computation of Global Illumination by Monte Carlo Simulation of the Particle Model of Light. In *Third Eurographics Workshop on Rendering*, pages 71–83, Bristol, UK, May 1992.
- [PM93] Sumanta N. Pattanaik and S. P. Mudur. The Potential Equation and Importance in Illumination Computations. *Computer Graphics Forum*, 12(2) :131–136, 1993.
- [PML<sup>+</sup>02] L. Poutier, M. Miesch, X. Lenot, V. Achard, and Y. Boucher. COMANCHE and COCHISE : Two Reciprocal Atmospheric Codes for Hyperspectral Remote Sensing. In *Proceedings of the 11th JPL Airbone Earth Science Workshop*, pages ??–?? Robert Green Editor, 2002.
- [PR86] B. Pinty and D. Ramond. A Simple Bidirectional Reflectance Model for the Terrestrial Surfaces. *Journal of Geophysical Research*, 91 :7803–7808, 1986.
- [PTVF92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, second edition*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [PW99] Valérie Perrier and Mladen Victor Wickerhauser. *Multiplication of Short Wavelet Series Using Connection Coefficients*, pages 77–101. Springer-Verlag, Singapore, 1999.
- [QG00] W. Qin and S.A.W. Gerstl. 3D Scene Modeling of Semidesert Vegetation Cover and its Radiation Regime. *Remote Sensing of Environment*, 74 :145–162, 2000.
- [RB98] Raghuveet M. Rao and Ajit S. Bopardikar. *Wavelet Transforms, Introduction to Theory and Applications*. Addison-Wesley, Reading, 1998.
- [RF91] M. Raso and A. Fournier. A piecewise polynomial approach to shading using spectral distribution. In *Graphics Interface 91*, pages 40–46, 1991.

- [Rob99] M. Robart. *Simulation des interactions lumière-matière pour la Modélisation de la réflectance par ondelettes en synthèse d'images réalistes*. Ph.D. thesis, Toulouse, France, December 1999.
- [Rou91] J. L. Roujean. *Modélisation des Effets Bidirectionnels de la Réflectance pour la Normalisation des Données Satellitaires de Télédétection*. Ph.D. thesis, Toulouse, France, 1991.
- [RP97] Gilles Rougeron and Bernard Peroche. An adaptive representation of spectral data for reflectance computations. In Julie Dorsey and Philipp Slusallek, editors, *Rendering Techniques '97 (Proceedings of the Eighth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 127–138, New York, NY, 1997. Springer Wien. ISBN 3-211-83001-4.
- [RPC99] M. Robart, M. Paulin, and R. Caubet. Material Model for Physically-based Rendering. In *Proceedings of SPIE, Polarization and Color Techniques in Industrial Inspection*, volume 3826, pages 10–21, 1999.
- [RPV93] H. Rahman, B. Pinty, and M.M. Verstraete. Coupled Surface-Atmosphere Reflectance (CSAR) Model. *Journal of Geophysical Research*, 98 :781–801, 1993.
- [RS85] B. Robertson and D. Standford. Infrared Reflectance of Aircraft Paints. In *Proceedings of the 1985 Meeting of the IRIS Specially Group on Targets, Background and Discrimination*, 1985.
- [RSSF02] Erik Reinhard, Mike Stark, Peter Shirley, and Jim Ferwerda. Photographic tone reproduction for digital images. *ACM Transactions on Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 2002 Annual Conference)*, 21(3) :267–276, 2002.
- [RT87] Holly E. Rushmeier and Kenneth E. Torrance. The Zonal Method for Calculating Light Intensities in the Presence of a Participating Medium. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, pages 293–302, July 1987.
- [Rus98] Szymon Rusinkiewicz. A new change of variables for efficient brdf representation. In G. Drettakis and N. Max, editors, *Rendering Techniques '98 (Proceedings of Eurographics Rendering Workshop '98)*, pages 11–22, New York, NY, 1998. Springer Wien.
- [Rév88] György E. Révész. *Lambda-Calculus, Combinators, and Functional Programming*. Wiley, Cambridge, 1988.
- [SAG94] Brian Smits, James Arvo, and Donald Greenberg. A Clustering Algorithm for Radiosity in Complex Environments. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1994 (ACM SIGGRAPH '94 Proceedings)*, pages 435–442, 1994.
- [SAWG91] Francois Sillion, James R. Arvo, Stephen H. Westin, and Donald P. Greenberg. A Global Illumination Solution for General Reflectance Distributions. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, pages 187–196, July 1991.

- 
- [SB87] J.M. Snyder and A.H. Barr. Ray Tracing Complex Models Containing Surface Tessellations. *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH'92)*, 21(4) :119–128, 1987.
- [SBXC98] G. Serrot, M. Bodilis, X.Briottet, and H. Cosnefroy. Presentation of a new brdf measurement device. *Proceeding SPIE*, 3494 :34–40, 1998.
- [Sch66] Y. A. Schreider. *The Monte Carlo method*. Pergamon Press, New-York, 1966.
- [Sch92] Christophe Schlick. *Elements pour une Synthèse d'Images Realistes*. Ph.D. thesis, November 1992.
- [Sch93] Christophe Schlick. A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering. In *Fourth Eurographics Workshop on Rendering*, number Series EG 93 RW, pages 73–84, Paris, France, June 1993.
- [SFDC01] Yinlong Sun, David Fracchia, Mark S. Drew, and Thomas W. Calvert. A spectrally based framework for realistic image synthesis. *The Visual Computer*, 17(7) :429–444, 2001.
- [SG69] J. Spanier and M. Gelbard. *Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1969.
- [Sha93] J. M. Shapiro. Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelet Coefficients. *IEEE Trans. SP*, 41 :3445–3462, 1993.
- [Shi90] Peter Shirley. *Physically Based Lighting Calculations for Computer Graphics*. Ph.D. thesis, November 1990.
- [SI99] S. Sandmeier and K. Itten. A Field Goniometer System (FIGOS) for Acquisition of Hyperspectral BRDF. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 37 :978–986, 1999.
- [Sil86] B.W. Silverman. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, New York NY, 1986.
- [Sil94] Francois Sillion. Clustering and Volume Scattering for Hierarchical Radiosity Calculations. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 105–117, Darmstadt, Germany, June 1994.
- [SKS02] P.P. Sloan, J. Kautz, and J. Snyder. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. In *Proceedings SIGGRAPH 2002*, volume 4738, 2002.
- [SLD92] David Salesin, Daniel Lischinski, and Tony DeRose. Reconstructing Illumination Functions with Selected Discontinuities. In *Third Eurographics Workshop on Rendering*, pages 99–112, Bristol, UK, May 1992.
- [SM] Tilo Strutz and Erika Müller. Wavelet Filter Design For Image Compression.

- [Smi67] B. Smith. Geometrical Shadowing of a Random Rough Surface. *IEEE Transaction Ant. and Propagation*, (5) :668–671, 1967.
- [Sny98] W.C. Snyder. Reciprocity of the BRDF in Measurements and Models of Structured Surfaces. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(2) :685–691, 1998.
- [SP94] Francois Sillion and Claude Puech. *Radiosity and Global Illumination*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 1994.
- [SS95a] Peter Schroder and Wim Sweldens. Spherical Wavelets : Efficiently Representing Functions on the Sphere. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1995 (ACM SIGGRAPH '95 Proceedings)*, pages 161–172, 1995.
- [SS95b] W.F. Staylor and J.T. Suttlse. Reflection and Emission Models for Deserts derived from Nimbus-7/ERB Summer Measurements. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 15 :196–202, 1995.
- [SS01] G. Soriano and M. Saillard. Scattering of Electromagnetic Waves from Two-Dimensional Rough Surfaces with Impedance Approximation. *Journal of Optical Society of America*, 18 :124–133, 2001.
- [SSS98] Marc Stamminger, Philipp Slusallek, and Hans-Peter Seidel. Three point clustering for radiance computations. Technical Report Technical Report 6/1998, Computer Science Department, University of Erlangen-Nurnberg, 1998. Available from <http://www9.informatik.uni-erlangen.de/eng/research/tr98>.
- [SSS00] A. Scheel, M. Stamminger, and H.-P. Seidel. Tone reproduction for interactive walkthroughs. 19(3) :C–301–C–311, 2000.
- [Sta] Standard Performance Evaluation Corporation. Specfp95 benchmark, spec newsletter.
- [Sta99] J. Stam. Diffraction Shaders. In Alyn Rockwood, editor, *Siggraph 1999, Computer Graphics Proceedings*, pages 101–110, Los Angeles, 1999. Addison Wesley Longman.
- [Sta00] Marc Stamminger. *Finite Element Methods for Global Illumination Computations*. PhD thesis, Universitat Erlangen, Nurnberg, Germany, 2000.
- [Str90] P.S. Strauss. A Realistic Lighting Model for Computer Animators. *Computer Graphics and Applications*, 10(11) :56–64, 1990.
- [Str00] Bjarne Stroustrup. *The C++ Programming Language, Special Edition*. Addison Wesley, New-York, 2000.
- [SW85] M. Shibayama and C. L. Wiegand. View Azimuth and Zenith, and Solar Angle Effects on Wheat Canopy Reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 18 :91–103, 1985.
- [SW98] W.C. Snyder and Z. Wan. BRDF Models to Predict Spectral Reflectance and Emissivity in the Thermal Infrared. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(1) :214–225, 1998.

- 
- [Swe98] Wim Sweldens. The Lifting Scheme : A Construction of Second Generation Wavelets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 29(2) :511–546, 1998.
- [SWH<sup>+</sup>95] Peter Shirley, Bretton Wade, Philip M. Hubbard, David Zareski, Bruce Walter, and Donald P. Greenberg. Global Illumination via Density Estimation. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 219–230, New York, NY, 1995. Springer-Verlag.
- [TG98] R.L. Thompson and N.S. Goel. Two Models for Rapidly Calculating Bidirectional Reflectance : Photon Spread (PS) Model and Statistical Photon Spread (SPS) Model. *Remote Sensing of Environment*, 16 :157–207, 1998.
- [TR93] Jack Tumblin and Holly E. Rushmeier. Tone Reproduction for Realistic Images. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13(6) :42–48, November 1993.
- [TS65] K.E. Torrance and E.M. Sparrow. Off-Specular Peaks in the Directional Distribution of Reflected Thermal Radiation. *Transactions of the ASME*, pages 1–8, 1965.
- [TS67a] K.E. Torrance and E.M. Sparrow. Theory for Off-Specular Reflection from Roughened Surfaces. *Journal of Optical Society America*, 57(9) :1104–1114, 1967.
- [TS67b] K.E. Torrance and E.M. Sparrow. Theory of Off-specular Reflection from Roughened Surfaces. *Journal of Optical Society of America*, 57(9) :1104–1114, 1967.
- [TS99] J. Taine and A. Soufiani. Gas IR Radiative Properties : From Spectroscopic Data to Approximate Models. In *Advances in Heat Transfer*, volume 33, pages 295–414. 1999.
- [TVC96] M.J. Tsai, J. Villasenor, and F. Chen. Stack-run Image Coding. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 6 :519–521, 1996.
- [Uni] University of Stuttgart. *Stuttgart Neural Network Simulation User Manual*.
- [VBL95] J.D. Villasenor, B. Bellzer, and B. Liao. Wavelet Filter Evaluation for Image Compression. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(8) :1053–1060, 1995.
- [Vea97] Eric Veach. *Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation*. PhD thesis, December 1997.
- [Ver84] W. Verhoef. Light Scattering by Leaf Layers with Application to Canopy Reflectance Modelling : the SAIL Model. *Remote Sensing of Environment*, 16 :125–141, 1984.
- [VG84] C. P. Verbeck and D. P. Greenberg. A Comprehensive Light Source Description for Computer Graphics. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 4(7) :66–75, July 1984.
- [VG94] Eric Veach and Leonidas Guibas. Bidirectional Estimators for Light Transport. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 147–162, Darmstadt, Germany, June 1994.
- [VG97] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Metropolis light transport. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '97 Proceedings)*, volume 31, pages 65–76, 1997.

- [VH88] P. P. Vaidyanathan and P.-Q. Huong. Lattice Structures for Optimal Design and Robust Implementation of Two-Channel Perfect-Reconstruction QMF Banks. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36(1) :81–94, 1988.
- [VMKK00] V. Volevich, K. Myzskowski, A. Khodulev, and E. Kopylov. Using the visual differences predictor to improve performance of progressive global illumination computations. *ACM Transaction on Graphics*, 19(1) :122–161, April 2000.
- [VPD90] M. M. Verstraete, B. Pinty, and R. E. Dickinson. A physical model of the bi-directional reflectance of vegetation canopies. *Journal of Geophysical Research*, 95(20) :755–765, 1990.
- [Wal84] P.R. Wallace. *Mathematical Analysis of Physical Problems*. Dover Publications, New-York, 1984.
- [Wal98] Bruce Johnathan Walter. *Density Estimation Techniques for Global Illumination*. PhD thesis, Program of Computer Graphics, Cornell University, Ithaca, NY, August 1998.
- [War92] Gregory J. Ward. Measuring and Modeling Anisotropic Reflection. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 265–272, July 1992.
- [WAT92] Stephen H. Westin, James R. Arvo, and Kenneth E. Torrance. Predicting Reflectance Functions From Complex Surfaces. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 255–264, July 1992.
- [Web97] Web3D Consortium. Vrm197 international standards iso/iec 14772-1 :1997, 1997.
- [Whi80] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 32(6) :343–349, 1980.
- [WNW<sup>+</sup>85] C.L. Walthall, J.M. Norma, J.M. Welles, G. Campbell, and B.L. Blad. Simple Equation to Approximate the Bidirectional Reflectance from Vegetative Canopies and Bare Soil Surfaces. *Applied Optics*, 24(3), 1985.
- [WRC88] Gregory J. Ward, Francis M. Rubinstein, and Robert D. Clear. A Ray Tracing Solution for Diffuse Interreflection. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '88 Proceedings)*, volume 22, pages 85–92, August 1988.
- [WS82] G. Wyszecki and W. Stiles. *Color Science : Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulas, Second Edition*. Wiley, New-York, 1982.
- [WTP01] A. Wilkie, R. Tobler, and W. Purgathofer. Combined Rendering of Polarization and Fluorescence Effects. In *Rendering Techniques'01 (Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering 2001)*, 2001.
- [Yak77] Sidney J. Yakowitz. *Computational probability and simulation*. Addison-Wesley, New-York, 1977.



- [ZCB97] E. Zeghers, S. Carre, and Kadi Bouatouch. Error-bound wavelength selection for spectral rendering. *The Visual Computer*, 13(9+10) :424–434, 1997.
- [Zie89] O. C. Zienkiewicz. *The Finite Element Method, 4th Edition*. McGrawHill, 1989.
- [ZSP98] Jacques Zaninetti, Xavier Serpaggi, and Bernard Peroche. A vector approach for global illumination in ray tracing. *Computer Graphics Journal (Proc. Eurographics '98)*, 17(3) :C-149–C-158, September 1998.